

Appunti di Fisica Tecnica

Ricardo M. Polidoro

Fondamenti per i calcoli p. 1

Generalità e definizioni p. 2

Bilanci di massa ed energia - I principio della Termodinamica p. 7

Sostanze pure - vapori, liquidi, solidi p. 17 Aria Umida p. 38

Bilancio di energia meccanica p. 49

Introduzione alla trasmissione del calore p. 54

Conduzione p. 57

Irraggiamento Termico p. 64

Convezione p. 73

Impianti di condizionamento p. 79

Umidità nelle murature p. 77 - 87 altre cause

Fisica Tecnica Ambientale

Prof. Giuseppe RICCIO

Ajuti di: Riccardo
Maria Polidoro
riccardo.polidoro.org

La Fisica Tecnica Ambientale nasce a valle della Rivoluzione Industriale, con l'avvento della macchina a vapore e lo studio della termodinamica. Essa tratta l'applicazione di alcune leggi fisiche, in particolare quelle legate alla trasmissione del calore, a casi reali come lo studio di un involucro edilizio.

Gli edifici sono nati allo scopo di garantire comfort abitativo, inizialmente come semplice riparo dagli agenti atmosferici mentre oggi si considera la indoor environmental quality (IEQ), di cui l'aspetto principale è termico per poi includere la qualità dell'aria e molti altri aspetti (non inclusi in questa trattazione) come la qualità acustica.

In generale, ci occuperemo del condizionamento, determinato da scambi termici e ventilazione e che, se ben progettato, determina un ambiente di elevata qualità.

Tratteremo spesso problemi di verifica termigrometrica, interlacciati con la verifica del dimensionamento dell'involucro edilizio.

Risulta logico che ci confronteremo spesso con l'aria, schematizzabile in una miscela di gas e H_2O . È particolarmente importante il quantitativo di vapore acqueo: se elevato, si parla di area umida.

Prima di trattare di argomenti più specifici, è opportuno richiamare alcune nozioni elementari di Fisica:

Essendo le grandezze fisiche riferite ad oggetti reali, esse dipendono per loro natura da un'operazione di misura, che a sua volta non può avere precisione assoluta.

Per questo motivo si introducono le cifre significative, che approssimano la misura entro parametri certi: l'ultima cifra significativa è quella a partire dalla quale vi è incertezza.

Le operazioni fondamentali tengono conto delle cifre significative: la precisione di una misura non aumenta se essa è coinvolta in un'operazione.

Esempi: $8,0 \cdot 3,0 = 24,0$; $7:3 = 2$; $7,0 : 2,0 = 2,3$

Nello studio della fisica tecnica utilizzeremo le grandezze misurate prevalentemente in unità del Sistema Internazionale di Misure. In particolare, le grandezze fondamentali di nostro interesse sono:

lunghezza	L	metro	m
massa	M	kilogrammo	kg
tempo	T	secondo	s
temperatura	T	kelvin [grado Celsius]	K (°C)

Dalle grandezze fondamentali seguono altre grandezze utili, dette derivate:

$$F = M \cdot a = M \cdot \frac{\Delta L}{(\Delta t)^2} [=] \frac{kg \cdot m}{s^2} = N \quad \text{newton}$$

$$P = \frac{F}{A} [=] \frac{kg \cdot m/s^2}{m^2} = \frac{N}{m^2} = Pa \quad \text{pascal}$$

$$E = L = F \cdot \Delta L [=] N \cdot m = J \quad \text{joule}$$

$$P = \frac{E}{\Delta t} [=] \frac{J}{s} = W \quad \text{watt}$$

Ogni grandezza presenta multipli e sottomultipli, di cui sono particolarmente usati quelli con potenze di 10^{3n} , n ∈ ℤ

f-	p-	n-	M-	m-	o	k-	M-	G-	T-
10^{-15}	10^{-12}	10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}		10^3	10^6	10^9	10^{12}
femto	pico	nano	micro	milli		kilo	mega	giga	tera

⚠ I nomi delle unità di misura iniziano con lettera minuscola (per distinguerle dagli scienziati).

Esistono inoltre delle grandezze incoerenti, non incardinate nel canone del sistema internazionale ma molto usate; un esempio è il °C, oppure l'hPa - ettopascal - usato in meteorologia perché coincidente al millibar, dove 1 bar è pari a circa 10^5 Pa, valore prossimo alla pressione atmosferica a 0 m.s.l.m.

Si è inoltre scoperto di recente che le scale Celsius e Kelvin non sono propriamente centigrade, poiché la temperatura che intercorre tra ghiaccio fondente e acqua bollente a 1 atm ha qualche centesimo di grado di discrepanza.

Un'altra grandezza incoerente è la caloria, storicamente dovuta ad un'erronea interpretazione del fenomeno associato: essa misura l'energia acquisita non da una forza applicata che induce uno spostamento, ma dal calore; non si sapeva come convertire una misura nell'altra finché non è stato rivelato l'equivalente meccanico in maniera sperimentale, ottenendo la seguente equazione di conversione delle unità di misura:

$$1 \text{ cal} = 4,187 \text{ J}$$

Unità di misura incoerenti della pressione

$$1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 1,013 \text{ bar}^{\text{merc}}$$

$$1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg} \text{ ("tor") medicina}$$

$$1 \text{ atm} = 10,33 \text{ mmHg} \text{ impianti climatizzazione}$$

Operazioni algebriche con cifre significative

$$N_0, N_1 N_2 \dots N_m \cdot 10^k$$

In notazione scientifica, $N_0 = 1 \div 9$ \triangle N_0 non può essere pari a 0!
 $N_1 \dots N_m = 0 \div 9$
 $k = -\infty \div +\infty$

Esempio

587

$$58,7 \cdot 10^1$$

$$5,87 \cdot 10^2 \rightarrow \text{notazione scientifica}$$

$$0,587 \cdot 10^3$$

Un numero con cifre significative può essere approssimato all'occorrenza con un numero avente meno cifre significative: se la quantità da approssimare è pari o minore a 5 la si azzera, altrimenti si aumenta l'ultima cifra del numero approssimato di 1.

Esempio:

$$5,8743551$$

$$5,874355$$

$$5,87435$$

numero con 8 cifre significative

approssimazione a 7 cifre significative

approssimazione a 6 cifre significative

Tecnicamente, l'approssimazione a 6 cifre significative è errata, poiché la quantità approssimata è 51, maggiore di 50. Per semplicità però considereremo solo la cifra adiacente nelle approssimazioni.

Operazione di addizione e differenza: i due addendi devono essere elevati alla stessa potenza; dopo l'operazione il risultato deve avere lo stesso numero di decimali dell'addendo che ne ha di meno. Si parla di decimali - e non di cifre significative - poiché le operazioni di somma e differenza possono alterare il numero di cifre significative ($75 + 75 = 150$, da due a tre cifre significative).

Esempio:

$$\begin{array}{r} 10,381+ \\ \underline{5} \\ 15 \end{array}$$

15

Operazione di moltiplicazione e divisione: il risultato deve avere lo stesso numero di cifre significative del numero fattore che ne ha di meno.

Esempio:

$$1000 \cdot 10 = 1,0 \cdot 10^4 \text{ due cifre significative}$$

Logaritmo: il risultato deve avere un numero di cifre significative pari al numero di cifre significative dell'argomento.

Termodinamica

Disciplina che studia le trasformazioni in un sistema dovute a scambi di lavoro o calore con l'ambiente circostante.

Per meglio comprendere questa definizione occorre dare alcune definizioni:

- Sistema: ciò che è oggetto dello studio.
- Ambiente: ciò che non è oggetto dello studio ma circonda il sistema.
- Universo termodinamico: Sistema + Ambiente, l'insieme da considerare per risolvere l'analisi del fenomeno.

Un sistema può essere:

- Chiuso: la superficie che lo delimita non permette il passaggio di materia; per questo motivo è anche detto sistema a massa di controllo [costante]
- Aperto: anche detto sistema a volume di controllo; almeno una parte della superficie è virtuale e permette il passaggio di materia (ad esempio un condotto).

I sistemi in termodinamica sono sempre delimitati da superfici, siano esse fisiche o virtuali.

Un sistema chiuso può essere delimitato da superfici: $\left\{ \begin{array}{l} \text{rigide e fisse (non cambia il volume)} \\ \text{rigide e mobili (sistema pistone-cilindro, stantuffo...)} \\ \text{né rigide né fisse (palloncino)} \end{array} \right.$

Un'altra distinzione che si effettua nei sistemi è in base al fluido che costituisce il sistema: si effettua una distinzione tra sistemi a una/più componenti [specie chimiche], e tra sistemi omogenei/eterogenei (la seconda delle fasi presenti - gli stati della materia); le soluzioni sono sistemi omogenei a più componenti, un bicchiere con acqua distillata e ghiaccio è un sistema eterogeneo a una componente, un'emulsione di acqua e olio è un sistema eterogeneo a due componenti poiché non si mescolano mai: al più è olio in una matrice di H_2O o viceversa.

L'aria - costituita dal 78% di Azoto, 21% di Ossigeno e 1% di altro, di cui CO_2 allo 0,03% come primo elemento) è un sistema omogeneo a più componenti.

Inoltre, a seconda delle interazioni con l'ambiente, un sistema si classifica in:

- Adiabatico, se non scambia calore con l'ambiente
- Isolato se è chiuso e non scambia né calore né lavoro con l'ambiente.

Il lavoro tra sistema e ambiente si dice lavoro di variazione di volume.

L'Universo termodinamico è un sistema isolato.

Nel corso degli studi ci riferiremo spesso a sistemi in condizioni di equilibrio. In un sistema termodinamico si ha equilibrio se e soltanto se:

- Non vi sono forze non bilanciate nel sistema $\Delta \vec{F} = 0$
- Non vi sono gradienti di temperatura nel sistema $\Delta T = 0$
- Non vi sono variazioni di concentrazione nel sistema $\Delta C = 0$ ovvero non vi sono reazioni chimiche o fenomeni di diffusione dovuti a gradienti di concentrazione.

A sua volta, l'equilibrio può essere $\left\{ \begin{array}{l} \text{Stabile nel caso in cui l'intervento di una sollecitazione provochi un allontanamento temporaneo dalla condizione iniziale di equilibrio} \\ \text{Instabile se viene provocato un allontanamento definitivo dalla condizione iniziale di equilibrio, tendendo a configurarsi in una nuova condizione di equilibrio.} \end{array} \right.$

Le grandezze di riferimento per i nostri studi sono dette grandezze/variabili termostatiche; possono essere considerate se e soltanto se il sistema considerato è in equilibrio termodinamico, altrimenti si registrerebbero misure diverse delle grandezze in punti diversi del sistema.

Esempi:

- Densità ρ : $\frac{\text{massa}}{\text{volume}} [=] \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$; spostando un pistone in un sistema pistone-cilindro si crea un gradiente di densità fino al raggiungimento dell'equilibrio.
- Volume specifico v : $\frac{V}{m} = \frac{1}{\rho} [=] \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$
- temperatura T , pressione P ...

Queste grandezze non sono totalmente indipendenti tra loro: i gas ideali sono regolati dall'equazione di stato dei gas perfetti; fissate due grandezze la terza è obbligata.

Tutte le equazioni di stato o costitutive sono di origine sperimentale, risultato di regressioni: osservando la disposizione di punti nelle analisi di un fenomeno è possibile ricavarne l'equazione costitutiva; prima di ciò non è possibile descrivere il fenomeno analiticamente.

• Calore: scambio di energia dovuto a una differenza di temperatura

• Lavoro: scambio di energia NON dovuto a una ΔT

Non sono variabili di stato: rappresentano energia che si muove; giunta nel sistema è energia e non è possibile distinguere tra calore e lavoro: varia solo l'energia del sistema.

Se rapportati alla massa, si ottengono:

• Lavoro specifico $l = \frac{L}{m} [=] \frac{J}{kg}$

• Calore per unità di massa $q = \frac{Q}{m} = \frac{J}{kg}$

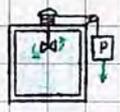
In un sistema chiuso è possibile scambiare:

• Lavoro di variazione del volume



non esistente in un sistema aperto

• Lavoro di elica (formalmente turbina)



SOLO dall'esterno all'interno; il viceversa è anche valido nei sistemi aperti (il principio su cui si basano le centrali elettriche)

• Lavoro elettrico/magnetico



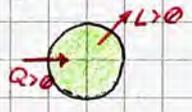
lavoro elettrico: la resistenza è nel sistema



Calore: la resistenza non è considerata parte del sistema.

Poiché lo studio della termodinamica nasce con l'avvento delle macchine - di cui le prime erano escavatrici in miniera - in cui interessa valutare il lavoro prodotto dalle macchine e il calore richiesto per effettuarlo, si utilizza una convenzione per cui il calore entrante nel sistema e il lavoro uscente dal sistema sono definiti positivi.

È possibile cambiare la convenzione purché si sia sempre coerenti con essa: i chimici che si occupano di reazioni esoergoniche infatti considerano positivo il calore uscente.



Circa l'energia, un sistema possiede generalmente:

- Energia Potenziale
- Energia Cinetica
- Energia interna, data dall'energia delle molecole che compongono il fluido (traslazionale, rotazionale, attrattiva, repulsiva)

Dunque, $E = E_p + E_c + U$
spesso θ ↳ "misurata da un osservatore interno al sistema"

Le variabili ^{di stato} ~~termostatiche~~ si classificano in 3 gruppi:

- Intensive (P, T: non dipendono dall'estensione del sistema)
- Estensive (m, V, E: dipendono dall'estensione del sistema e si indicano generalmente con lettere maiuscole)
- Specifiche: derivano da grandezze estensive ma hanno le stesse proprietà delle variabili intensive (p, v, e... si indicano con lettere minuscole e si ottengono dal rapporto di due grandezze estensive. ↳ energia specifica, $\frac{E}{m}$ o $\frac{E}{V}$)

Definiamo ora capacità termica e calore specifico:

• Capacità Termica: calore infinitesimo scambiato col sistema associato a una variazione infinitesima di temperatura nel passaggio.

$C = \frac{dQ}{dT} [=] \frac{J}{K} \left(\frac{J}{^\circ C} \right)$ in termini finiti, $C = Q/\Delta T [=] J/K (J/^\circ C)$ le differenze di T non variano sulle scale $^\circ C/K$

Rappresenta l'inerzia del sistema a cambiare temperatura a causa dello scambio di calore.

• Calore specifico: rappresenta la capacità termica specifica.

$c = \frac{C}{m} = \frac{dQ}{m dT} [=] \frac{J}{kg K} \left(\frac{J}{kg ^\circ C} \right)$ in termini finiti, $c = \frac{\Delta Q}{m \Delta T}$

www.riccardo.polidoro.org

Esercizio

H_2O
 $V = 80,0 \text{ L } (H_2O)$
 $T_1 = 10,0^\circ C$
 $T_2 = 80,0^\circ C$
 $Q = ?$

$Q = c m \Delta T$; derivata da $c = Q/m\Delta T$

sappiamo che $\rho_{H_2O} = 1000 \frac{kg}{m^3}$

$Q = \rho V c (T_2 - T_1)$;

le Δ vanno sempre segnate come finale - iniziale o uscita - ingresso, MAI AL CONTRARIO.

$Q = 1000 \cdot \frac{80,0}{1000} \cdot 4,19 (80,0 - 10,0) \Rightarrow Q = 2,34 \cdot 10^4 \text{ J}$ in notazione scientifica!

$\frac{kg}{m^3} \cdot \frac{l}{m^3} \cdot \frac{J}{kg K} (K) = J$ (equazione dimensionale)

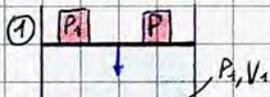
La capacità termica è logicamente una grandezza estensiva; il calore specifico una grandezza specifica che viene tipicamente considerata a volume [pressione] costante.

Trasformazioni:

Durante una trasformazione non si è in grado di misurare e valutare lo stato del sistema, almeno finché non è in equilibrio.

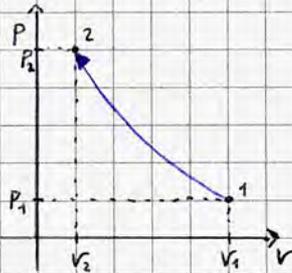
Esempio

Consideriamo un sistema con pareti rigide e fisse:



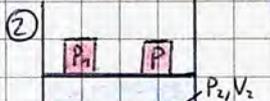
S.E.T., a contatto col sistema pistone-cilindro, cederà calore al fine di raggiungere la temperatura T anche nel sistema, che si suppone avere una temperatura iniziale differente.

$v_1 = \frac{V_1}{m}$ volume specifico
 S.E.T. T
 serbatoio di energia termica

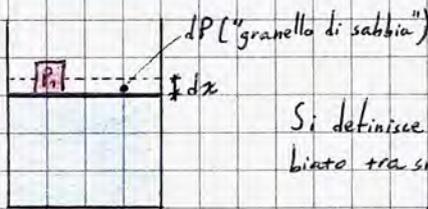


Piano di Clapeyron (vol. specifico - pressione)

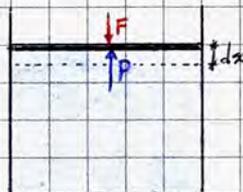
La trasformazione è quasi statica: è costituita da una successione infinita di stati di equilibrio che differiscono di un infinitesimo, viene rappresentata con una linea continua. Essa è inoltre isoterma, poiché avviene a temperatura costante.



$v_2 = \frac{V_2}{m}$



Si definisce lavoro di variazione di volume il lavoro svolto tramite il movimento del pistone, scambiato tra sistema e ambiente:

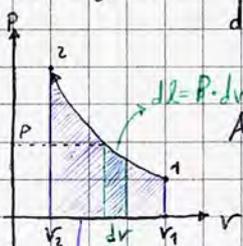


Se il sistema è in equilibrio, allora esiste una forza uguale e contraria ad F dovuta alla pressione:

$F = P \cdot A$
 A → area del sistema
 P → pressione

Ne segue che:

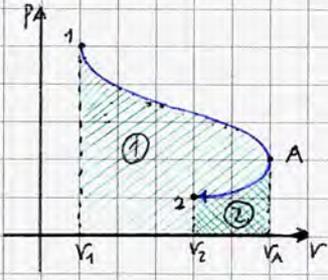
$dL = F dx = P \cdot A dx = P \cdot dV \Rightarrow dL = P dV$ lavoro di variazione del volume
 $dL = P dv$ lavoro infinitesimo specifico ($dL = dL/m$)



Altre espressioni della formula:

$L = \int_{V_1}^{V_2} P dV$; $L = \int_{v_1}^{v_2} P dv$

La diminuzione di volume specifico implica la presenza di forze esterne non bilanciate: il lavoro è entrante e dunque negativo; si parla di lavoro di var. di volume verso il sistema dall'ambiente esterno. 5

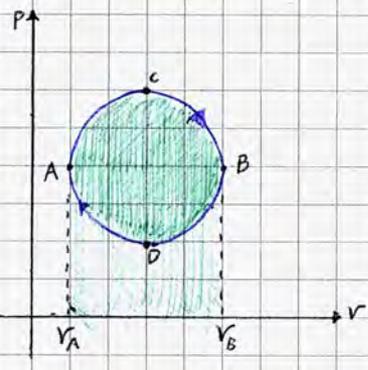


① $l_{1,A} = \int_{V_1}^{V_A} P dr > 0$: il volume del sistema aumenta, esso compie dunque un lavoro sull'ambiente. graficamente è rappresentato dalla curva di estremi 1 ed A.

② $l_{2,A} = \int_{V_2}^{V_A} P dr < 0$ il ragionamento è analogo.

Dal grafico si osserva che $l_{1,2} = l_{1,A} - l_{2,A} > 0$: il sistema complessivamente esegue un lavoro di variazione di volume sull'ambiente esterno.

• Trasformazione ciclica: è una trasformazione in cui lo stato termodinamico iniziale coincide con quello finale.



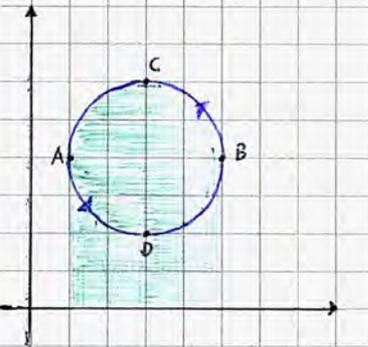
Il ciclo si dice diretto se graficamente si ottiene una trasformazione percorsa in senso orario.

$l_{A,C,B} = \int_{V_A}^{V_B} P dr > 0$ il sistema esegue lavoro sull'ambiente

$l_{B,D,A} = \int_{V_B}^{V_A} P dr < 0$ il sistema riceve lavoro di variazione di volume dall'ambiente.

Ne segue che $l = l_{A,C,B} + l_{B,D,A} > 0$: in un ciclo diretto il sistema cede lavoro meccanico all'ambiente.

⚠ Tutte le macchine motrici operano secondo un ciclo diretto.



Se percorsa in senso antiorario sul piano di Clapeyron, la trasformazione determina un ciclo inverso.

$l_{B,C,A} = \int_{V_B}^{V_A} p dr < 0$; $l_{A,D,B} = \int_{V_A}^{V_B} p dr > 0$

$l = l_{B,C,A} + l_{A,D,B} < 0$ poiché $|l_{B,C,A}| > l_{A,D,B}$

Nel caso del ciclo inverso dunque il sistema riceve lavoro dall'ambiente esterno. Le macchine che sono caratterizzate da detto ciclo si dicono macchine operatrici (un esempio è il frigorifero); ricevono lavoro per compiere un'operazione.

• Si definisce trasformazione reversibile una trasformazione quasi statica che si può percorrere in senso opposto, non lasciando traccia di sé nel sistema o nell'ambiente.

Detta trasformazione non ha corrispettivi nel mondo reale, ma esistono delle particolari trasformazioni, dette internamente reversibili, che vi si avvicinano: sono trasformazioni quasi statiche che - se ripercorse in senso opposto - lasciano traccia solo nell'ambiente, e NON nel sistema.

Bilancio

Valida solo per grandezze estensive; occorre fissare grandezza fisica, sistema di riferimento e periodo di tempo. Un esempio di bilancio a noi noto è quello economico, con entrate e uscite e, nel caso in cui le uscite siano minori degli ingressi, un accumulo. In aggiunta a questi tre elementi nella formula generale del bilancio compare la generazione, relativa a grandezze che non entrano/escono ma si formano/distruggono all'interno del sistema. La generazione non viene considerata nella termodinamica classica - in cui nulla si crea e nulla si distrugge: tutto si trasforma - ma è fondamentale in termodinamica relativistica e nucleare. La formula generale di un bilancio dunque è:

$$IN + GEN = OUT + ACC$$

⚠ Per applicare un bilancio bisogna definire la grandezza estensiva, il sistema e il periodo di tempo della misurazione.

Nell'ambito dei nostri studi ci occuperemo di bilanci di massa, energia, entalpia, energia meccanica.

• **Bilancio di massa** (anche detto equazione della continuità)

- In un sistema chiuso, $m = \text{costante}$ (non varia nel tempo)
- In un sistema aperto a un ingresso e un'uscita: consideriamo un intervallo di tempo $d\theta$:



$$dm_1 = dm_2 + dm_{v.c.}$$

IN OUT ACC

È però più utile introdurre una nuova grandezza fisica, detta portata massica e indicata con \dot{m} :

$$\dot{m} = \lim_{d\theta \rightarrow 0} \frac{dm}{d\theta} \quad [=] \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

In questo modo l'equazione della continuità può scriversi: $\dot{m}_1 d\theta = \dot{m}_2 d\theta + dm_{v.c.}$

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 + \frac{dm_{v.c.}}{d\theta}$$

- In particolare, se il suddetto sistema fosse in regime stazionario permanente, ovvero se le grandezze in entrata e in uscita non variano nel tempo, ($\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$)
- In generale, in un sistema con n ingressi ed m uscite:

$$\sum_{i=1}^n \dot{m}_i = \sum_{u=1}^m \dot{m}_u + \frac{dm_{v.c.}}{d\theta}$$

⚠ Se il sistema è in regime permanente le SOMMATORIE delle portate sono uguali, ma NON le singole portate!

Es: $\begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \left[\begin{matrix} v.c. \\ \end{matrix} \right] \begin{matrix} 4 \\ 5 \end{matrix} \quad \dot{m}_1 + \dot{m}_2 + \dot{m}_3 = \dot{m}_4 + \dot{m}_5$

• **Bilancio di Energia** (anche noto come Primo Principio della Termodinamica)

È strettamente legato al bilancio di massa

- Sistema chiuso: ricordiamo che nel bilancio di massa $m = \text{cost.}$ e fissiamo un intervallo di tempo $d\theta$



$$L_i + Q_i = L_u + Q_u + \Delta E$$

IN OUT ACC

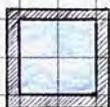
nelle nostre ipotesi è spesso ΔU

convenzione ↓

$$Q = L + \Delta U \Rightarrow Q - L = \Delta U$$

L: +L_u
Q: +Q_u

- Sistema isolato: $\Delta U = 0$ a prescindere da cosa accada all'interno, l'energia interna non varia.



Esempio: Consideriamo un sistema chiuso con solo lavoro di variazione di volume (L_{vv})

$$Q - L = \Delta U \Rightarrow L = L_{vv} = \int p dV \Rightarrow \Delta U = Q - \int p dV$$

in termini infinitesimi, $dU = dQ - p dV$

in termini finiti specifici, $\Delta u = q - \int p dv$

in termini infinitesimi specifici, $du = dq - p dv$

Sono tutte formule molto usate!

Dette formule sono possibili perché essendo il sistema chiuso la massa al suo interno è costante; è possibile dunque il passaggio alle grandezze specifiche che.

Entalpia: grandezza con le stesse dimensioni di un'energia, definita come la somma tra energia interna e il prodotto pressione-volume

$$H = U + pV [J + Pa \cdot m^3 = J] \quad \frac{H}{m} = h = u + pv \quad dh = du + p dv + v dp$$

È possibile scrivere il I principio della termodinamica in termini di entalpia:

$$du = dh - p dv - v dp \Rightarrow dh - p dv - v dp = dq - p dv \Rightarrow dh = dq + v dp \quad \triangle \text{ Sistema Chiuso: grandezze specifiche infinitesime!}$$

$$\Delta H = Q + \int V dp$$

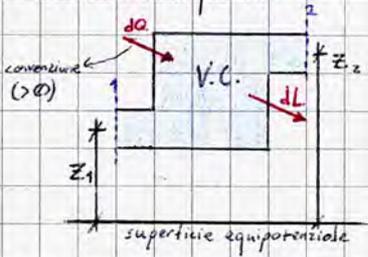
$$\Delta h = q + \int v dp$$

L'Entalpia è una grandezza **FONDAMENTALE** per i sistemi aperti

$$dH = dQ + V dp$$

$$dh = dq + v dp$$

Sistema Aperto:



Consideriamo un sistema aperto a 1 ingresso e 1 uscita e un intervallo di tempo $d\theta$. Ricordiamo che il bilancio di massa associato è $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 + \frac{dm_{acc}}{d\theta}$. Valutiamo tutte le energie presenti nel sistema, ragionando inizialmente su dm_1 :

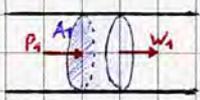
L'elemento infinitesimo dm_1 possiede:

• Energia cinetica (è in movimento): $dE_c = \frac{1}{2} dm_1 w_1^2$ (simbolo per indicare la velocità senza confondersi col volume specifico)

• Energia interna: $dU = u_1 dm_1$

• Definire una superficie equipotenziale di riferimento, è possibile valutare l'Energia potenziale: $dE_p = g z_1 dm_1$

• È presente anche un lavoro di pressione dovuto a una pressione applicata da altri elementi di fluido: $dL_p = P_1 A_1 \cdot w_1 d\theta = p_1 V_1$



Si osserva che, se $d\theta = 1$, $\|w_1\|$ = altezza del cilindro che racchiude dm_1

Traducendo le relazioni suddette in termini di portata massica otteniamo: $dE_c = \frac{1}{2} w_1^2 \dot{m}_1 d\theta$

$$dU = u_1 \dot{m}_1 d\theta$$

$$dE_p = g \cdot z_1 \cdot \dot{m}_1 d\theta$$

$$dL_p = p_1 v_1 \dot{m}_1 = p_1 v_1 \dot{m}_1 d\theta \quad (V = m \cdot v)$$

Ragionando in maniera analoga su dm_2 , e introducendo gli altri ingressi e uscite e l'accumulo, possiamo scrivere il primo principio della termodinamica in termini di energia:

$$\dot{m}_1 (u_1 + g z_1 + \frac{w_1^2}{2} + p_1 v_1) d\theta + dQ = \dot{m}_2 (u_2 + g z_2 + \frac{w_2^2}{2} + p_2 v_2) d\theta + dL + dE_{v.c.}$$

IN OUT ACC

si osserva che nelle parentesi compare l'entalpia specifica; possiamo snellire la formula:

$$= \dot{m}_1 (h_1 + g z_1 + \frac{w_1^2}{2}) d\theta + dQ = \dot{m}_2 (h_2 + g z_2 + \frac{w_2^2}{2}) d\theta + dL + dE_{v.c.}$$

Definiamo ora potenza termica e potenza meccanica: $\dot{Q} = \lim_{d\theta \rightarrow 0} \frac{dQ}{d\theta}$; $\dot{L} = \lim_{d\theta \rightarrow 0} \frac{dL}{d\theta} [=] \frac{J}{s} = W \text{ (watt)}$

Dividendo la relazione appena ottenuta per $d\mathcal{F}$, otteniamo il primo principio della termodinamica in termini di potenze, particolarmente usato nei sistemi aperti:

$$m_1 \left(h_1 + gz_1 + \frac{w_1^2}{2} \right) + \frac{dQ}{d\mathcal{F}} = m_2 \left(h_2 + gz_2 + \frac{w_2^2}{2} \right) + \frac{dL}{d\mathcal{F}} + \frac{dE_{v.c.}}{d\mathcal{F}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 \left(h_1 + gz_1 + \frac{w_1^2}{2} \right) + \dot{Q} = m_2 \left(h_2 + gz_2 + \frac{w_2^2}{2} \right) + \dot{L} + \frac{dE_{v.c.}}{d\mathcal{F}}$$

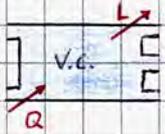
Si osserva che, come appreso in Meccanica Razionale, il segno "dot" indica una derivata rispetto al tempo!

Primo principio della Termodinamica in termini di potenze

Nel caso di regime permanente, in un sistema stazionario $m_1 = m_2 = m$ e $dE_{v.c.}/d\mathcal{F} = 0$; il primo principio della Termodinamica diventa:

$$h_1 + gz_1 + \frac{w_1^2}{2} + q = h_2 + gz_2 + \frac{w_2^2}{2} + l \quad \text{in termini di ENERGIE SPECIFICHE } \Delta$$

Estendendo a un Sistema Aperto a più ingressi e più uscite,



$$\sum_i m_i \left(h_i + gz_i + \frac{w_i^2}{2} \right) d\mathcal{F} + dQ = \sum_u m_u \left(h_u + gz_u + \frac{w_u^2}{2} \right) d\mathcal{F} + dL + dE_{v.c.} \quad \text{in termini di Energia}$$

$$\text{In termini di potenze, } \sum_i m_i \left(h_i + gz_i + \frac{w_i^2}{2} \right) + \dot{Q} = \sum_u m_u \left(h_u + gz_u + \frac{w_u^2}{2} \right) + \dot{L} + \frac{dE_{v.c.}}{d\mathcal{F}}$$

⚠ Nel caso di regime permanente NON si può scrivere la relazione in termini di grandezze specifiche: la sommatoria delle portate è la stessa, ma le singole portate massiche sono generalmente differenti. L'unica modifica alla formula dunque è l'elisione del termine corrispondente all'accumulo.

Solitamente, nel caso in cui $\dot{Q} \neq 0$ e $\dot{L} \neq 0$ i termini cinetici e potenziali (gz_i e $w_i^2/2$) diventano trascurabili: non sono nulli, ma hanno ordini di grandezza molto inferiori, come intuibile nell'esempio di seguito:

Esempio

Consideriamo l'energia da fornire ad una massa di 1kg di H_2O per variarne la temperatura da $10^\circ C$ a $20^\circ C$ e valutiamo la differenza di quota che determinerebbe un'energia potenziale gravitazionale sulla stessa massa pari all'entità dell'energia termica calcolata.

$$\text{Ricordando che } c = \frac{Q}{m\Delta T}, \quad Q = cm\Delta T = 1,00 \cdot 4,19 \cdot (20,0 - 10,0) = 41,9 \text{ kJ}$$

$$[] = \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \text{ "dizione" "kilojoule per kilogrammo kelvin"}$$

$$\text{Valutiamo ora la differenza di quota: } \Delta E_p = gm \Delta z \Rightarrow \Delta z = \frac{41,9 \cdot 10^3 \text{ J}}{9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1,00 \text{ kg}} \sim 4,19 \text{ km}$$

Essendo i dispositivi analizzati in questo corso propri dell'edilizia, risulta evidente il ridotto impatto del termine potenziale.

Perché la velocità di un fluido cresce con il quadrato della potenza fornita del dispositivo che lo mette in moto, si tende a progettare impianti con la minima velocità del fluido possibile; effettuando un calcolo analogo a quello dell'esempio si osserverebbe che la velocità necessaria per eguagliare l'energia termica fornita è di quasi 300 m/s , velocità prossima a mach 1! ($\text{mach } 1 = 343 \text{ m/s}$)

Osservazione: In un sistema aperto con $h \neq 0$ (il che implica necessariamente uno scambio di calore/lavoro non nullo) i termini cinetici e potenziali sono trascurabili, quindi si ha che:

$$m_1 h_1 + \dot{Q} = m_2 h_2 + \dot{L} + \frac{dE_{v.c.}}{d\mathcal{F}}$$

Nelle stesse ipotesi, se in regime permanente:

$$\dot{Q} - \dot{L} = m \Delta h$$

simile alla relazione $Q - L = \Delta U$ dei sistemi chiusi...

Osservazione: Tramite il Primo Principio della Termodinamica applicato in sistemi chiusi, è possibile scrivere il calore specifico in funzione delle variabili di stato:

$$c = \frac{dQ}{m dT} = \frac{dq}{dT}$$

Se il volume è costante, il I principio diventa:

$$dq = du + \underbrace{p dv}_0 \Rightarrow dq = du$$

Possiamo definire il calore specifico a volume costante: $c_v = \left. \frac{dq}{dT} \right|_v = \left. \frac{du}{dT} \right|_v$ (volume costante)

Analogamente, a pressione costante studiamo la relazione:

$$dq = dh - v dp_p \Rightarrow dq = dh$$

Dunque possiamo definire il calore specifico a pressione costante: $c_p = \left. \frac{dq}{dT} \right|_p = \left. \frac{dh}{dT} \right|_p$

Applicazione del Primo Principio della Termodinamica alle trasformazioni

• Sistema Isolato



^{non passa materia}
Il sistema è certamente chiuso; non scambia lavoro ed è adiabatico

In generale la formula del I Principio della Termodinamica per sistemi chiusi è $\Delta U = Q - L$, ma $Q = L = 0$, quindi $\Delta U = 0$, ovvero:

$$U_2 = U_1 \Rightarrow m u_2 = m u_1$$

nel caso di un sistema a più componenti,

$$\sum_i m_i u_{i2} = \sum_i m_i u_{i1}$$

Negli esercizi di Termodinamica, la PRIMA cosa da fare è scrivere **SEMPRE** il primo principio della Termodinamica per sistemi chiusi [aperti] e vedere se è possibile effettuare delle semplificazioni.

Δ Tra sistemi chiusi/aperti la formula cambia!

• Sistema Chiuso Adiabatico



(Una possibile schematizzazione; sottolinea la possibilità di scambiare lavoro)

$$Q = 0$$

$$\Delta U = Q - L \Rightarrow \Delta U = -L \Rightarrow L = -\Delta U = U_1 - U_2$$

• Sistema Aperto Adiabatico



Supponiamo che siano trascurabili i termini cinetici e potenziali e che il sistema sia a regime costante (per semplicità di scrittura della formula); allora il I Principio diventa $\dot{m} h_1 = \dot{m} h_2 + \dot{L}$. Possiamo calcolare la potenza meccanica:

$$\dot{L} = -\dot{m} \Delta h = -\dot{m} (h_2 - h_1)$$

• Sistema Chiuso a Volume costante



$$\Delta U = Q - L$$

Non si può dire nulla a priori; se però il sistema potesse scambiare solo lavoro di variazione di volume, allora $Q = \Delta U$

• Sistema Chiuso a Pressione costante



$$\Delta U = Q - L; \text{ se scambia solo lavoro di variazione di volume } (L = L_{vol}), \text{ allora } \Delta U = Q - m \int p dv \stackrel{p_{const}}{\Rightarrow} \Delta U = Q - m p (v_2 - v_1)$$

Osservazione: $\Delta U = Q - pV_2 + pV_1 \Rightarrow U_2 - U_1 = Q - pV_2 + pV_1 \Rightarrow U_2 + pV_2 - (U_1 + pV_1) = Q \Rightarrow \Delta H = Q$

⚠ In molti casi non è possibile il calcolo esplicito di v o altre grandezze; è **NECESSARIO** ricordare questa formula: è l'unico sistema chiuso in cui è possibile utilizzare **ANCHE** la variazione di entalpia nel calcolo del Primo Principio della Termodinamica

• **Trasformazione a Temperatura costante:**

Se il comportamento della materia (espresso tramite equazioni costitutive) non è noto, occorre utilizzare le espressioni generiche:

• S.C: $\Delta U = Q - L$

• S.A: $mh_1 + Q = mh_2 + L$

$h \neq 0$
regime
permanente

• **Ciclo Diretto:**

presenta più trasformazioni in uno stesso sistema (se chiuso si modificano le configurazioni del sistema, se aperto avvengono mediante macchine operatrici).

L'area all'interno del diagramma nel piano di Clapeyron - come sappiamo - è pari al lavoro **NETTO** scambiato dal sistema.

Supponiamo di essere in un Sistema Chiuso, allora $\Delta U = Q - L$ ma poiché l'energia interna è una funzione di stato, in ogni ciclo torna allo stesso valore; considerando un unico ciclo dunque $U_2 = U_1$:

$Q - L = 0 \Rightarrow Q = L$ dunque Q è uguale in modulo a L ma in segno opposto

Nei cicli diretti si introduce una nuova grandezza - detta **rendimento** e indicata con η - definibile come il rapporto tra "ciò che ottengo" (lavoro meccanico del sistema sull'ambiente) e "ciò che spendo" (calore da fornire al sistema per permettere l'esecuzione di tale lavoro):

$\eta = \frac{L}{Q_i}$

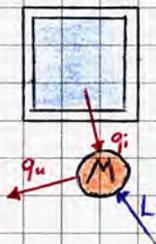
↳ Calore solo in **INGRESSO** (nella trasformazione si dissipa parzialmente)

Poiché, come abbiamo visto, $Q = L$, possiamo anche scrivere:

$\eta = \frac{Q_i + Q_u}{Q_i} = \frac{Q_i - |Q_u|}{Q_i} = 1 - \frac{|Q_u|}{Q_i}$

esistono molti altri modi di scrivere questa relazione, che vedremo più avanti.

• **Ciclo Inverso:**



utilizza lavoro meccanico dall'esterno per effettuare operazioni; è per noi di particolare interesse il **ciclo frigorifero**, utilizzato ad esempio nei **refrigeratori** e negli impianti di climatizzazione.

Analogamente al rendimento, si possono definire dei **coefficienti di prestazione (COP, coefficient of performance)**:

Nel ciclo suddetto interessa valutare la zona a temperatura minore della temperatura ambiente, poiché la macchina che esegue il ciclo assorbe calore dal sistema per disperderlo nell'ambiente; definiamo il **C.O.P. frigorifero**:

$COP_g = \frac{Q_i}{|L|}$ in linea teorica varia tra $0 \div \infty$

↳ calore estrante **NELLA MACCHINA OPERATRICE**

↳ sarebbe negativo

Come sappiamo, dagli impianti di climatizzazione, talvolta lo stesso dispositivo esegue un ciclo che produce un effetto inverso, fungendo cioè da **pompa di calore**: interessa il calore ceduto all'ambiente ad alta temperatura:

$$COP_p = \frac{Q_u}{L}$$

entrambi i termini sono negativi \Rightarrow il C.O.P. è positivo; in linea teorica varia tra $1 \div \infty$

Le attuali pompe di calore più avanzate hanno un C.O.P. di $6 \div 7$, con dispositivi "standard" che si attestano a $4 \div 5$. Prima del raggiungimento di simili coefficienti la pompa di calore non era competitiva con altre forme di fonti di energia termica in edilizia, poiché per avere 1 kW elettrico in una centrale (nucleare, geotermica...) occorrono circa 3 kW termici; ~~ma~~ l'utilizzo di una stufa elettrica converte al massimo 1 kW elettrico in 1 kW termico \Rightarrow il riscaldamento tramite energia elettrica è diventato conveniente solo a partire dal momento in cui da 1 kW elettrico si sono ottenuti 4 kW termici.

• Sistemi Aperti: in un ciclo è garantita la trascurabilità dei termini cinematici e potenziali, inoltre $\Delta h = 0$. Dunque,

$$\dot{Q} = \dot{L}$$

si ragiona in termini di potenza NETTA.

Macchine a Fluido

Sono dispositivi che strutturano o provocano il movimento di un fluido; tra esse ad esempio troviamo ventilatori, turbine, compressori.

Sono tutte schematizzabili come sistemi aperti a 1 ingresso e 1 uscita.

Considereremo nei conti di prima approssimazione l'ipotesi di regime permanente e che le macchine a fluido siano tutte adiabatiche, ovvero che $\dot{Q} = 0$; nei casi reali i processi avvengono rapidamente con lo scorrimento del fluido, quindi $\dot{Q} \ll 1$.

⚠ $\eta \neq COP!!$
 concettualmente sono simili, ma non ha alcun senso fisico parlare di "rendimento di una macchina operatrice" o il suo inverso!

Macchine Operatrici (cambiano l'energia del fluido)

• Pompe



Scriviamo il I Principio:

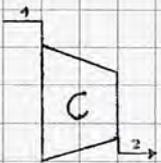
$$\dot{m}_1 h_1 + \dot{Q} = \dot{m}_2 h_2 + \dot{L} \Rightarrow \dot{L} = -\dot{m} (h_2 - h_1) \Rightarrow \dot{L} = -\dot{m} \Delta h \quad (\text{formula molto usata})$$



simboli; indica il verso del fluido

Ricordiamo che il moto di un fluido è sempre legato a una ΔP ; pur essendo spesso trascurabile rispetto alla pressione media del fluido è sempre presente!

• Compressori: se il fluido è comprimibile; comprime l'aria per metterla in movimento



Il simbolo è trapezoidale perché al passaggio nella macchina il volume specifico del fluido diminuisce.

La relazione fondamentale è sempre $\dot{L} = -\dot{m} \Delta h$

Il ventilatore è un particolare tipo di compressore che genera una ΔP molto piccola, sufficiente a muovere il fluido.

• Osservazione: Tipicamente, nelle macchine a fluido operatrici la pressione aumenta: $P_2 > P_1$

Macchine Motrici (ricevono energia dal fluido per trasformarla in potenza meccanica/elettrica)

• Turbina: provoca una diminuzione dell'energia del fluido per trasformarla in potenza meccanica.

Il volume specifico aumenta, il simbolo non varia tra fluido comprimibile e incompressibile ed è logicamente inverso al simbolo del compressore.

Vale sempre la relazione $\dot{L} = -\dot{m} \Delta h$

Esempi: mulino ad acqua/vento, turbina petrol (idroelettrica su colonne d'acqua alta 3 km e un ugello alla base che vi spruzza acqua ad altissima pressione. Altre turbine funzionano su alta portata e bassa pressione, con pale più grandi.

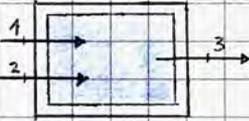
Le turbine vengono anche impiegate nei motori a reazione (abbinati a un compressore), centrali turbo gas e turbocompressori

Osservazione: Tipicamente, nelle macchine a fluido motrici la pressione diminuisce: $P_2 < P_1$

Scambiatori di Calore

In prima approssimazione si considera $\dot{L} = 0$; esistono di due tipologie:

• Scambiatori a Miscela



Ritenuti adiabatici verso l'esterno, prevedono uno scambio di calore solo tra le due correnti entranti di fluido; sono sistemi aperti a più ingressi e più uscite e prevedono solitamente l'utilizzo della stessa sostanza come fluido.
Un esempio è il miscelatore dei rubinetti d'acqua.

Il bilancio di massa va sempre associato al bilancio di energia: $\dot{m}_1 + \dot{m}_2 = \dot{m}_3$

Scriviamo il I Principio: $\dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2 + \dot{Q} = \dot{m}_3 h_3 + \dot{L}$
↳ potenza termica scambiata CON L'ESTERNO

• Scambiatori a Superficie: non si mescolano i fluidi



Si può scrivere il bilancio di massa come $\dot{m}_1 + \dot{m}_3 = \dot{m}_2 + \dot{m}_4$, ma sappiamo che $\dot{m}_1 = \dot{m}_2$ e $\dot{m}_3 = \dot{m}_4$ perché i fluidi non si mescolano!

Considerando l'intero sistema, il bilancio di energia è: $\dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_3 h_3 = \dot{m}_2 h_2 + \dot{m}_4 h_4$

È però possibile considerare anche il bilancio di una singola corrente:



Supponiamo che la corrente 1 sia a temperatura maggiore della corrente 3, allora esiste un passaggio di calore da 1 a 3:

$$\dot{m}_1 h_1 = \dot{m}_2 h_2 + \dot{Q}$$

$$\dot{m}_3 h_3 + \dot{Q} = \dot{m}_4 h_4$$

I tre bilanci NON sono linearmente indipendenti; con due delle tre equazioni si ottengono tutte le grandezze.

Il primo principio può essere scritto tenendo conto di ingresso/uscita e inserendo tutte le quantità in ingresso al primo membro e quelle in uscita al secondo membro; in questo caso le singole grandezze potrebbero cambiare segno; ricavando \dot{Q} dalla prima equazione esso risulterebbe positivo! In questi casi il segno va imposto alla fine.

Un'altra ipotesi di prima approssimazione frequente è che P sia costante nella singola corrente; come detto precedentemente in realtà la AP è al più trascurabile, ma MAI NULLA!

Regolatori (valvole)

Sono dispositivi supposti adiabatici e che non scambiano potenza meccanica: $\dot{Q} = \dot{L} = 0$ (sempre)



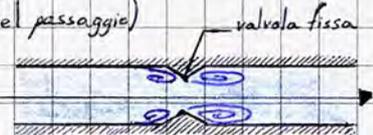
Esempi di valvola: • Fissa: strozzatura di un tubo
• Modulante: rubinetto (varia l'apertura del passaggio)



Le valvole implicano una riduzione di pressione: $P_2 < P_1$

Applichiamo il I principio: $\dot{m}_1 h_1 + \dot{Q} = \dot{m}_2 h_2 + \dot{L} \Rightarrow h_1 = h_2$: le due superfici virtuali devono essere abbastanza distanti dalla valvola, in modo tale che $v_{in} = v_{out}$ e $\Delta E_p = 0 \Rightarrow$ sono trascurabili i termini cinetici e potenziali

La trasformazione però NON è isoentalpica: non è quasi statica né reversibile; non c'è equilibrio ma ci sono dei moti vorticosi che dissipano energia quantomeno cinetica.



Trasporto di materia (umidificatori/deumidificatori): Applicati solo nell'ipotesi di aria umida, saranno approfonditi in seguito.

Osservazione: Il Primo Principio della Termodinamica non si occupa di ciò che avviene ALL'INTERNO del sistema: valuta l'energia in ingresso e quella in uscita - se c'è differenza sono presenti accumulo o generazione non nulli - ma **NON TIENE CONTO DELLE TRASFORMAZIONI IN ATTO**, non fornendo ad esempio alcuna indicazione sull'equilibrio a cui tende un sistema o sulle modalità di trasmissione del calore, non restituisce alcuna informazione sul verso delle trasformazioni spontanee.

Secondo Principio della Termodinamica: Formulazione che segue da diversi enunciati, detta assioma perché inizialmente trattava di fenomeni evidenti ma non dimostrabili.

- Enunciato di Clausius: il Calore si trasmette spontaneamente da un oggetto a temperatura maggiore a un oggetto a temperatura minore.
- Enunciato di Kelvin-Planck: La conversione da Calore a Lavoro non trasforma mai il 100% dell'energia, quella da Lavoro a Calore sì.

Possiamo definire una variabile estensiva, funzione di stato, detta **entropia** e indicata con S ; fisicamente fornisce informazioni su ordine e disordine di un sistema ma ciò prescinde dai nostri scopi.

$$dS = \frac{dQ_{\text{reversibile}}}{T} \quad [=] \quad \frac{J}{K} \quad \text{può essere definita solo nel caso di trasformazioni reversibili!}$$

↳ Temperatura ASSOLUTA, non Δ => necessariamente in KELVIN

In termini specifici, $ds = \frac{dq_{\text{rev}}}{T} \quad [=] \quad \frac{J}{kg K}$

Dato un sistema isolato, $\Delta S_{\text{SI}} \geq 0$; l'uguaglianza vale solo per trasformazioni reversibili (non esistono nella realtà).

⚠ Poiché l'universo termodinamico è un sistema isolato, ciò equivale a dire che $\Delta S_{\text{sistema}} + \Delta S_{\text{ambiente}} \geq 0$

Osservazione: Esistono trasformazioni con $\Delta S_{\text{sistema}} < 0$, ma impongono $\Delta S_{\text{ambiente}} \geq |\Delta S_{\text{sistema}}|$

Sistemi di comodo: sistemi che permettono una facile schematizzazione delle trasformazioni

• Serbatoio di Energia Termica (SET)

SET T_{SET}

Può scambiare qualsiasi quantità di calore senza variare la propria temperatura.

$$\Delta S_{\text{SET}} = \frac{Q}{T_{\text{SET}}}$$

I serbatoi si distinguono in sorgenti e pozzi, ma ciò non è particolarmente utile ai nostri scopi.

• Serbatoio di Energia Meccanica (SEM)

SEM

Scambia qualsiasi quantità di energia meccanica.

$$\Delta S_{\text{SEM}} \stackrel{\text{def}}{=} 0$$

non trasforma energia meccanica in calore (e viceversa); esempi sono la molla ideale (energia potenziale elastica), un peso attaccato ad una carrucola (energia potenziale gravitazionale), il volano (massa in rotazione => energia cinetica)

Equazioni di Gibbs: identificano il legame tra l'entropia e le variabili di stato (oltre la temperatura); strutturiamo le equazioni del Primo Principio della Termodinamica per sistemi chiusi:

$$\textcircled{1} du = dq + pdv \Rightarrow du = Tds + pdv \Rightarrow ds = \frac{du}{T} - \frac{p}{T} dv$$

↳ implica una trasformazione reversibile

$$\textcircled{2} dh = dq - vdp \Rightarrow dh = Tds - vdp \Rightarrow ds = \frac{dh}{T} + \frac{v}{T} dp$$

Le equazioni di Gibbs vengono definite nelle ipotesi molto restrittive di trasformazione reversibile e di scambio unicamente di Lavoro di variazione di volume. Essendo però l'entropia una variabile di stato, tali equazioni possono essere applicate in ogni caso: ΔS dipende unicamente dagli stati termodinamici iniziale e finale, non dal "percorso" (e dunque la trasformazione).

unicamente dagli stati termodinamici iniziale e finale, non dal "percorso" (e dunque la trasformazione).

Esempi



Supponiamo $T_1 > T_2$ e ipotizziamo che Q venga trasmesso da T_2 a T_1 ; scriviamo il secondo assioma per il sistema:

$$\Delta S_{SE} = \Delta S_{SET_{T_1}} + \Delta S_{SET_{T_2}} = \frac{Q}{T_1} - \frac{Q}{T_2} = Q \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) < 0$$

IMPOSSIBILE per il Secondo Principio della Termodinamica; l'inverso sì: l'enunciato di Clausius è verificato.



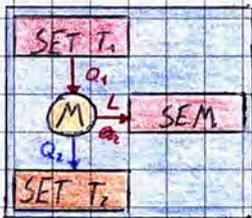
Macchina Termica con ciclo DIRETTO

Considerando un numero intero di cicli nella macchina, $\Delta S_M = 0$. Calcoliamo la variazione di entropia del sistema:

$$\Delta S_{SE} = \Delta S_{SET_{T_1}} + \Delta S_M + \Delta S_{SEM} = -\frac{Q_1}{T_1} + 0 + 0 < 0$$

IMPOSSIBILE: non è possibile trasformare tutto il calore in lavoro.

Consideriamo un secondo SET tale che $T_2 < T_1$



$$\Delta S_{SE} = \Delta S_{SET_{T_1}} + \Delta S_M + \Delta S_{SEM} + \Delta S_{SET_{T_2}} = -\frac{Q_1}{T_1} + 0 + 0 + \frac{Q_2}{T_2}$$

necessariamente ≥ 0

Dunque, necessariamente $-\frac{Q_1}{T_1} \geq -\frac{Q_2}{T_2} \Rightarrow 1 - \frac{Q_1}{T_1} \geq 1 - \frac{Q_2}{T_2}$

Ovviamente $Q_2 \neq Q_1$, altrimenti per il I principio $L = 0$!

moltiplicando per T_2 e dividendo per Q_1 , otteniamo $1 - \frac{T_2}{T_1} \geq 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$, ovvero $\eta_M \leq 1 - \frac{T_2}{T_1} = \eta_c$ rendimento di Carnot

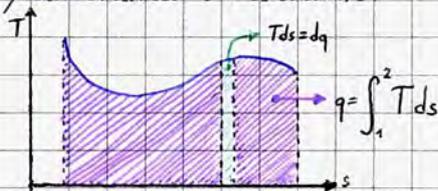
Esercizi

Le turbine a reazione lavorano a circa $1200^\circ C$; consideriamo una temperatura ambientale di $30^\circ C$. Calcoliamo il rendimento (ideale) di Carnot:

$$\eta_c = 1 - \frac{300}{1500} = 0,8 \text{ rendimento TEORICO (in Kelvin)}$$

I motori delle auto hanno rendimento 0,33, ma vengono preferiti ai motori a turbina perché sono elastici: un motore a turbina è progettato per lavorare a regime, senza ingenti variazioni di giri al secondo in tempi ridotti.

Oltre al piano di Clapperton, un altro piano termodinamico molto usato è il piano di Gibbs, definito dagli assi di entropia specifica e temperatura assoluta. Ne segue che, per essere rappresentata nel piano di Gibbs, una trasformazione deve essere quasi statica e reversibile.

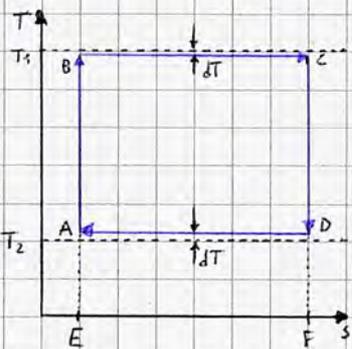
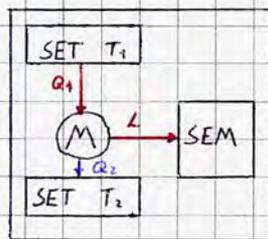


Dunque, nel piano di Gibbs l'area sotto la curva della trasformazione rappresenta il calore specifico scambiato; $dq > 0$ se la trasformazione procede nel verso delle s crescente, dunque il calore è entrante nel sistema.

Ciclo di Carnot

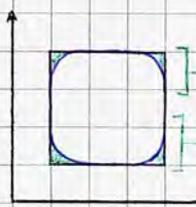
È un ciclo che evolve tra due isoterme.

Sapendo che uno scambio termico non è mai reversibile, per poterlo far avvenire senza generazione di entropia bisogna considerare variazioni infinitesime di temperatura; ne segue che la trasformazione in cui il ciclo assorbe o cede energia è una isoterma che differisce di un dT dalla temperatura del SET; le altre trasformazioni non possono avere scambio di calore (altrimenti non ci sarebbe variazione infinitesima di temperatura) e devono dunque essere adiabatiche e reversibili, ovvero trasformazioni isentropiche.



Anche se il ciclo è diretto esiste SEMPRE una trasformazione che riceve lavoro dall'esterno; è in entità minore del calore ceduto.

Calcoliamo $\eta_c = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}$ $Q_2 = \text{area (ADEF)}$ $\Rightarrow \eta_c = 1 - \frac{|T_2 \Delta S_{FE}|}{T_1 \Delta S_{FE}} \Rightarrow \eta_c = 1 - \frac{T_2}{T_1}$



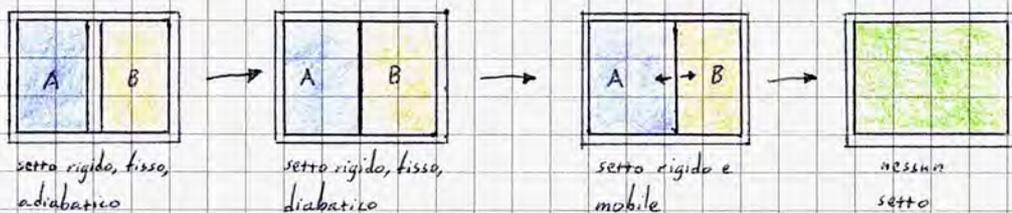
Osservazione: Qualsiasi ciclo che opera tra le stesse temperature del ciclo di Carnot ha un rendimento sempre minore di quello del ciclo di Carnot stesso.

riceve più energia dal SET T_1
cede più calore al SET T_2 $\rightarrow \eta < \eta_c$

Ovviamente l'asserto non vale se i due cicli lavorano tra temperature estreme diverse.

Osservazione: Tra le condizioni di equilibrio spontaneo in un sistema ammissibili per il I Principio della Termodinamica, quella che avviene è quella cui compete la massima variazione di entropia.

Esempio:



Nel procedere dalla prima alla quarta condizione di equilibrio si raggiunge la massima entropia raggiungibile dal sistema con i vincoli che ha.

Consideriamo un Sistema Aperto in condizioni di regime permanente:



Scrivendo il I principio della termodinamica in termini di entropia, osserviamo che deve logicamente essere considerata una generazione di entropia, dovuta essenzialmente a 2 fattori:

- Flussi termici: il calore entrante implica un aumento di entropia; a seconda del verso del flusso termico può determinare una variazione di entropia ≈ 0 .

- Effetti dissipativi: dovuti a forze di attrito ed altri effetti, implicano SEMPRE un aumento di entropia nel sistema.

La relazione dunque è: $\dot{m}_1 s_1 dQ + \underbrace{\dot{S}_{flussi termici} dQ}_{\approx 0} + \underbrace{\dot{S}_{effetti dissipativi} dQ}_{> 0} = \dot{m}_2 dQ$
 \dot{S}_{gen} GENERAZIONE

I bilanci di entropia prevedono una generazione!

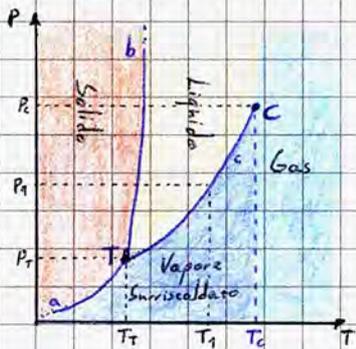
Da ciò segue che $\dot{S}_{gen} = \dot{m}(s_2 - s_1)$

⚠ Se si volesse valutare la generazione di entropia dovuta unicamente a fenomeni dissipativi i calcoli sarebbero molto più complessi: oltre agli attriti esistono dei fenomeni la cui schematizzazione richiede ingente impegno computazionale!

Equazioni Costitutive

A differenza dei bilanci di energia, non hanno origine teorica ma sperimentale: sono relazioni definite da correlazioni ed interpolazioni di dati sperimentali.

Una qualsiasi sostanza pura può essere rappresentata in un piano T-P, avente mera funzione didattica poiché non permette un'immediata valutazione dei processi che avvengono in un passaggio di fase.



Una qualsiasi sostanza può essere presente in più stati di aggregazione. Nella Termodinamica classica ne sono considerati 3; le trasformazioni di una sostanza nel passaggio da uno stato ad un altro sono dette passaggi di fase.



In fisica esistono altri stati della materia, come il plasma (che compone il 99% dell'universo) o lo stato gelatinoso.

Nel diagramma T-P sono riportati i 3 stati della materia, separati dalle curve in cui avviene il passaggio di stato. Esiste un'unica condizione in cui esistono contemporaneamente le 3 fasi di una sostanza in equilibrio tra loro; viene definita come punto triplo (T).

Le tre curve che partono dal punto triplo sono:

- Curva della sublimazione (a)
- Curva della fusione (b)
- Curva dell'evaporazione (c)

Le prime due curve non sono limitate poiché con la strumentazione odierna non è possibile effettuare valutazioni sperimentali su valori estremi di temperatura/pressione.

Il punto C, punto finale della curva dell'evaporazione, è detto punto critico, caratteristico di ogni sostanza e che rappresenta la condizione a partire

dalla quale non è più presente alcuna fase liquida; se $T > T_C$ a prescindere dalla compressione isoterma effettuata non avverrà alcun passaggio di fase; al più si ottiene un aeriforme molto denso.

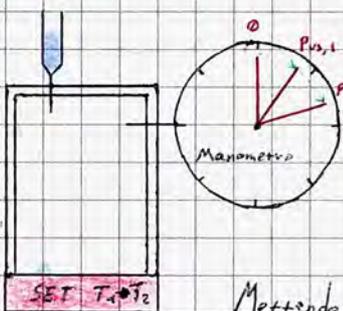
In un passaggio di fase, temperatura e pressione restano costanti: qualunque punto su una curva di passaggio di stato rappresenta un fenomeno in cui lo stato termodinamico complessivo varia; in altri diagrammi a tali punti corrisponderebbero dei segmenti.

Come definito nello schema, una prima classificazione degli aeriformi in base alla temperatura definisce:

- Gas: $T > T_C$
- Vapore surriscaldato: $T < T_C$

Nelle nostre applicazioni parleremo di H_2O , ma il discorso fatto vale per ogni sostanza.

Esempio



Consideriamo un sistema a contatto con un SET a temperatura T_1 , cui sono collegati una siringa con acqua ed un manometro.

Supponiamo di praticare il vuoto nel sistema; insufflando lentamente l'acqua nel sistema essa si vaporizzerà incrementando la pressione del sistema.

Non appena la prima goccia di H_2O arriva sul fondo, l'incremento di pressione si arresterà ed il manometro registrerà un valore $P_{vs,1}$ costante.

Mettendo il sistema (nuovamente vuoto) a contatto con un SET a temperatura $T_2 > T_1$, si osserva che la pressione si attesterà ad un valore maggiore di $P_{vs,1}$: $P_{vs,2} > P_{vs,1}$

Ne segue che, a parità di volume, $P_{vs} = f(T_{SET})$

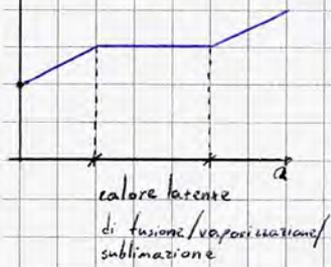
La grandezza P_{vs} si definisce pressione di saturazione del vapore, coincidente in uno stato di equilibrio con la tensione di vapore del liquido; i due fenomeni rappresentano la tendenza al passaggio di stato delle due fasi presenti; quando sono in equilibrio, detta condizione è dinamica: il numero di moli che effettuano un passaggio di stato e il passaggio inverso coincidono.

La misura della P_{vs} è dunque spesso usata in riferimento alla Tensione di vapore; le grandezze dipendono dalla sostanza e dalla temperatura; gli stati di equilibrio si trovano sulla curva c del diagramma.

Esistono anche sostanze con elevate tensioni di vapore solido!

Ovviamente le misure vengono attuate solo una volta raggiunto l'equilibrio!

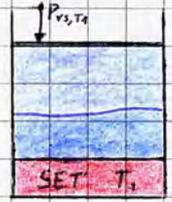
Consideriamo una massa di H_2O avente temperatura T all'istante $t_0 = 0$ cui viene fornita calore costante; arrivata a $100^\circ C$ il calore continua ad essere fornito ma $\Delta T = 0$ in quanto ci si trova in un passaggio di fase, supponendo che il sistema sia un sistema pistone-cilindro (pressione costante), una volta terminato il passaggio di fase la temperatura cresce nuovamente con linearità. Ciò vale in ogni passaggio di fase.



osservazione: se le due fasi sono in equilibrio, $P_{vs} = P_E$ linea TC.

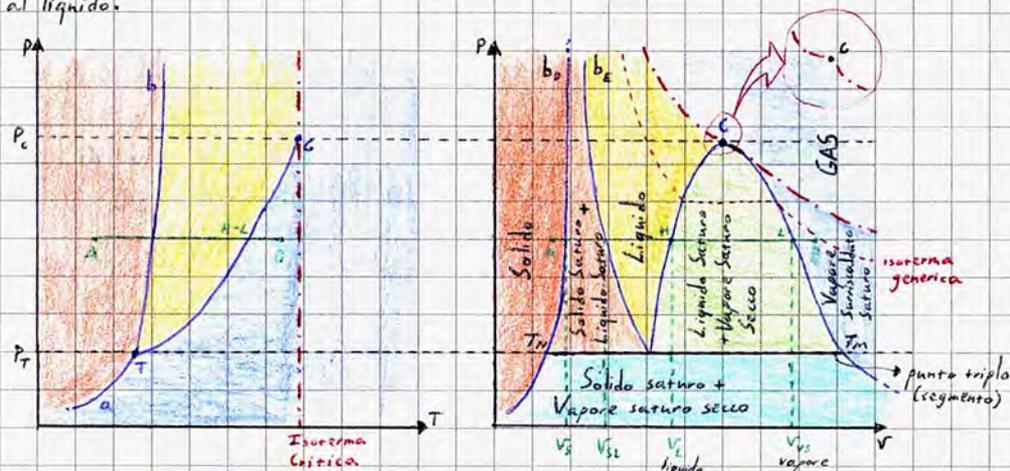
Consideriamo ora un sistema a pressione costante con all'interno una sostanza pura in equilibrio col suo vapore.

- Aggiungendo un dm sul pistone si provoca un dp positivo che porta alla totale condensazione del vapore.
- Se si rimuove un dm dal pistone si provoca un dp negativo che porta alla totale evaporazione del liquido.



La scala delle pressioni misurate sperimentalmente varia tra 10^{-9} e 10^6 bar; le curve rappresentate nel diagramma PT però sono spesso logaritmiche; il diagramma è utile solo per misurazioni intorno al punto triplo; negli altri casi ha solo utilità didattica.

Ad eccezione del ghiaccio I (che si forma a pressione atmosferica ed ha proprietà diverse dal ghiaccio II e ghiaccio III), le sostanze pure allo stato solido hanno densità maggiore che in fase liquida a parità di temperatura (ciò implica che il volume specifico della fase solida è minore di quello della fase liquida). Lo stesso discorso vale tra fase liquida ed aeriforme, ma l'aumento di volume specifico è di almeno 3 ordini di grandezza rispetto al liquido.



Più frequentemente nell'analisi degli stati di aggregazione della materia ci si riferisce ad un diagramma P-v, T-S (o, nel caso di stati trigravitari e centrali a vapore, h-s, detto diagramma di Mollier), o P-h (molto usato per esperimenti e cicli frigoriferi).

Occorre definire nuovi elementi: al punto triplo corrisponde il segmento $T_N - T_m$; la curva b è suddivisa nelle curve b_0 (curva del solido saturo) e b_E (curva del liquido saturo), che delimitano una fascia che rappresenta il passaggio di fase. Il termine saturo si riferisce all'equilibrio di una fase con un'altra; le isoterme seguono paraboliche curve che tendono verso un'iperbole equilatera

oltre il punto critico, mentre restano orizzontali nei passaggi di fase (ad esempio sotto la curva a campana).

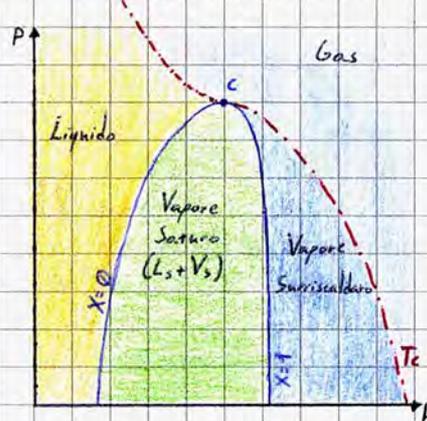
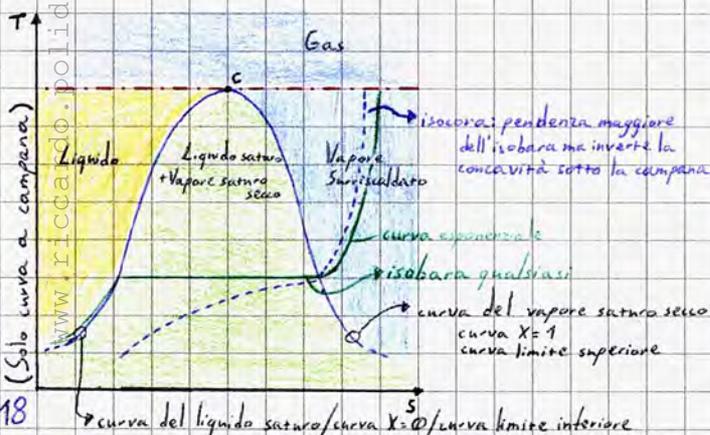
Lo stato della materia sotto la curva a campana è detto vapore saturo, costituito da liquido saturo e vapore saturo secco in equilibrio.

Osservazione: Per individuare un particolare stato sotto la curva a campana non è sufficiente conoscerne pressione e temperatura poiché sono entrambe costanti e dipendenti: l'una dall'altra nei passaggi di fase; si introduce una nuova grandezza, detta titolo del vapore e valida solo per una sostanza pura:

$$X = \frac{m_{\text{vapore saturo}}}{m_{\text{tot}}} = 0 \div 1 \quad \text{numero adimensionale}$$

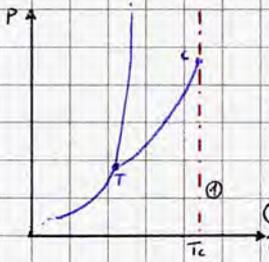
\downarrow
 $m_{\text{tot}} = m_{\text{vs}} + m_{\text{liquido}}$

È possibile costruire delle isoritole nel diagramma, dividendo più passaggi di fase sotto la curva a campana in parti uguali; dividendo li in 10 parti uguali ad esempio è possibile costruire le isoritole $(0,1; 0,2; \dots; 0,9; 1)$.



Ogni esperimento è caratterizzato da errori sperimentali che implicano la necessità di approssimare le grandezze misurate - esiste un dibattito filosofico tra l'ipotesi deterministica secondo cui gli strumenti si avvicinano alla misura esatta all'aumentare della loro precisione e l'ipotesi quantistica che ritiene che una qualsiasi grandezza fisica non sia mai fissa, ma oscilla attorno ad un valore - a causa degli strumenti di misura impiegati; da più dati sperimentali si ottiene una nuvola di punti su un diagramma che, con la regola dei minimi quadrati (scarto quadratico medio), permettono un'eventuale schematizzazione dei fenomeni con modelli matematici.

Gas: il loro comportamento non è omogeneo ma varia a seconda delle condizioni di temperatura e pressione in cui si trovano; l'unica proprietà comune è quella di non liquefare mai in una compressione isoterma:



①: Comportamento simile ad un vapore surriscaldato, ma non liquefa

②: Sottoinsieme limitato di gas, detto dei gas perfetti, in condizioni di pressione non elevata e temperatura mediamente elevata rispetto alla temperatura critica; saranno la principale tipologia di gas che considereremo in quanto schematizzano efficacemente i fluidi trattati: l'aria è una miscela di gas prevalentemente in condizioni di gas perfetti. (ovvero a densità $< 15 \text{ kg/m}^3$ a 0°C ; esiste anche una definizione meno rigorosa che richiede la condizione di avere pressione non superiore a 10 bar a

temperatura ambiente, ma alcuni gas hanno intervalli più o meno ampi); di fatti l'aria a temperatura ambiente ha densità pari a circa $1,2 \text{ kg/m}^3$.

L'ipotesi dei gas perfetti deriva dal fatto che le molecole che compongono il gas sono abbastanza lontane tra loro da non interferire l'una con l'altra salvo se avvengono urti; aumentando la pressione ad esempio le molecole si avvicinano tra loro ed instaurano interazioni (campi elettrici, variazioni di energia...), rendendo l'equazione costitutiva più rispondente alla descrizione dei fenomeni in prima approssimazione l'equazione di Van der Waals, in cui intervengono diverse grandezze fisiche.

Grazie al contributo sperimentale di Boyle, Gay-Lussac, Lavoisier è stato possibile definire l'equazione di stato dei gas perfetti:

$$pV = nR_0T$$

R_0 costante universale dei gas = $8,31 \frac{\text{kJ}}{\text{kmol} \cdot \text{K}} \left[\frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \right]$
 n numero di moli
 (unità di massa: quantità di materia che contiene un numero di particelle elementari pari al numero di Avogadro)
 V Volume molare

Nella pratica tecnica si preferisce considerare l'equazione in unità di massa:

$$pV = mRT$$

bisogna però introdurre la massa atomica/molecolare nell'equazione; si considera R come una costante non più universale, ma dipendente dal singolo gas; moltiplicando e dividendo per la massa molecolare la prima equazione infatti:

te non più universale, ma dipendente dal singolo gas; moltiplicando e dividendo per la massa molecolare la prima equazione infatti:

$$PV = \frac{m}{M} R_0 T \Rightarrow PV = m \frac{R_0}{M} T \Rightarrow PV = mRT \Rightarrow R = \frac{R_0}{M} \text{ (tabellato)}$$

• O_2 : globalmente NEUTRA



• CO_2 gli elettroni di legame gravitano più sull'ossigeno; il centro delle cariche negative coincide col centro delle cariche positive e dunque la molecola è neutra; ad alta pressione però nasce un'attrazione tra l' O_2 neutro e la CO_2 , disponendo C verso O.

• H_2O : è SEMPRE un dipolo.

Il vapore d'acqua dunque NON PUÒ MAI ESSERE CONSIDERATO UN GAS PERFETTO \Rightarrow non è possibile applicare l'equazione di stato dei gas perfetti!! \triangle

Il vapore d'acqua dunque NON PUÒ MAI ESSERE CONSIDERATO UN GAS PERFETTO \Rightarrow non è possibile applicare l'equazione di stato dei gas perfetti!! \triangle

In termini specifici, $pV = RT$ (equazione molto usata!)

Abbiamo ora gli strumenti per descrivere trasformazioni quasi statiche Isobara, Isoterma, Isobara:

• **Isocora**

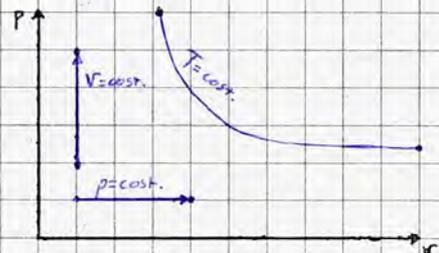
$V = \text{cost.}$, dall'equazione di stato dei gas perfetti otteniamo $p_1V_1 = RT_1 \Rightarrow p_2V_2 = RT_2 \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$

• **Isobara**

$p = \text{cost.}$, da un analogo ragionamento risulta $\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$

• **Isoterma**

$T = \text{cost.} \Rightarrow p_2V_2 = p_1V_1 \Rightarrow pV = \text{cost.}$ il diagramma è una iperbole equilatera!



Particolarità dei gas perfetti:

- $U = U(T)$
 - $H = H(T)$
 - $S = S(p, T)$ resta in funzione di 2 variabili
 - $c_p = c_p(T)$ $\frac{dq}{dT} = \frac{dh}{dT} \Rightarrow$ è in funzione di T
 - $c_v = c_v(T)$ $\frac{dq}{dT} = \frac{du}{dT}$
- dipendono SOLO dalla temperatura
 Solitamente in una sostanza pura le variabili di stato sono sempre in funzione di 2 variabili (es: $U = U(p, T)$)
 Non c'è però variabilità ELEVATA

Particolarità dei gas più che perfetti (+perfetti)

- $U = U(T)$
 - $H = H(T)$
 - $S = S(p, T)$
 - $c_p = \text{cost.} \Rightarrow \Delta U = m \int_{T_1}^{T_2} c_v dT = m c_v (T_2 - T_1)$
 - $c_v = \text{cost.} \Rightarrow \Delta H = m \int_{T_1}^{T_2} c_p dT = m c_p (T_2 - T_1)$
- Particolari gas, l'ipotesi discende dalla variabilità non elevata dei calori specifici

In un gas perfetto solitamente $c_p = c_{p0} + A \cdot T + B \cdot T^2 + C \cdot T^3 + D \cdot T^4 \Rightarrow$ l'integrale è più complesso.

$\Delta c_v \Leftrightarrow \Delta U$
 $c_p \Leftrightarrow \Delta H$

In un gas perfetto vale la relazione di Mayer: $c_p - c_v = R$

Da ciò discende una costante senza nome dipendente dalla molarità della sostanza: $k = \frac{c_p}{c_v} > 1$

- monatomici (gas nobili): 1,66
 - biatomici (più usati): 1,40
 - triatomici (CO_2): 1,28
 - (con piccole Δ sperimentali)

Grazie a queste particolari relazioni possiamo valutare ΔS in altri termini: partiamo dalle equazioni di Gibbs:

- $ds = \frac{du}{T} + p \frac{dv}{T}$
- $ds = \frac{dh}{T} - v \frac{dp}{T}$

Ricordiamo che entrambe le equazioni sono generalmente valide perché ricavate dal primo e dal secondo principio della Termodinamica

Avremo prevalentemente applicazioni pratiche legate ai gas più che perfetti, ma le seguenti elaborazioni valgono anche nell'ipotesi di gas perfetti:

Dalla prima equazione, $ds = \frac{c_v dT}{T} + \frac{R dv}{v}$ temperatura e volume specifico sono variabili indipendenti

$du = c_v dT$ * $p v = R T \Rightarrow \frac{p}{T} = \frac{R}{v}$ (Gas Perfetti!)

Dalla seconda, $ds = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p}$ ragionamenti analoghi

osservazione: $p v = R T \xrightarrow{\text{differenziando}} p dv + v dp = R dT \xrightarrow{\text{dividendo per l'eq. stato dei gas perfetti}} \frac{p dv + v dp}{p v} = \frac{R dT}{R T} \Rightarrow \frac{dv}{v} + \frac{dp}{p} = \frac{dT}{T}$

Grazie a questa relazione, è possibile ottenere una terza equazione per valutare ds :

(*) $ds = c_v \frac{dv}{v} + c_v \frac{dp}{p} + R \frac{dv}{v} \Rightarrow ds = c_v \frac{dp}{p} + (c_v + R) \frac{dv}{v} \Rightarrow ds = c_v \frac{dp}{p} + c_p \frac{dv}{v}$ Relazione di Mayer

- ① $ds = c_v \frac{dT}{T} + \frac{R dv}{v}$

② $ds = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p}$

③ $ds = c_v \frac{dp}{p} + c_p \frac{dv}{v}$

Le tre equazioni derivano dalle equazioni di Gibbs e dall'equazione di stato dei gas perfetti. A causa della seconda condizione, esse sono applicabili **UNICAMENTE** in presenza di gas perfetti.

Nei gas più che perfetti possiamo integrare le relazioni, ottenendo:

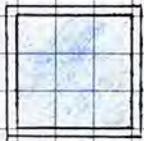
- ① $\Delta s = c_v \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + R \ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right)$
- ② $\Delta s = c_p \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - R \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right)$
- ③ $\Delta s = c_v \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right) + c_p \ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right)$

Spesso nei nostri studi si tratta con trasformazioni reversibili, in cui $\Delta S = 0$; attraverso le tre equazioni appena determinate, ricordando che $k = c_p/c_v$ possiamo determinare una variabile termodinamica in un certo stato nota un'altra variabile dello stesso stato e entrambe le grandezze in un altro stato termodinamico; infatti:

- ① $T v^{k-1} = \text{costante}$
- ② $T/p^{(k-1)/k} = \text{costante}$
- ③ $p \cdot v^k = \text{costante}$

Trasformazioni

• Sistema Isolato



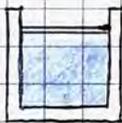
$$\begin{aligned} \Delta U &= Q - L \quad (\text{Sist. Chiuso}) \\ Q &= L = 0 \quad (\text{Sist. Isolato}) \end{aligned} \Rightarrow \Delta U = 0$$

In un gas perfetto, $U = U(T)$; in particolare, in un gas più che perfetto $\Delta U = m c_v \Delta T$. Da entrambe le condizioni si osserva che $\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta T = 0$

Nei gas ad alta pressione, detti gas reali, l'energia interna dipende da due variabili; l'asserito non è più valido.

• Trasformazione Adiabatica (non necessariamente reversibile)

• SC



$$\begin{aligned} \Delta U &= Q - L \\ Q &= 0 \end{aligned} \Rightarrow L = -\Delta U \Rightarrow L = -m c_v \Delta T \quad \text{in gas più che perfetto}$$

• SA 1IN, 1OUT in ipotesi di regime permanente e trascurabilità dei termini cinetici e potenziali:

$$\begin{aligned} m h_1 + \dot{Q} &= m h_2 + \dot{L} \\ \dot{Q} &= 0 \end{aligned} \Rightarrow \dot{L} = -m \Delta h \xrightarrow{\text{gas più che perfetto}} \dot{L} = -m (c_p \Delta T)$$

⚠ Oltre a quanto detto in precedenza, confondersi tra c_p e c_v in questi casi equivale a confondersi tra sistemi chiusi e sistemi aperti!

• Trasformazione Adiabatica REVERSIBILE ($\Delta S = 0$)

• SC

$$\begin{aligned} \Delta U &= Q - L \\ Q &= 0 \end{aligned} \Rightarrow L = -\Delta U \stackrel{\text{rev.}}{=} -m c_v \Delta T; \text{ essendo } \Delta S = 0 \text{ possiamo scrivere } L \text{ come integrale dell'equazione della trasformazione.}$$

Supponiamo $L = L_{uv}$:

$$dL = p dv \Rightarrow L = m \int dL = m \int p dv = m \int \frac{p_1 v_1^k}{v^k} dv; \quad \Delta S = 0 \Rightarrow p v^k = \text{cost.} = p_1 v_1^k$$

$$L = m (p_1 v_1^k) \int \frac{dv}{v^k} \Rightarrow L = m \frac{p_1 v_1}{k-1} \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} \right] = m \frac{p_1 v_1}{k-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]$$

stato termodinamico noto
 $p = \frac{p_1 v_1^k}{v^k}$
 $p v^k = \text{cost.}$

• SA 1IN, 1OUT, in ipotesi di regime permanente e trascurabilità di termini cinetici e potenziali

$$\begin{aligned} m h_1 + \dot{Q} &= m h_2 + \dot{L} \\ \dot{Q} &= 0 \end{aligned} \Rightarrow \dot{L} = -m c_p \Delta T \quad \text{non essendovi } L_{uv}, \text{ in generale } dL = -v dp$$

Da ragionamenti analoghi al caso precedente risulta $\dot{L} = \frac{k}{k-1} m p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} \right] = \frac{k}{k-1} m p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]$

Trasformazione Isocora

Nelle applicazioni di questo corso saranno più frequenti i calcoli con le pressioni rispetto a quelli con i volumi.

$$V = \text{cost.} \\ pV = RT \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

• S.C.

$L_{UV} = 0$; supponiamo che tutto il lavoro scambiato sia lavoro di variazione di volume

$$\Delta U = Q - L \Rightarrow \Delta U = Q = m c_v \Delta T$$

• S.A. 1 IN, 1 OUT in ipotesi di regime permanente e trascurabilità dei termini cinetici e potenziali

Supponiamo che $L = -\int m v r dp$ (assunto);

$$-\int m v r dp = m v r \int -dp = m v r (p_1 - p_2) \Rightarrow L = -m v r \Delta p = -m R \Delta T$$

Questa relazione sarà particolarmente utile con fluidi incomprimibili (liquidi), in cui la potenza meccanica da scambiare per mettere il fluido in movimento è funzione della variazione di pressione da dover superare.

Trasformazione Isobara

$$p = \text{cost.} \\ pV = RT \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

$$\bullet \text{ S.C.: } \Delta U = Q - L \\ L = \int p dV = p \Delta V$$



Se il lavoro scambiato è unicamente di variazione di volume,

$$U_2 - U_1 = Q - p(V_2 - V_1) \Rightarrow (U_2 + pV_2) - (U_1 + pV_1) = Q \Rightarrow Q = \Delta H = m c_p \Delta T$$

L

⚠ È l'unico sistema chiuso in cui si considera l'entalpia; gli altri sfruttano l'energia interna!

• S.A. 1 IN, 1 OUT in ipotesi di regime permanente e trascurabilità dei termini cinetici e potenziali

$$m h_1 + \dot{Q} = m h_2 + L \quad \text{non è possibile alcuna semplificazione}$$

Trasformazione Isoterma

$$T = \text{cost.} \\ pV = RT \Rightarrow p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$$\bullet \text{ S.C. } T_2 = T_1 \Rightarrow U_2 = U_1 \Rightarrow \Delta U = 0$$

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q = L = m \int p dV = m \int \frac{RT}{V} dV = m RT \int \frac{dV}{V} \Rightarrow Q = L = m RT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = m RT \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$$

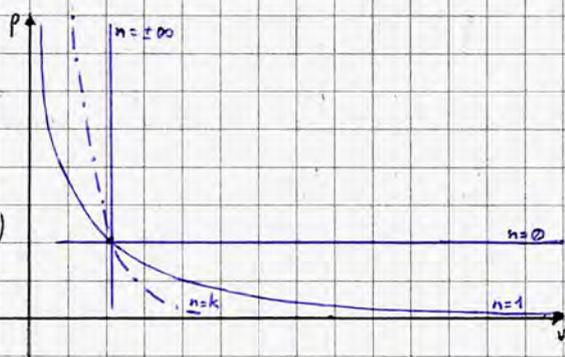
• S.A. 1 IN, 1 OUT in ipotesi di regime permanente e trascurabilità dei termini cinetici e potenziali

$$\dot{Q} = \dot{L} = m RT \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = m RT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad \text{poiché } \Delta h = 0$$

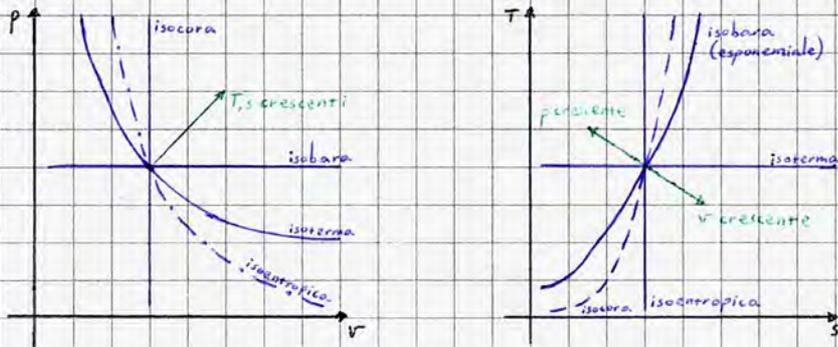
Tutte le trasformazioni elencate possono essere rappresentate in un'unica relazione, detta **politropica**, non particolarmente utile per studi applicativi ma molto utilizzata per studi sui gas:

$$pV^n = \text{costante}$$

- $n=1$ isoterma (iperbole equilatera)
- $n=0$ isobara
- $n=\pm\infty$ isocora
- $n=k$ isentropica (adiabatica reversibile)



La rappresentazione grafica qualitativa può essere molto utile nella risoluzione dei problemi, poiché permettono efficaci valutazioni preliminari sul procedimento.



Rappresentazione delle curve delle principali trasformazioni termodinamiche studiate nei piani termodinamici più utilizzati.

Aria Umida: miscela di gas e vapore (si ricorda che un vapore sottoposto a compressione isoterma liqueta, un gas no) con le seguenti proporzioni (approssimate):

Tutti in condizioni di gas perfetti ad eccezione dell' H_2O !	$N_2 \approx 78\%$
	$O_2 \approx 21\%$
	$Ar \approx 1\%$
	$CO_2 \approx 0,03-0,05\% \approx 300-350 \text{ ppm}$
	...

Tipicamente i gas sono misurati in unità volumetriche: in $1m^3$ di aria si hanno 780L di N_2 ... 300-350 cm^3 di CO_2 (1 parte per milione = $1 \mu m^3/m^3$)

L'aria è pressoché una miscela di gas perfetti e H_2O ; può essere considerata come una miscela a due componenti in svariate applicazioni:

- Aria secca (gas perfetti)
- Vapor d'acqua

Occorre definire delle proprietà medie della miscela di gas per determinarne R , ΔU etc. Per farlo, si descrive la composizione della miscela in termini di:

- Frazione molare: $X_i = \frac{n_i}{n}$ rapporto tra il numero di moli della sostanza i -ma e il numero di moli totale
- Frazione massica: $Y_i = \frac{m_i}{m}$

Osservazione: $\sum X_i = 1$; $\sum Y_i = 1$; determinando le frazioni delle $n-1$ componenti la n -ma è determinata; ciò determina un errore troppo elevato (100-200%) se la n -ma componente è tra quelle presenti in quantità minori, dunque per utilizzare detta relazione bisogna lasciare la sostanza più presente per ultima.

Storicamente, le frazioni molari e le percentuali volumetriche venivano determinate nello studio dei gas misurando il volume occupato inizialmente dal gas per poi metterlo a contatto con una sostanza che cattura una delle componenti da misurare (ad esempio la calce per misurare la CO_2) per poi misurare nuovamente il volume specifico.

$$pV = m \left[\begin{array}{l} R \\ R_m = \frac{R_0}{M_m} \\ R_m = \sum y_i R_i \end{array} \right] T$$

\rightarrow della miscela
 \rightarrow Massa molecolare media del sistema: $M_m = \sum X_i M_i$
 \rightarrow massa molecolare della sostanza i -ma

In generale, le variazioni di energia interna, entropia ed entalpia del sistema si calcolano come somma delle variazioni omologhe nelle singole componenti:

$$\Delta U_m = \sum_i m_i \Delta u_i \quad ; \quad \Delta U_m = m_m \Delta u_m \Rightarrow \Delta u_m = \frac{1}{m_m} \sum_i m_i \Delta u_i = \sum_i y_i \Delta u_i = \sum_i y_i c_{v,i} \Delta T = \Delta T \sum_i y_i c_{v,i} \Rightarrow \Delta u_m = c_{v,m} \Delta T$$

calore specifico a volume costante della miscela

$$\Delta H_m = \sum_i m_i \Delta h_i \Rightarrow \Delta h_m = c_{p,m} \Delta T \text{ da analoghe valutazioni}$$

$$\Delta S_m = \sum_i m_i \Delta s_i$$

L'aria secca è principalmente biatomica, dunque $k \approx 1,40$

Tutte le osservazioni suddette sono valide se la composizione del sistema non varia (o varia in quantità trascurabili).

Esercizi



Una bombola di 150L contiene O_2 a pressione di 7,50 atm e alla temperatura di 20°C. Calcolare la massa d'ossigeno contenuta nel sistema.

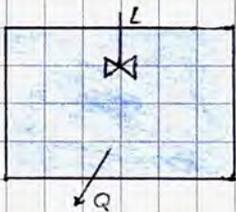
Supponendo che parte dell'ossigeno venga adoperata, provocando una diminuzione della pressione interna a 1,50 atm, calcolare la massa rimanente nel sistema.

Consideriamo l'equazione di stato dei gas perfetti: $pV = mRT \Rightarrow m = \frac{pV}{RT}$

$$m_1 = \frac{7,50 \text{ atm} \cdot 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa/atm} \cdot 150 \text{ L} \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{L}}{259,8 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot (20,0 + 273) \text{ K}} = 1,50 \text{ kg}$$

Dai dati in nostro possesso osserviamo che $t_2 = t_1$; invece di applicare nuovamente l'equazione di stato dei gas perfetti possiamo semplificare i calcoli:

$$\frac{p_2 V}{m_2 RT} = \frac{p_1 V}{m_1 RT} \Rightarrow \frac{p_2}{m_2} = \frac{p_1}{m_1} \Rightarrow m_2 = m_1 \frac{p_2}{p_1} = 0,300 \text{ kg}$$



Un sistema a pareti rigide e fisse in cui è contenuto azoto subisce un lavoro d'elica di 50,0 kJ e contemporaneamente cede calore all'ambiente esterno in quantità pari a 27,6 kcal. Supponendo che il sistema abbia volume pari a 3 m³, una pressione interna di 2,00 atm e una temperatura iniziale di 30,0°C, a che temperatura si troverà l'azoto al termine della trasformazione?

$V = 3 \text{ m}^3$] 1 variabile estensiva nota \rightarrow è possibile determinare ogni grandezza del sistema!
 $p_1 = 2,00 \text{ atm}$] 2 variabili intensive note \Rightarrow stato termodinamico noto
 $t_1 = 30,0^\circ \text{C}$
 $Q = -27,6 \text{ kcal}$
 $L = -50,0 \text{ kJ}$

Essendo in un sistema chiuso, sappiamo che $\Delta U = Q - L \Rightarrow m c_v \Delta T = Q - L \Rightarrow t_2 = \frac{Q - L}{m c_v} + t_1$

$$t_2 = \frac{-27,6 \text{ kcal} \cdot 4,187 \frac{\text{kJ}}{\text{kcal}} + 50,0 \text{ kJ}}{6,76 \text{ kg} \cdot 0,743 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}} + 30,0^\circ \text{C} = -13,1^\circ \text{C} + 30,0^\circ \text{C} = 16,9^\circ \text{C}$$

$$m = \frac{p_1 V}{RT_1} = \frac{2,00 \text{ atm} \cdot 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa/atm} \cdot 3 \text{ m}^3}{296,8 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 303 \text{ K}} = 6,76 \text{ kg}$$

Esercizio

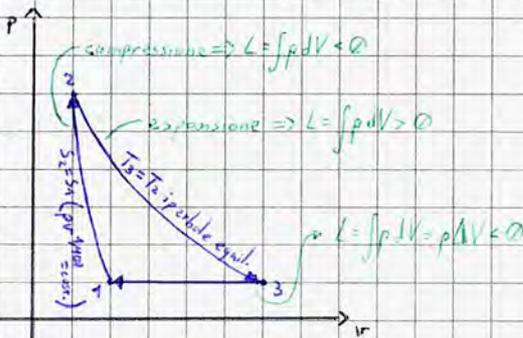
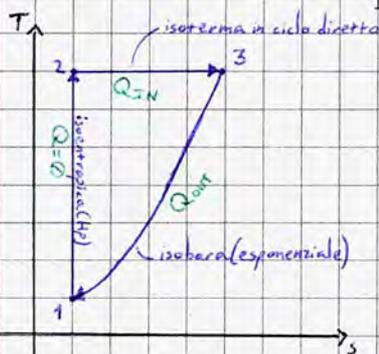
Una massa di 8,50 kg di aria secca in un sistema chiuso compie un ciclo diretto con trasformazioni -nell'ordine- adiabatica reversibile, isoterma, isobara. Sapendo che nello stato iniziale l'aria si trova a temperatura di 10°C e pressione di 1 bar e che nella trasformazione adiabatica la temperatura dell'aria aumenta fino a 90°C, determinare:

- a) p_2 ? b) η ? c) $L_{1,2}$? d) diagramma qualitativo del ciclo nei piani $p-v$ e $T-s$.

È possibile risolvere la richiesta d) a priori; ciò fornisce utili indicazioni nella risoluzione degli altri quesiti.

Dal testo ricaviamo che:

$m = 8,50 \text{ kg aria}$	①	②	③
$\Delta U = Q - L$ (I principio)	$t_1 = 10,0^\circ\text{C}$	$t_2 = 90,0^\circ\text{C}$	$t_3 = t_2$ (isoterma)
$S_2 = S_1$ (isoentropica)	$p_1 = 1,00 \text{ bar}$? a)	$p_3 = p_1$ (isobara)



Dalle ipotesi utilizzate (segnate in blu sui grafici) è stato possibile ricavare informazioni utili e strategiche per la scelta dei procedimenti, come vedremo in particolare nella risoluzione del quesito b).

a) sappiamo che $\Delta S_{1,2} = 0 \Rightarrow \frac{T_1}{p_1^{\frac{k-1}{k}}} = \text{cost.}$

$$\frac{T_2}{p_2^{\frac{k-1}{k}}} = \frac{T_1}{p_1^{\frac{k-1}{k}}} \Rightarrow \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow p_2 = p_1 \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{k}{k-1}} = 1,00 \left(\frac{363\text{K}}{283\text{K}}\right)^{\frac{1,40}{0,40}} = 1,28 \text{ bar} = 2,39 \text{ bar}$$

b) Sappiamo che $\eta = \frac{L}{Q_{IN}} = \frac{\sum L_k}{\sum Q_{IN,k}} = 1 - \frac{|Q_{OUT}|}{Q_{IN}} = 1 - \frac{\sum |Q_{OUT,i}|}{\sum Q_{IN,k}}$. Avendo tracciato i grafici qualitativi sappiamo che conviene utilizzare la formula incentrata sui calori in ingresso e in uscita, poiché la si risolve con il calcolo di due sole grandezze ($Q_{1,2} = 0$) contro il calcolo di 4 grandezze con la formula che considera il lavoro totale. Supponiamo di non essere a conoscenza di questi dati e sviluppiamo entrambe le formule:

Trasformazione adiabatica reversibile: $\Delta U_{1,2} = Q_{1,2} - L_{1,2} \Rightarrow L_{1,2} = \Delta U_{1,2}$
 $Q_{1,2} = 0$

Trasformazione isoterma: $\Delta U_{2,3} = Q_{2,3} - L_{2,3} \Rightarrow Q_{2,3} = L_{2,3}$
 $T_3 = T_2 \Rightarrow U_3 = U_2$

Trasformazione isobara: $\Delta U_{3,1} = Q_{3,1} - L_{3,1} \Rightarrow \Delta H_{3,1} = Q_{3,1}$ non essendovi turbine etc, possiamo supporre che $L = L_{v}$
 $p_3 = p_1$

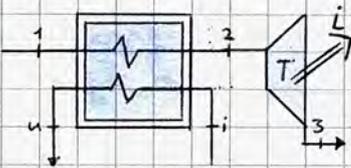
$\eta = \frac{L_{1,2} + L_{2,3} + L_{3,1}}{Q_{2,3}} = 1 - \frac{|Q_{3,1}|}{Q_{2,3}}$ si osserva che la seconda relazione è la più conveniente Q.E.D.
 ↳ $Q_{3,1}$ è OUT poiché $t_1 < t_3$!!
 ↳ nella trasformazione 2,3 p diminuisce e v aumenta; $L > 0 \Rightarrow Q > 0 \Rightarrow Q_{2,3}$ è IN.

$Q_{3,1} = \Delta H_{3,1} \stackrel{\text{gas perf.}}{=} m c_p \Delta T$; $Q_{2,3} = L_{2,3} = m R T_2 \ln\left(\frac{p_2}{p_3}\right)$
 ↳ non abbiamo informazioni su v_2 e v_3 !

$$\eta = 1 - \frac{|m c_p (T_1 - T_3)|}{m R T_2 \ln\left(\frac{p_2}{p_3}\right)} = 1 - \frac{1,01 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} (10,0 - 90,0)^\circ\text{C}}{287 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 10^{-3} \frac{\text{kJ}}{\text{J}} \cdot 363\text{K} \cdot \ln\left(\frac{2,39}{1,00}\right)} = 1 - \frac{90,1}{90,8} = 1 - 0,882 = 0,118 = 11,8\%$$

c) $L_{1,2} = -\Delta U_{1,2} = -m c_v (T_2 - T_1) = -8,50 \cdot 0,717 \cdot 80 = -487 \text{ kJ}$
 ↳ Non è richiesto il lavoro specifico!

Una corrente di elio di portata massica 2300 kg/h attraversa uno scambiatore (nota: se non specificato altrimenti si suppone sempre uno scambiatore di calore a superficie) di calore in cui è presente una corrente di azoto di portata massica 1500 kg/h, per poi espandersi in una turbina, come in figura. Sapendo che $t_1 = 120^\circ\text{C}$, $t_3 = t_1$, $p_3 = 3,00 \text{ bar}$ per l'elio e $t_i = 1300^\circ\text{C}$, $t_u = 700^\circ\text{C}$ per l'azoto, nell'ipotesi di regime permanente e trascurabilità dei termini cinetici e potenziali per il sistema aperto, determinare:



- la potenza meccanica ricevuta dall'elio nell'espansione ($\dot{L}_{2,3}$)
- la temperatura dell'elio all'uscita dello scambiatore (t_2)
- p_2 ; d) grafici qualitativi delle trasformazioni nei piani p,v ; T,s ; e) \dot{V}_1

Come nell'esercizio precedente, dal testo ricaviamo che:

He	t	p	s
1	120°C	?	
(scambio termico)			
2		$= p_1$?
(adiabatica reversibile) cost.			
3	120°C	$3,00 \text{ bar}$	$= s_2$

N ₂	t
i	1300°C
u	700°C

$\dot{m}_{\text{He}} = 2300 \text{ kg/h}$
 $\dot{m}_{\text{N}_2} = 1500 \text{ kg/h}$

Scambiatore di Calore:	
• Adiabatico verso l'esterno	} proprietà CARATTERISTICA dello scambiatore di calore!
• $p_i = p_u$	
• $p_1 = p_2$	

Analogamente, con queste informazioni è possibile risolvere il quesito d), portando ad utili considerazioni per gli altri quesiti.
 ⚠ Ogni diagramma termodinamico può presentare le trasformazioni di un UNICO fluido; in questo caso facciamo una eccezione.



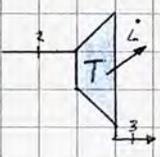
Consideriamo lo scambiatore di calore:

Bilancio di massa:
 $\dot{m}_1 + \dot{m}_i = \dot{m}_2 + \dot{m}_u$
 $\dot{m}_1 = \dot{m}_2$
 $\dot{m}_i = \dot{m}_u$

Bilancio di energia: (trasformazione ISOBARA)

⚠ I diagrammi NON rappresentano cicli!

Consideriamo la turbina (trasformazione ADIABATICA REVERSIBILE)
 Nelle ipotesi sul sistema aperto, essendo la turbina un S.A. a 1 IN, 1 OUT:



$\dot{m}_2 = \dot{m}_3 = \dot{m}$ bil. massa
 $\dot{m}_2 h_2 = \dot{m}_3 h_3 + \dot{L}_{2,3} \Rightarrow \dot{L}_{2,3} = -\dot{m}(h_2 - h_1)$

tot: $\dot{m}_f h_1 + \dot{m}_c h_i = \dot{m}_f h_2 + \dot{m}_c h_u$ (f=freddo, c=caldo)
 He: $\dot{m}_f h_1 + \dot{Q} = \dot{m}_f h_2$
 N₂: $\dot{m}_c h_i + \dot{Q} = \dot{m}_c h_u$
 ↳ il segno di \dot{Q} non è alterato nel calcolo!

Da tutti questi dati possiamo procedere nella determinazione di tutte le richieste.

a) $\dot{L}_{2,3} = -\dot{m}_{2,3}(h_3 - h_2) \xrightarrow{\text{gas+perf.}} \dot{L} = -\dot{m}_{2,3} c_{p,He} (T_3 - T_2)$ occorre sapere t_2 ! (punto b) = $-\frac{2300}{3600} \text{ kg/s} \cdot 5,19 \cdot (-78) = 259 \frac{\text{kJ}}{\text{s}} = 259 \text{ kW}$

b) bilancio totale dello scambiatore: $\dot{m}_{\text{He}} h_1 + \dot{m}_{\text{N}_2} h_i = \dot{m}_{\text{He}} h_2 + \dot{m}_{\text{N}_2} h_u \Rightarrow \dot{m}_{\text{He}}(h_1 - h_2) = \dot{m}_{\text{N}_2}(h_u - h_i) \Rightarrow \dot{m}_{\text{He}} c_{p,He} (T_1 - T_2) = \dot{m}_{\text{N}_2} c_{p,N_2} (T_u - T_i) \Rightarrow$
 $\Rightarrow t_2 = t_1 - \frac{\dot{m}_{\text{N}_2} c_{p,N_2} (t_u - t_i)}{\dot{m}_{\text{He}} c_{p,He}} = 120 - \frac{1500 \cdot 1,04 \cdot (700 - 1300)}{2300 \cdot 5,19} = 120 + 78,4 = 198^\circ\text{C}$

c) come osservato dalle proprietà dello scambiatore di calore, $p_2 = p_1$. Sappiamo però che $p_3 = 3,00 \text{ bar}$ e che nella turbina avviene una trasformazione adiabatica reversibile $\Rightarrow \Delta s_{2,3} = 0$, da cui ricaviamo che $\frac{T}{p^{k-1}} = \text{cost.}$

Osservazione: la richiesta a) poteva essere determinata senza il computo di t_2 considerando il bilancio del sistema a 2 ingressi (i;1) e 2 uscite (u;3)!!

$\frac{T_3}{p_3^{k-1}} = \frac{T_2}{p_2^{k-1}} \Rightarrow \left(\frac{p_2}{p_3}\right)^{k-1} = \frac{T_2}{T_3} \Rightarrow p_2 = p_3 \left(\frac{T_2}{T_3}\right)^{\frac{1}{k-1}} = 3,00 \left(\frac{472 \text{ K}}{393 \text{ K}}\right)^{\frac{1}{0,67}} = 4,73 \text{ bar}$

Consideriamo quanto detto nell'osservazione e risolviamo nuovamente il punto a:

$\dot{m}_{\text{He}} h_1 + \dot{m}_{\text{N}_2} h_i = \dot{m}_{\text{He}} h_3 + \dot{m}_{\text{N}_2} h_u + \dot{L} \Rightarrow \dot{L} = \dot{m}_{\text{He}}(h_1 - h_3) + \dot{m}_{\text{N}_2}(h_i - h_u) = \dot{m}_{\text{He}} c_{p,He} (T_1 - T_3) + \dot{m}_{\text{N}_2} c_{p,N_2} (t_i - t_u)$
 $\dot{L} = 1500 \text{ kg/h} \cdot 1,04 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} (1300^\circ\text{C} - 700^\circ\text{C}) = 9,36 \cdot 10^5 \text{ kJ/h} = 260 \text{ kW}$

↳ $= 0$; ne segue che l'elio in questo sistema funge da trascinatore; la potenza è fornita dall'azoto!

si registra un basso salto di pressione a fronte di una ingente potenza meccanica; la potenza è principalmente dovuta quindi al flusso del fluido, ovvero la sua portata.

errore dato dall'approssimazione del risultato; da notare che si trova sull'ultima cifra significativa!

c) Le equazioni scritte per grandezze "statiche" sono adattabili alle grandezze orarie:

$$p_1 \dot{V}_1 = \dot{m}_{He} R_{He} T_1 \Rightarrow \dot{V}_1 = \frac{\dot{m}_{He} R_{He} T_1}{p_1} = \frac{2300 \frac{kg}{h} \cdot 2078 \frac{J}{kgK} \cdot 393 K}{4,73 \cdot 10^3 Pa} = 3,97 \cdot 10^3 \frac{m^3}{h}$$

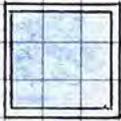
Normalmente, quando passa un fluido in un condotto si tende ad utilizzare velocità contenute: maggiore è la velocità del fluido, maggiori saranno le perdite di carico per effetto di dissipazione in calore del lavoro compiuto dalle pompe. L'acqua in un condotto si muove a circa 1 m/s; uno dei flussi più rapidi è quello degli impianti di condizionamento ad alta velocità (High Velocity Air Conditioning, HVAC), la cui funzione è trasportare l'aria trattata dalla centralina di condizionamento ai sistemi di ricircolo locale, in cui il flusso d'aria viene rallentato; la velocità dell'impianto HVAC, dell'ordine dei 15-20 m/s, è necessaria per preservare l'aria in uno stato prossimo a quello del trattamento.

Valutiamo il diametro del condotto tale che $w = 3,00 \text{ m/s}$. Sappiamo che $\dot{V} = \dot{m}v = wA$.

$$w = \frac{\dot{V}}{A} \Rightarrow w \left(\pi \frac{D^2}{4} \right) = \dot{V} \Rightarrow D = \sqrt{\frac{4\dot{V}}{\pi w}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 3,97 \cdot 10^3 / 3600}{3,14 \cdot 3,00}} = 0,684 \text{ m}$$

ricordiamo che L è stata misurata in g/h e w in m/s!

Consideriamo un sistema a pareti rigide, fisse e adiabatiche di volume $10,0 \text{ m}^3$ contenente N_2 a $t_1 = 30,0^\circ \text{C}$ e $p_1 = 5,00 \text{ bar}$ e 3000 sfere di Ag di diametro $2,00 \text{ mm}$ aventi $t_{Ag} = 500^\circ \text{C}$. Valutare lo stato finale del sistema (ad es. t_2, p_2)



S.C.: $\Delta U = Q - L = 0 \Rightarrow \Delta U = 0 \Rightarrow U_1 = U_2$
 $Q = L = 0$

Poiché non siamo in grado di valutare in assoluto l'energia interna, ma solo una sua variazione, in queste applicazioni si considera una temperatura di riferimento a cui corrisponde per ipotesi $U_0 = 0$; è dunque possibile fissare i valori di U_1, U_2 in base alla differenza di temperatura con t_0 (e dunque la differenza di energia interna, essendo nell'ipotesi di gas): $u - u_0 = c_v(T - T_0)$

$$U_2 = m_{N_2} c_{v,N_2} (t_2 - t_0) + m_{Ag} c_{Ag} (t_{Ag} - t_0) = (t_2 - t_0) (m_{N_2} c_{v,N_2} + m_{Ag} c_{Ag})$$

$$U_1 = m_{N_2} c_{v,N_2} (t_1 - t_0) + m_{Ag} c_{Ag} (t_{Ag} - t_0)$$

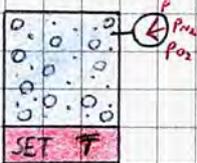
$$U_2 = U_1 \Rightarrow m_{N_2} c_{v,N_2} (t_1 - t_0) + m_{Ag} c_{Ag} (t_{Ag} - t_0) = (t_2 - t_0) (m_{N_2} c_{v,N_2} + m_{Ag} c_{Ag}) \Rightarrow m_{N_2} c_{v,N_2} (t_1 - t_2) = m_{Ag} c_{Ag} (t_2 - t_{Ag}) \Rightarrow$$

non occorre più valutare t_0 !

$$\Rightarrow m_{N_2} c_{v,N_2} t_1 - m_{N_2} c_{v,N_2} t_2 = m_{Ag} c_{Ag} t_2 - m_{Ag} c_{Ag} t_{Ag} \Rightarrow t_2 = \frac{m_{N_2} c_{v,N_2} t_1 + m_{Ag} c_{Ag} t_{Ag}}{m_{Ag} c_{Ag} + m_{N_2} c_{v,N_2}}$$

Per il calcolo della massa di argento, si ricorda che $V_{sfera} = \frac{4}{3} \pi r^3$ e che la densità è tabellata.

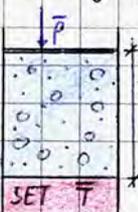
In una miscela di gas perfetti (NON reali a causa delle alte pressioni) si hanno interessanti proprietà anche per le pressioni:



Consideriamo un sistema chiuso con un SET alla temperatura T nel quale è contenuta una miscela di gas perfetti; si registra una certa pressione \bar{p} . Supponiamo che i due gas siano N_2 ed O_2 ; rimuovendo una delle sostanze si registreranno pressioni inferiori.

p_{N_2} e p_{O_2} si dicono pressioni parziali; \bar{p} si dice pressione totale

In un gas perfetto, $\bar{p} = p_{N_2} + p_{O_2}$; in generale, $P = \sum_i p_i$ legge di Dalton $\Delta T, v$ costanti



Considerando ora un sistema chiuso a pressione costante in un suo stato di equilibrio, attraverso un procedimento analogo al precedente è possibile definire il volume \bar{V} e i volumi parziali associati.

In una miscela di gas perfetti, $\bar{V} = V_{N_2} + V_{O_2}$. In generale:

$$V = \sum_i V_i \quad \text{legge di Amagat} \quad \Delta T, p \text{ costanti}$$

Dette relazioni saranno usate nel capitolo dedicato all'aria umida o nell'analisi delle percentuali delle componenti di una miscela di gas.

Vapori

Anche se tratteremo unicamente il vapore di H_2O a fini applicativi, i ragionamenti e i metodi di calcolo introdotti nel seguito si applicano per qualunque sostanza.

Nel diagramma $p-v$ sugli stati di aggregazione della materia ci si sofferma in questa sezione sull'area delimitata dalla curva a campana (che sarà l'unica zona rappresentata nei diagrammi successivi per semplicità).

Si osserva che nel passaggio di fase temperatura e pressione sono costanti; ne segue che le trasformazioni isobara e isoterma sotto la curva a campana hanno lo stesso andamento dunque in detti stati nota una grandezza è anche nota l'altra. Ne consegue che le due grandezze - intensive - sono dipendenti: non permettono di individuare lo stato termodinamico della sostanza in un passaggio di fase.

Per poter individuare univocamente uno stato termodinamico in un passaggio di fase dunque occorre introdurre una nuova grandezza, detta titolo (del vapore).
⚠ Il titolo del vapore è una grandezza differente dal titolo che verrà introdotto in seguito.

$$X = \frac{m_{vs}}{m_{tot}} = \frac{m_{vs}}{m_{vs} + m_l}$$

Dal grafico 3:

A: liquido saturo

B: vapore saturo secco

$A < v < B$: percentuale dei due stati

In un passaggio di fase il calore specifico è infinito (la temperatura non varia!); per i calcoli si utilizzano le seguenti tabelle:

Tab. A4.5 - Proprietà termodinamiche dell'acqua in condizioni di liquido saturo e vapore saturo secco ($0^\circ C - 195^\circ C$)

T (°C)	p bar	Volume spec.		Entalpia specifica			Energia Interna specifica		
		v_{vs} m³/kg	v_l m³/kg	h_l kJ/kg	h_g kJ/kg	$h_g - h_l$ kJ/kg	u_l kJ/kg	u_g kJ/kg	$u_g - u_l$ kJ/kg
0	0,006107	1,0002	206,3	0,00	2500,3	2500,3	0	2374,5	2374,5
5	0,006722	1,0000	147,1	21,05	2509,7	2488,6	21,05	2360,4	2339,3
10	0,012275	1,0002	106,4	42,03	2518,9	2476,9	42,03	2348,3	2346,3
15	0,017045	1,0008	77,99	62,96	2528,1	2465,1	62,96	2339,2	2332,2
20	0,02237	1,0017	57,84	83,86	2537,3	2453,4	83,86	2332,1	2318,2
25	0,028166	1,0029	43,41	104,74	2546,4	2441,7	104,74	2329,0	2304,3
30	0,034241	1,0044	32,94	125,61	2555,5	2429,9	125,61	2315,7	2290,1
35	0,040621	1,0061	25,26	146,47	2564,5	2418,0	146,46	2302,5	2276,0
40	0,047374	1,0078	19,56	167,34	2573,5	2406,2	167,33	2292,8	2262,0
45	0,054581	1,0099	15,28	188,22	2582,4	2394,2	188,21	2283,0	2247,8
50	0,12384	1,0121	12,05	209,11	2591,3	2382,2	209,10	2273,7	2233,6
55	0,15740	1,0146	9,883	230,00	2600,1	2370,1	229,99	2264,3	2219,3
60	0,1992	1,0172	7,682	250,91	2608,8	2357,9	230,89	2255,8	2204,9
65	0,2501	1,0200	6,205	271,84	2617,4	2345,5	231,81	2246,2	2190,4
70	0,3116	1,0229	5,048	292,78	2625,9	2333,1	232,75	2236,6	2175,8
75	0,3855	1,0260	4,135	313,74	2634,2	2320,5	313,70	2227,0	2161,1
80	0,4736	1,0293	3,410	334,72	2642,5	2307,8	334,67	2217,4	2146,3
85	0,5780	1,0327	2,829	355,72	2650,7	2295,0	355,66	2207,7	2131,5
90	0,7011	1,0363	2,361	376,75	2658,7	2281,9	376,68	2197,9	2116,5
95	0,8453	1,0400	1,982	397,80	2666,6	2268,8	397,71	2187,9	2101,4
100	1,0132	1,0438	1,673	418,88	2674,4	2255,5	418,77	2177,9	2086,1
105	1,2080	1,0479	1,419	439,99	2682,1	2242,1	439,26	2167,7	2070,8
110	1,4326	1,0520	1,210	461,13	2689,6	2228,5	460,99	2157,3	2055,3
115	1,6905	1,0563	1,036	482,31	2697,0	2214,7	482,13	2146,7	2039,8
120	1,9853	1,0608	0,8913	503,5	2704,2	2200,7	503,3	2135,9	2024,0
125	2,3208	1,0654	0,7700	524,8	2711,4	2186,6	524,6	2124,7	2008,1
130	2,7011	1,0702	0,6679	546,1	2718,8	2172,2	545,8	2113,2	1992,1
135	3,181	1,0751	0,5817	567,5	2725,1	2157,6	567,2	2101,5	1975,8
140	3,614	1,0802	0,5084	588,9	2731,8	2142,9	588,5	2089,6	1959,6
145	4,155	1,0855	0,4459	610,4	2738,3	2127,9	610,0	2077,1	1943,1
150	4,760	1,0910	0,3924	631,9	2744,5	2112,6	631,4	2064,1	1926,3
155	5,438	1,0966	0,3464	653,2	2750,6	2097,1	652,9	2050,4	1909,5
160	6,180	1,102	0,3068	675,2	2756,5	2081,3	674,5	2036,9	1892,4
165	7,008	1,108	0,2724	696,9	2762,2	2065,3	696,1	2022,7	1875,2
170	7,920	1,1147	0,2426	718,3	2767,6	2048,8	717,9	2007,8	1857,6
175	8,925	1,1211	0,2166	740,7	2772,7	2032,0	739,7	1992,4	1839,7
180	10,027	1,1278	0,1939	762,7	2777,6	2014,9	761,6	1976,3	1821,6
185	11,234	1,1347	0,1740	784,8	2782,1	1997,3	783,3	1959,6	1803,1
190	12,552	1,1418	0,1564	807,0	2786,3	1979,3	805,6	1942,4	1784,4
195	13,989	1,1491	0,1409	829,4	2790,2	1960,8	827,8	1924,7	1765,3

osservazione: i diagrammi nel piano di Clapeyron sono puramente didattici: a basse pressioni corrispondono volumi specifici con ordini di grandezza molto superiori!

Nelle tabelle sono rappresentati, dati i valori di temperatura o pressione nel passaggio di fase, i valori di v , h , u corrispondenti ai punti A (v_l, h_l, u_l) e B (v_{vs}, h_{vs}, u_{vs}).
 Questi dati, diagrammati, restituiscono l'andamento della curva a campana.

Ad eccezione del volume specifico, la tabella restituisce anche le variazioni delle grandezze tra i due punti per comodità di calcolo.

Da questi valori si calcolano tutte le proprietà del vapore saturo.

A seconda dello stato di aggregazione della materia si possono applicare metodi di calcolo diversi, è importante dunque capire lo stato di aggregazione nella stato termodinamico in esame per comprendere il metodo di calcolo da applicare.

In generale, per determinare la fase di una sostanza sono sufficienti due variabili intensive (nel nostro caso pressione e temperatura, che però non permettono di individuare lo stato termodinamico):

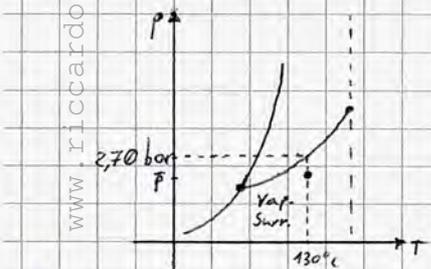
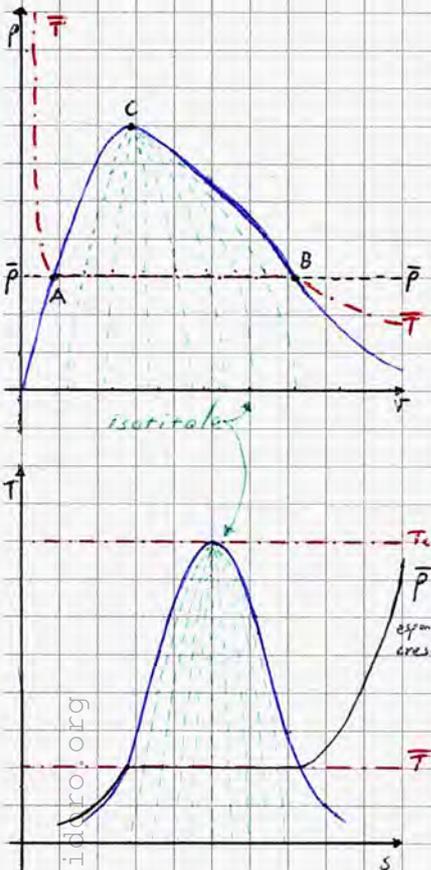
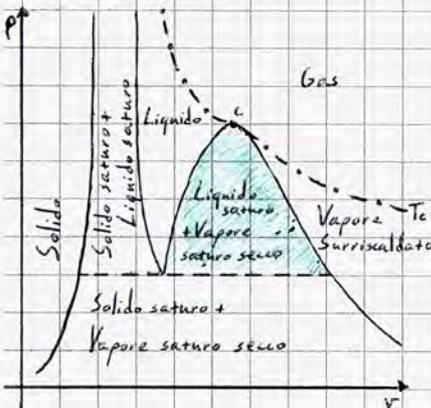
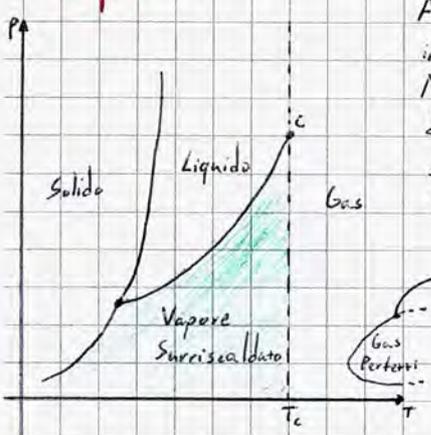
① Due variabili intensive:

$$\bar{p} = 2,00 \text{ bar}$$

$$t = 130^\circ C$$

$$130^\circ C \xrightarrow{\text{tabella}} p_{vs}(130^\circ C) = 2,7011 \text{ bar}; \bar{p} < p_{vs} \Rightarrow \text{Vapore surriscaldato}$$

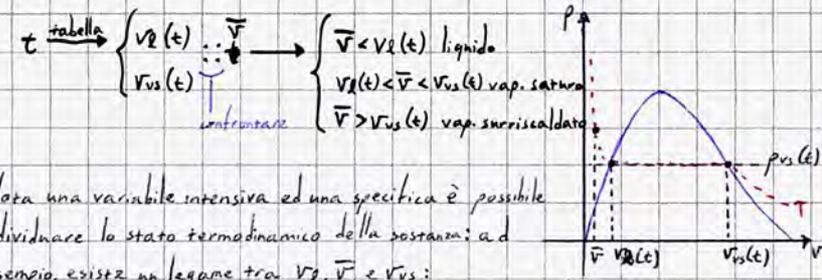
$$\text{In generale, } t \xrightarrow{\text{tabella}} p_{vs}(t) \begin{cases} > \bar{p} & \text{vap. surriscaldato} \\ = \bar{p} & \text{vapore saturo} \\ < \bar{p} & \text{liquido} \end{cases}$$



Tab. A4.6 - Proprietà termodinamiche dell'acqua in condizioni di liquido saturo e vapore secco (200°C - 374,15°C)

T (°C)	p bar	Volume spec.		Entalpia specifica			Energia interna specifica		
		v_{vs} m³/kg	v_g m³/kg	h_f kJ/kg	h_{fg} kJ/kg	h_{gs} kJ/kg	u_f kJ/kg	u_{fg} kJ/kg	u_{gs} kJ/kg
200	15,551	1,1568	0,1273	851,8	2793,7	1941,9	850,0	2595,7	1745,7
205	17,245	1,1647	0,1151	874,4	2796,8	1922,4	872,4	2598,3	1725,9
210	19,080	1,1729	0,1043	897,1	2799,4	1902,3	894,9	2600,4	1705,5
215	21,063	1,1814	0,09471	920,0	2801,7	1881,7	917,5	2602,3	1684,8
220	23,201	1,1903	0,08611	943,0	2803,4	1860,4	940,2	2603,6	1663,4
225	25,504	1,1994	0,07841	966,2	2804,6	1838,4	963,1	2604,6	1641,5
230	27,979	1,2090	0,07150	989,6	2805,4	1815,8	986,2	2605,4	1619,2
235	30,635	1,2190	0,06528	1013,2	2805,5	1792,4	1009,5	2605,5	1596,0
240	33,480	1,2293	0,05967	1036,9	2805,1	1768,2	1032,8	2605,3	1572,5
245	36,524	1,2407	0,05460	1060,1	2804,1	1743,3	1056,4	2604,7	1548,3
250	39,78	1,2515	0,05002	1085,1	2802,5	1717,4	1080,1	2603,5	1523,4
255	43,24	1,2633	0,04586	1109,5	2800,3	1690,7	1104,0	2602,0	1498,0
260	46,94	1,2757	0,04209	1134,3	2797,4	1663,1	1128,3	2599,8	1471,5
265	50,87	1,2888	0,03865	1159,3	2793,8	1634,5	1152,8	2597,2	1444,4
270	55,05	1,3025	0,03552	1184,5	2789,5	1604,9	1177,3	2594,0	1416,7
275	59,49	1,3169	0,03266	1210,2	2784,5	1574,3	1202,4	2590,2	1387,8
280	64,19	1,3322	0,03005	1236,1	2778,7	1542,5	1227,5	2585,8	1358,3
285	69,17	1,3483	0,02766	1262,5	2772,2	1509,6	1253,2	2580,9	1327,7
290	74,45	1,3645	0,02546	1289,3	2765,9	1475,6	1279,1	2575,4	1296,3
295	80,03	1,3837	0,02345	1316,5	2758,9	1440,2	1305,4	2569,2	1263,8
300	85,92	1,4033	0,02160	1344,2	2750,0	1403,6	1332,1	2562,4	1230,3
305	92,14	1,424	0,01989	1372,5	2738,3	1365,5	1359,4	2555,1	1195,7
310	98,70	1,447	0,01832	1401,3	2727,7	1326,0	1387,0	2546,9	1159,9
315	105,61	1,471	0,01687	1430,9	2716,8	1285,8	1415,4	2538,6	1123,2
320	112,00	1,498	0,01549	1461,3	2702,4	1241,3	1444,4	2527,5	1083,1
325	120,47	1,527	0,01420	1492,5	2685,7	1193,1	1474,1	2514,5	1040,4
330	128,65	1,560	0,01298	1524,8	2666,4	1141,5	1504,7	2499,4	994,7
335	137,14	1,597	0,01184	1558,4	2644,3	1086,0	1536,5	2481,9	945,4
340	146,08	1,638	0,01077	1593,5	2620,2	1026,7	1569,6	2462,9	893,3
345	156,48	1,687	0,009766	1630,5	2593,4	963,0	1604,3	2441,6	837,3
350	166,37	1,746	0,008803	1670,3	2563,3	892,2	1641,4	2416,7	775,3
355	175,77	1,817	0,007878	1714,5	2527,4	812,8	1682,6	2388,8	706,2
360	186,74	1,908	0,006967	1762,2	2483,1	720,9	1726,6	2353,0	626,4
365	198,30	2,03	0,006064	1817,9	2425,9	608,0	1777,6	2306,1	528,5
370	210,62	2,23	0,00499	1893,7	2339,9	446,2	1846,8	2234,9	388,1
371	213,06	2,30	0,00474	1914,2	2316,1	401,9	1866,2	2214,2	249,0
372	215,62	2,37	0,00447	1938,2	2287,1	349,0	1887,1	2190,7	303,7
373	218,22	2,49	0,00415	1972,0	2252,3	280,4	1917,7	2161,7	244,0
374	220,86	2,79	0,00362	2043,2	2187,6	144,4	1981,6	2107,5	126,9
374,15	221,29	3,18	0,00318	2099,7	2099,7	0	2029,3	2029,3	0

② 1 variabile intensiva, 1 variabile specifica: il metodo è più articolato ma fornisce più informazioni. Supponiamo siano noti T, v :



$$v = \frac{v_{tot}}{m_{tot}} = \frac{V}{m} = \frac{m_{vs} v_{vs} + m_l v_l}{m_{vs} + m_l} \Rightarrow \text{ricordando } X = \frac{m_{vs}}{m_{vs} + m_l}$$

$$\Rightarrow v = \frac{m_{vs} v_{vs} + m_l v_l}{m_{vs} + m_l} = X v_{vs} + (1-X) v_l \quad \Delta \text{ Vale SOLO NEL PASSAGGIO DI FASE! } (0 \leq X \leq 1)$$

Quindi $\bar{v} = X v_{vs} + (1-X) v_l = v_l + X(v_{vs} - v_l) \Rightarrow X = \frac{\bar{v} - v_l}{v_{vs} - v_l}$

Analogamente,

$$\begin{aligned} \bar{u} &= X u_{vs} + (1-X) u_l = u_l + X(u_{vs} - u_l) \Rightarrow X = \frac{\bar{u} - u_l}{u_{vs} - u_l} \\ \bar{h} &= X h_{vs} + (1-X) h_l = h_l + X(h_{vs} - h_l) \Rightarrow X = \frac{\bar{h} - h_l}{h_{vs} - h_l} \\ \bar{s} &= X s_{vs} + (1-X) s_l = s_l + X(s_{vs} - s_l) \Rightarrow X = \frac{\bar{s} - s_l}{s_{vs} - s_l} \end{aligned}$$

③ Se sono assegnate solo due variabili specifiche, il procedimento è per tentativi; supponiamo siano assegnate h ed s . Non si è in grado di utilizzare la tabella; si considera una prima temperatura t' , detta di primo tentativo, sicuramente troppo bassa rispetto allo stato in esame: in questo modo è possibile confrontare le grandezze tramite il titolo:

$$t' \xrightarrow{\text{tabella}} \begin{cases} h_l(t'), h_{vs}(t') \\ s_l(t'), s_{vs}(t') \end{cases}; \quad X'_h = \frac{\bar{h} - h_l}{h_{vs} - h_l} \quad X'_s = \frac{\bar{s} - s_l}{s_{vs} - s_l} \quad \text{supponiamo per ipotesi } X'_h < X'_s$$

Consideriamo una seconda temperatura $t'' > t'$, ripetendo il procedimento:

$$t'' \rightarrow \begin{cases} h_l(t''), h_{vs}(t'') \\ s_l(t''), s_{vs}(t'') \end{cases} \quad \text{otteniamo che } X''_h > X''_s$$

Si procede iterativamente, con una temperatura di terzo tentativo compresa tra le prime due e che, applicando un algoritmo di rapida computazione manuale, fissiamo pari a $t''' = \frac{t' + t''}{2}$.

Se: $\begin{cases} X''_h > X''_s & t''' \text{ diventa l'estremo inferiore dell'intervallo in cui cercare la temperatura} \\ X''_h = X''_s & t''' \text{ è la temperatura cercata: lo stato termodinamico è identificato} \\ X''_h < X''_s & t''' \text{ diventa l'estremo superiore dell'intervallo in cui cercare la temperatura} \end{cases}$

Dopo aver determinato la fase della sostanza a partire dalle variabili assegnate, se è:

- Vapore saturo: si utilizzano le tabelle e i legami tra le variabili specifiche e il titolo per determinare lo stato termodinamico del sistema.
- Vapore surriscaldato: si utilizza la tabella a due entrate alla pagina successiva (nel libro presenta sia fase liquida che aeriforme, separate da una spezzata; in questo caso rappresenta unicamente il vapore surriscaldato)
- Liquido: esistono tre metodi di calcolo:

① Si sfrutta la tabella a due entrate suddetta nel caso dei liquidi (o nella parte superiore della spezzata), che definisce le grandezze specifiche a partire da temperatura e pressione; il metodo vale anche per $T > T_c$ poiché pur essendo un gas presenta le proprietà simili a quelle di un vapore surriscaldato.

proprietà termodinamiche dell'acqua surriscaldata (1/4)

Table with columns for temperature (t), specific volume (v), internal energy (u), enthalpy (h), entropy (s), and their respective units. It contains data for pressures from 0.01 MPa to 0.40 MPa.

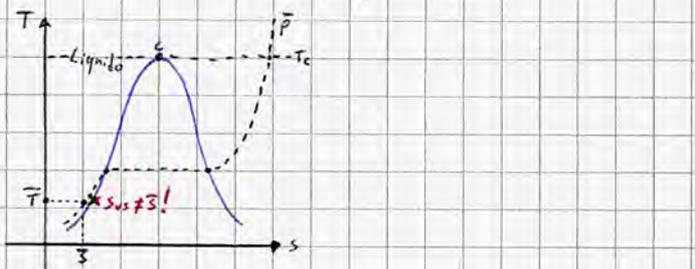
② Applicando l'ipotesi di incompressibilità, ed essendo v molto relativamente piccola, si osserva che h ed u sono pressoché coincidenti ed è dunque possibile definire un unico calore specifico:
ΔI Il metodo è applicabile (⇔) p < 20 bar
v_{h20} = 1,00 · 10^{-3} m^3/kg
c = 4,187 kJ/kgK

Per l'ipotesi di incompressibilità, ed essendo pr << u (dato che v_{h20} è molto piccolo), Δu = Δh = cΔt
Dalle equazioni di Gibbs, ds = pdv/T = 0 =>
Δs = ∫ c dT/T = c ln(T2/T1)

proprietà termodinamiche dell'acqua surriscaldata (2/4)

Table with columns for temperature (t), specific volume (v), internal energy (u), enthalpy (h), entropy (s), and their respective units. It contains data for pressures from 1.00 MPa to 2.00 MPa.

③ Essendo nota T è possibile considerare le tabelle alle pagine precedenti purché sia presente la stessa temperatura dell'acqua nel sistema (Δ NON la pressione: non è un passaggio di fase!)
Il metodo è utilizzabile (⇔) p < 40 bar



proprietà termodinamiche dell'acqua surriscaldata (3/4)

Table with columns for temperature (t), specific volume (v), internal energy (u), enthalpy (h), entropy (s), and their respective units. It contains data for pressures from 4.00 MPa to 7.0 MPa.

⚠ Le tabelle presentano valori assoluti di v, u, h, s: viene convenzionalmente scelto uno stato di riferimento nel punto triplo e in una specifica fase; nel caso dell'acqua si considera il liquido saturo alla temperatura di punto triplo (0,01°C)
Dunque, per ipotesi:
tr → ue(tr) = 0
se(tr) = 0

⚠ h = u + pr ≠ 0: il prodotto pr è rilevante (anche se spesso alla quarta cifra significativa: h2(tr) = 0,001 T > 0!

proprietà termodinamiche dell'acqua surriscaldata (4/4)

Table with columns for temperature (t), specific volume (v), internal energy (u), enthalpy (h), entropy (s), and their respective units. It contains data for pressures from 15.0 MPa to 60.0 MPa.

Solidi

Calcolo dell'entalpia specifica (e , in generale, di u, h, s)

Anche in questo caso consideriamo l' H_2O , ma il discorso si riflette analogamente su altre sostanze. Vale l'ipotesi di incomprimibilità, dunque il volume specifico si assume costante e $u \approx h$; dunque:

$$\Delta u = \Delta h = c_s \Delta T \stackrel{H_2O}{=} 2,09 \Delta T; c_s [=] \frac{kJ}{kgK}$$

⚠ Non essendo in grado di calcolare lo stato di una sostanza in un determinato stato termodinamico, per valutare la fase si fissa uno stato di riferimento per valutare le variazioni delle grandezze specifiche rispetto a detto stato. Nel caso dell' H_2O si consideri il liquido saturo e il punto triplo:

$$\begin{aligned} v_2(t_1) &= 0 \\ s_2(t_1) &= 0 \\ h_2(t_1) &= 0, 0, 0 \quad \text{3 cifre significative: } \pm 0 \end{aligned}$$

Esempio

Consideriamo 1 kg di H_2O allo stato di liquido saturo e alla temperatura di punto triplo e supponiamo di voler trasformare l'intera massa in fase solida; per farlo occorre effettuare un primo passaggio allo stato di solido saturo:

$$t_1 < t_0 \quad u_1 = h_1 = \lambda_s + c_s(t_1 - t_0) = -333,5 \frac{kJ}{kg} + 2,09(t_1 - t_0)$$

calore latente di solidificazione

$$u_1 - u_0 < 0, \text{ energia sottratta}$$

$$s_1 = \frac{\lambda_s}{T_0} + c_s \ln \frac{T_1}{T_0} = \frac{-333,5}{273} + 2,09 \ln \left(\frac{T_1}{273} \right)$$

entropia nello stato termodinamico 1

Il passaggio da solido saturo a liquido saturo avviene a temperatura costante; il liquido scambia calore a temperatura costante.

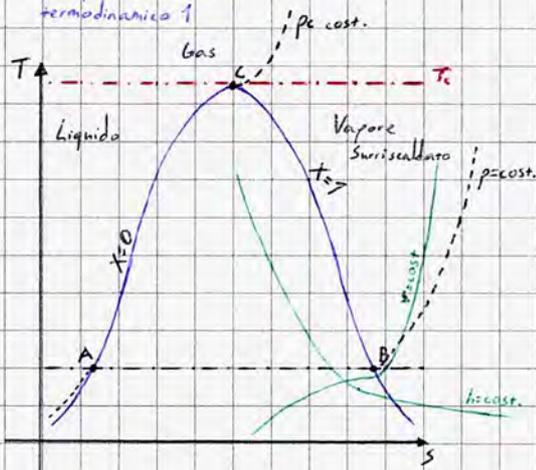


Diagramma entropico

Il piano di Gibbs, anche detto diagramma entropico, è tra i diagrammi di stato più utilizzati per considerazioni qualitative; lo schema a fianco rappresenta un diagramma qualitativo dell' H_2O .

A causa della modestissima variabilità delle proprietà del liquido (in questo caso l'entropia) con la pressione, per $p < p_c$ si può supporre che il primo tratto delle trasformazioni isobare coincida con la curva limite inferiore.

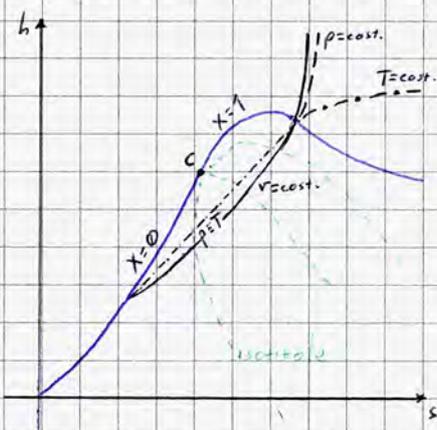
Le curve ad entalpia specifica costante, aventi punto di discontinuità della pendenza sulla curva limite superiore, tendono a diventare orizzontali oltre la curva al diminuire della pressione poiché tendono al comportamento di gas perfetto ($h = h(T)$)

Diagramma di Mollier

Il piano $h-s$, o diagramma di Mollier, è molto usato nel calcolo delle proprietà termostatiche di aeriformi e vapori saturi a titolo molto alto.

Il massimo della curva NON rappresenta il punto critico, che si trova più a sinistra. La curva limite inferiore parte dal punto triplo e, come detto in precedenza, le isobare relative al liquido sono pressoché coincidenti con essa; nella zona dei vapori saturi le isobare, come le isoterme, sono pressoché rettilinee con una lieve concavità verso l'alto.

Le curve a v costante hanno in ogni punto una pendenza maggiore dell'isobara passante per quel punto, con leggera concavità verso l'alto nel campo saturo accentuata in quello surriscaldato.



Esercizi

Consideriamo una certa massa di H_2O alla temperatura $t_0 = 258^\circ C$ e alla pressione $p_0 = 10,0 \text{ bar}$; determiniamone il volume specifico.

Osserviamo che la pressione p_0 corrisponde a $p(180^\circ C)$ nella tabella sulle proprietà termodinamiche dell'acqua in condizioni di liquido saturo e vapore saturo secco (tabella A6 sul libro di testo); entriamo nella tabella tramite le pressioni invece che tramite le temperature ($p(180^\circ C) = 10,024 \text{ bar}$, a 3 cifre significative è $\approx 10,0 \text{ bar}$)

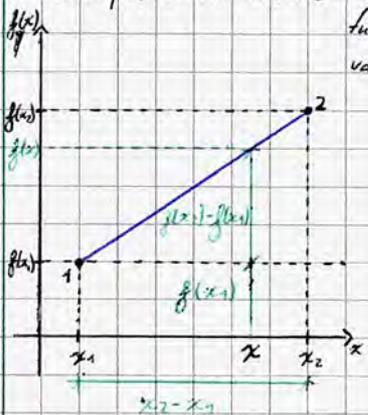
Osserviamo che $t_{vs} < t_s$, il che implica che non c'è equilibrio tra la fase liquida e quella aeriforme; in particolare, lo stato di aggregazione è di vapore surriscaldato.

Per determinare il volume specifico utilizziamo le tabelle a due entrate (nelle pagine precedenti sono relative al solo vapore surriscaldato; utilizzeremo le tabelle A7-A8-A9-A10 del libro di testo, riproposte nel seguito):

$t_0 = 258^\circ C$
 $p_0 = 10,0 \text{ bar}$ } desumiamo v , non presente nelle tabelle, da p . Poiché nelle tabelle è presente il valore $p = 10,0 \text{ bar}$ ma non il valore $t = 258^\circ C$, è necessario interpolare i dati.

Interpolazione lineare:

Supponiamo di conoscere due punti di una generica funzione per punti e di voler conoscere il valore assunto dalla funzione in un punto x compreso tra x_1, x_2 . Il processo di interpolazione lineare permette di determinare un valore attendibile determinando l'intercetta all'ascissa x sulla retta passante per i due punti noti.



$$f(x) = f(x_1) + \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} (x - x_1) = f(x_1) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} (f(x_2) - f(x_1))$$

Osservazione: Più è ampio l'intervallo $[x_1, x_2]$, più il valore interpolato si discosta dal valore vero.

utile nel caso di interpolazioni su più variabili di stato: il rapporto $(x-x_1)/(x_2-x_1)$ resta costante, velocizzando i calcoli!

Matematicamente esiste anche la possibilità di estrapolare dati, considerando punti esterni all'intervallo $[x_1, x_2]$; ciò però non ha alcun senso fisico: in presenza di dati sperimentali è possibile che il comportamento della materia si modifichi!

⚠ Nelle tabelle A7 → A10 non è possibile interpolare a cavallo della spezzata - che rappresenta il passaggio di fase - ma occorre considerare i dati della tabella A6 rispetto al liquido saturo (se la fase è liquida, ovvero di liquido sottoraffreddato/compresso) o al vapore saturo secco (se in condizioni di vapore surriscaldato).

Tipicamente nelle tabelle sperimentali l'interpolazione è di tipo esponenziale; per il grado di approfondimento del corso è però sufficiente l'interpolazione lineare.

Nella tabella A7 a $p = 10,0 \text{ bar}$ i valori più prossimi a t_s sono di $250^\circ C$ e $275^\circ C$; con $p(250^\circ C) = 4,298 \text{ kg/m}^3$ e $p(275^\circ C) = 4,075 \text{ kg/m}^3$. Interpoliamo le densità rispetto alle temperature:

$$p(t_0 = 258^\circ C, p_0 = 10,0 \text{ bar}) = p_1 = 4,298 \text{ kg/m}^3 + \frac{(4,075 - 4,298) \text{ kg/m}^3}{(275 - 250)^\circ C} (258 - 250)^\circ C = 4,23 \text{ kg/m}^3$$

Ne segue che $v_1 = \frac{1}{\rho_1} = \frac{1}{4,23} = 0,236 \text{ m}^3/\text{kg}$

Consideriamo ora lo stesso quesito ma con $p_0 = 8,50 \text{ bar}$. Volendo verificare rapidamente la fase è sufficiente osservare che le p_{vs} nell'intervallo delle temperature prossime a t_0 sono molto maggiori di p_0 ; essendo le variabili definibili attraverso funzioni continue e normalmente monotone, si è certi che lo stato di aggregazione sia di vapore surriscaldato (se vi fosse un'inversione nel confronto tra p_0 e le pressioni suddette l'interpolazione si rivelerebbe necessaria).

Il procedimento più corretto e rigoroso però prevede un'interpolazione delle pressioni rispetto alle temperature; le temperature più prossime a t_0 nella tabella A6 sono $255^\circ C$ e $260^\circ C$:

t	$p_{vs}(t)$
255°C	43,24 bar
258°C	45,5 bar
260°C	46,44 bar

$$p_{vs}(t_0) = p_{vs}(255^\circ C) + \frac{p_{vs}(260^\circ C) - p_{vs}(255^\circ C)}{260 - 255} (258 - 255) = 45,5 \text{ bar} \Rightarrow p_0 < p_{vs}(t_0) \Rightarrow \text{Vap. surr.}$$

Per verificare il valore è sufficiente osservare che sia compreso tra i valori estremi.

A differenza del caso precedente, la tabella A7 non prevede alcun dato tra p_0 e t_0 ; occorre effettuare una interpolazione a due termini: ad esempio, è possibile effettuare due interpolazioni rispetto alle pressioni per poi interpolare rispetto alla temperatura e viceversa.

p	5,00	8,50	10,0 (bar)
t			
250	2,108 kg/m ³		4,298 kg/m ³
258	2,07 kg/m ³	3,58	4,23 kg/m ³
275	2,006 kg/m ³		4,075 kg/m ³ (kg/m ³)
(°C)			p

$$\rho(258^\circ\text{C}; 5,00 \text{ bar}) = 2,108 + \frac{2,006 - 2,108}{275 - 250} (258 - 250) = 2,07 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho(258^\circ\text{C}; 10,0 \text{ bar}) = 4,298 + \frac{4,075 - 4,298}{275 - 250} (258 - 250) = 4,23 \text{ kg/m}^3$$

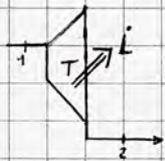
$$\rho(258^\circ\text{C}; 8,50 \text{ bar}) = 2,07 + \frac{4,23 - 2,07}{10,0 - 5,00} (8,50 - 5,00) = 3,58 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{Ne segue che } v = \frac{1}{3,58} = 0,279 \text{ m}^3/\text{kg}$$

(rispetto alle temperature)

(rispetto alla pressione)

Valutiamo la potenza meccanica di una turbina alimentata da una portata $\dot{m} = 500 \text{ kg/s}$ di H_2O alla pressione $p_1 = 100 \text{ bar}$ e alla temperatura $t_1 = 250^\circ\text{C}$ che nel passaggio nella turbina arriva a pressione $p_2 = 0,250 \text{ bar}$. Determiniamo inoltre t_2 .



SA. 1IN, 1OUT; ipotesi di regime permanente e trascurabilità dei termini cinetici e potenziali

$$\text{I principio della termodinamica: } \dot{m}h_1 + \dot{Q} = \dot{m}h_2 + \dot{L}$$

$$\text{per le ipotesi sulla turbina, } \dot{Q} = 0$$

$$\Delta s = 0 \Leftrightarrow s_2 = s_1$$

$$\Rightarrow \dot{m}h_1 = \dot{m}h_2 + \dot{L} \Rightarrow \dot{L} = -\dot{m}(h_2 - h_1) \text{ indipendentemente dal fluido contenuto.}$$

⚠ Poiché l' H_2O non è un gas perfetto non è possibile utilizzare le equazioni dovute alle equazioni di Gibbs e l'equazione di stato dei gas per ferri relative alla condizione $\Delta s = 0$; la relazione $s_1 = s_2$ però permette di conoscere lo stato 2 una volta nota s_1 , poiché si è in possesso di una variabile intensiva (p_2) ed una specifica (s_2); occorre dunque determinare s_1 .

Individuiamo la fase dell' H_2O : $t_1 = 250^\circ\text{C} \xrightarrow{\text{A6}} p_{\text{vs}}(t_1) = 39,78 \text{ bar} < p_1 \Rightarrow$ la fase è liquida.

Poiché $p_1 = 100 \text{ bar}$, l'unico metodo di calcolo applicabile prevede l'utilizzo della tabella a due entrate:

$$\left. \begin{array}{l} t_1 = 250^\circ\text{C} \\ p_1 = 100 \text{ bar} \end{array} \right\} \text{A10} \rightarrow \frac{2,779 \text{ kJ}}{\text{kgK}} = s_1 = s_2$$

Per verificare lo stato di aggregazione finale dell' H_2O conosciamo p_2 ed s_2 :

$$\left. \begin{array}{l} p_2 = 0,250 \text{ bar} \\ s_2 = 2,779 \text{ kJ/kgK} \end{array} \right\} \text{A6} \xrightarrow{p_2 = 0,250 \text{ bar}} \left\{ \begin{array}{l} s_L = 0,8928 \text{ kJ/kgK} \\ s_{\text{vs}} = 7,8286 \text{ kJ/kgK} \end{array} \right. \therefore s_2 \Rightarrow s_L < s_2 < s_{\text{vs}} \Rightarrow \text{Vapore Saturato} \Rightarrow t_2 = 65^\circ\text{C}$$

Abbiamo dati a sufficienza per determinare il titolo del vapore e, di conseguenza, h_2 :

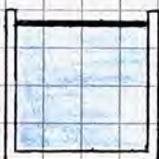
$$s_2 = s_L(t_2) + X_2(s_{\text{vs}}(p_2) - s_L(p_2)) \Rightarrow X_2 = \frac{s_2 - s_L}{s_{\text{vs}} - s_L} = \frac{2,779 - 0,8928}{7,8286 - 0,8928} = 0,272$$

$$h_2 = h_L(p_2) + X_2(h_{\text{vs}}(p_2) - h_L(p_2)) = 271,84 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 0,272(2612,4 - 271,84) \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 907 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\text{Ne segue che } \dot{L} = -500(907 - 1086) = 89,5 \cdot 10^3 \frac{\text{kJ}}{\text{s}} = 8,95 \cdot 10^4 \text{ kW} = 89,5 \text{ MW}$$

$$\downarrow \text{novi } p_1, t_1 \xrightarrow{\text{A8}} h_1 = 1086 \text{ kJ/kg}$$

Consideriamo un sistema chiuso e adiabatico a pressione costante in cui viene inserito (oltre al vapore d'acqua già presente) un cubetto di ghiaccio.



$$p_1 = 5,00 \text{ bar}$$

$$t_1 = 180^\circ\text{C}$$

$$m_g = 500 \text{ g}$$

$$t_g = -20^\circ\text{C}$$

Per le ipotesi sul sistema:

- $\Delta U = Q - L$ (S.C.)
- $Q = \Delta H$ ($p = \text{cost.}$, $L = L_{\text{v}}$; $L = p \Delta V \Rightarrow \Delta U + p \Delta V = Q$)
- $Q = 0 \Rightarrow \Delta H = 0$

↳ legame tra lo stato iniziale e finale

$\Delta H = 0 \Rightarrow H_1 = H_2$. Ricerchiamo le incognite nel calcolo di H_2 :

$$H_1 = m_{\text{H}_2\text{O}} \cdot h_1 + m_g \cdot h_g \Rightarrow m_{\text{H}_2\text{O}} \cdot h_1 + m_g \cdot h_g = (m_{\text{H}_2\text{O}} + m_g) h_2 \Rightarrow h_2 = \frac{m_{\text{H}_2\text{O}} \cdot h_1 + m_g \cdot h_g}{m_{\text{H}_2\text{O}} + m_g}$$

po' una variabile specifica; quella intensiva nello stato finale è nota ($p = \text{cost.}$) \Rightarrow lo stato 2 è identificato univocamente.

Ipotezzando che tutto il ghiaccio si scioglia, $H_2 = (m_{\text{H}_2\text{O}} + m_g) h_2$

Nello stato 1 sono note 2 variabili intensive ed una variabile totale; ne segue che lo stato termodinamico totale è noto.

$$t_1 = 180^\circ\text{C} \xrightarrow{A6} p_{\text{vs}}(t_1) = 10,027 \text{ bar} > p_1 \Rightarrow \text{fase di vapore surriscaldato}$$

occorre determinare v (tramite p) ed h : identificando le variabili da dover determinare è possibile procedere più rapidamente e con meno calcoli nella risoluzione dell'esercizio

Interpoliamo rispetto alla temperatura:

$p = 5,00 \text{ bar}$		
$t(^{\circ}\text{C})$	$\rho(\text{kg/m}^3)$	$h(\text{kJ/kg})$
175	2,504	2800
180	2,47	$2,81 \cdot 10^3$
200	2,353	2855

$$p_1 = 2,504 + \frac{(180 - 175)}{(200 - 175)} (2,353 - 2,504) = 2,47 \text{ kg/m}^3$$

$$h_1 = 2800 + 0,200 (2855 - 2800) = 2,81 \cdot 10^3 \text{ kJ/kg}$$

$$m_{\text{H}_2\text{O}} = p_1 V_1 = 12,3 \text{ kg}; \quad h_1 = 2,81 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$$

$$h_g - h_o = \lambda_s + \Delta h_s = -333,5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 2,09 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} (-20 - 0) = -333,5 + 2,09(-20) = -375 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Il calore specifico del ghiaccio è circa la metà del calore specifico dell'acqua liquida

Per valutare l'entalpia specifica in fase solida si considera la variazione rispetto al riferimento (liquido saturo nel punto triplo) e si immagina di voler "produrre" il ghiaccio, sottraendo il calore latente dovuto al passaggio di fase e il Δh di raffreddamento da 0°C alla temperatura richiesta.

Possiamo dunque risolvere rispetto ad h_2 l'equazione scritta a inizio esercizio:

$$h_2 = \frac{12,3 \text{ kg} \cdot 2,81 \cdot 10^3 \text{ kJ/kg} + 0,500 \text{ kg} (-375 \text{ kJ/kg})}{12,4 \text{ kg}} = 2772 = 2,77 \cdot 10^3 \text{ kJ/kg}$$

$$p_2 = p_1 = 5,00 \text{ bar} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} A6 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} h_2(5,00 \text{ bar}) \quad v_2(5,00 \text{ bar}) \\ h_{\text{vs}}(5,00 \text{ bar}) \quad v_{\text{vs}}(5,00 \text{ bar}) \end{array} \right.$$

occorre interpolare rispetto alle pressioni:

$$h_2(5,00 \text{ bar}) = 631,9 + \frac{5,00 - 4,760}{5,433 - 4,760} (5,433 - 4,760) = 6,32 \cdot 10^2 \text{ kJ/kg}$$

$$h_{\text{vs}}(5,00 \text{ bar}) = 2744,5 + 0,357 (2750,6 - 2744,5) = 2746,7 = 2,75 \cdot 10^3 \text{ kJ/kg}$$

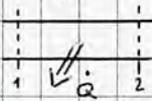
p	h_2	h_{vs}	v_2	v_{vs}
4,760	631,9	2744,5	1,0910	0,3924
5,00	$6,32 \cdot 10^2$	$2,75 \cdot 10^3$		
5,433	653,5	2750,6	1,0966	0,3464

In questi casi è conveniente interpolare le variazioni delle quantità specifiche, se possibile.

La fase è ancora di vapore surriscaldato!

$$H_2 = (12,3 \text{ kg} + 0,5 \text{ kg}) \cdot 2,77 \cdot 10^3 \text{ kJ/kg} = 35456 = 3,55 \cdot 10^4 \text{ kJ} = H_1$$

Si vuole produrre una portata $\dot{m}_g = 1000 \text{ kg/h}$ di ghiaccio alla temperatura $t_g = -15^\circ\text{C}$ partendo da H_2O a $t_1 = 20,0^\circ\text{C}$ e $p_1 = 1,01 \text{ bar}$. Calcolare la potenza termica da sottrarre.



Si deduce dal testo che il sistema in esame è un SA 1IN 1OUT; essendovi uno scambio termico vi è trascurabilità dei termini cinetici e potenziali ed operando in campo continuo siamo certi di essere in condizioni di regime permanente.

Scriviamo il primo principio della termodinamica:

$$\dot{m}_1 h_1 + \dot{Q} = \dot{m}_2 h_2 + \dot{L} \quad \xrightarrow{\dot{L} = 0} \quad \dot{m}_1 h_1 + \dot{Q} = \dot{m}_2 h_2 \Rightarrow \dot{Q} = \dot{m} (h_2 - h_1)$$

Pur essendo evidente, occorre verificare la fase dell' H_2O :

$$t_1 = 20,0^\circ\text{C} \xrightarrow{A6} p_{vs}(t_1) = 0,0239 \text{ bar} < p_1 \Rightarrow \text{liquido}$$

$$p_1 = 1,01 \text{ bar}$$

Essendo p_1 sufficientemente bassa, è possibile calcolare h_1 tramite la relazione $c\Delta T$:

$$(h_1 - h_0) = c(t_1 - t_0) \Rightarrow h_1 = \frac{c}{\dot{m}} \dot{m} t_1 = 4,19 \cdot 20,0 = 83,8 \text{ kJ/kg}$$

$$h_2 = \lambda_s + c_s \frac{\Delta T}{t_2 - t_0} = -333,5 + 2,09(-15 - 0) = -365 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{Ne segue che } \dot{Q} = 1000(-365 - 83,8) = -4,49 \cdot 10^5 \frac{\text{kJ}}{\text{h}} = -125 \text{ kW}$$

La potenza è solitamente espressa in kilowatt:

$$\frac{1}{3600} \frac{\text{kJ}}{\text{h}} = \frac{1 \text{ kJ}}{\text{s}} = 1 \text{ kW}$$

Consideriamo una certa massa di H_2O a pressione $p = 40,0 \text{ bar}$ e volume specifico $v = 6,645 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3/\text{kg}$. Determinare la temperatura dell'acqua.

① Verifica della fase: $p = 40,0 \text{ bar} \xrightarrow{A6} \begin{cases} v_r(40,0 \text{ bar}) \\ v_{vs}(40,0 \text{ bar}) \end{cases}$ occorre interpolare: non sono presenti in tabella!

$$v_r(40,0 \text{ bar}) = v_r(39,78 \text{ bar}) + \frac{p(40,0 \text{ bar}) - p(39,78 \text{ bar})}{43,24 \text{ bar} - 39,78 \text{ bar}} (v_r(43,24 \text{ bar}) - v_r(39,78 \text{ bar})) = 1,2515 \cdot 10^{-3} + \frac{40,0 - 39,78}{43,24 - 39,78} (1,2633 \cdot 10^{-3} - 1,2515 \cdot 10^{-3}) = 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\text{Analogamente, } v_{vs}(40,0 \text{ bar}) = 0,05002 + \frac{0,04586 - 0,05002}{43,24 - 39,78} (40,0 - 39,78) = 0,0500 \text{ m}^3/\text{kg} = 5,00 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3/\text{kg}$$

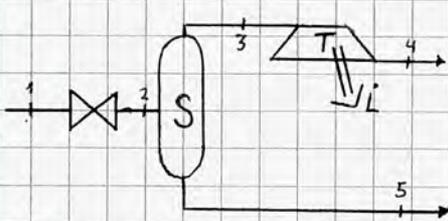
$v > v_{vs} \Rightarrow$ Vapore surriscaldato. Per determinare t è necessario utilizzare la tabella a due entrate e interpolare:

$\frac{p}{T(^\circ\text{C})}$	$40,0 \text{ bar}$
350	$15,05 \text{ kg/m}^3$
352	$15,0 \text{ kg/m}^3$
375	$14,29 \text{ kg/m}^3$

$$p(40,0 \text{ bar}) = \frac{1}{v} = 15,0 \text{ kg/m}^3 \text{ da cui è possibile utilizzare la tabella A7 e ricavare } t \text{ interpolando sulle densità:}$$

$$t = 350 + \frac{15,0 - 15,05}{14,29 - 15,05} (352 - 350) = 351,6 = 352^\circ\text{C}$$

Pur non essendo in possesso di 2 variabili intensive dunque è possibile ricavare lo stato termodinamico di una sostanza: una volta determinata la temperatura è possibile conoscere immediatamente ogni dato relativo alle tabelle a due entrate interpolando rispetto alle temperature.



Valvola di laminazione (la pressione diminuisce)



Separator: una miscela bifase si separa per gravità: l'aeriforme risale, il liquido scende; temperatura e pressione restano costanti (si dividono le fasi, non varia altro).

a) \dot{m}_4 ? b) \dot{L} ?

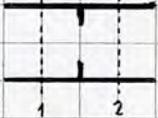
	①	②	③	④	⑤
t	250°C		t_2		t_2
p	$40,0 \text{ bar}$	$10,0 \text{ bar}$	p_2	$1,01 \text{ bar}$	p_2
\dot{m}					840 kg/h
h		h_1			
s				s_2	

L' H_2O nello stato 5 è un liquido.

Bilancio di massa:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}_4 + \dot{m}_5$$

Consideriamo la valvola di laminazione, nelle ipotesi di regime permanente e trascurata bilinearità dei termini cinetici e potenziali:



$$\dot{m}h_1 = \dot{m}h_2 \Rightarrow h_1 = h_2$$

⚠ la trasformazione non è isentropica: non è possibile determinare lo stato sezione per sezione.

Per le ipotesi sulla turbina sappiamo che la trasformazione 3-4 è adiabatica reversibile; dunque $s_3 = s_4$.

Determiniamo lo stato termodinamico dell' H_2O negli stati 1 e 2:

① Verifica della fase: $\left\{ \begin{array}{l} t_1 = 250^\circ\text{C} \\ p_1 = 40,0 \text{ bar} \end{array} \right. \xrightarrow{A6} p_{vs}(t_1) = 39,78 \text{ bar} < p_1 \Rightarrow \text{liquido}$

$p_1 = 40,0 \text{ bar}$; è tecnicamente possibile utilizzare la tabella A6 come riferimento ma non è necessario; nelle tabelle a due entrate sono presenti i dati dello stato 1 (in particolare la temperatura); la tabella A6 viene solitamente utilizzata, ove possibile, per interpolazioni più precise (dato che i dati tabellati possiedono uno scarto di temperatura di 5 gradi):

$$\left\{ \begin{array}{l} t_1 = 250^\circ\text{C} \\ p_1 = 40,0 \text{ bar} \end{array} \right. \xrightarrow{A8} 1086 \text{ kJ/kg}$$

② Verifica della fase: $\left\{ \begin{array}{l} p_2 = 10,0 \text{ bar} \\ h_2 = h_1 = 1086 \text{ kJ/kg} \end{array} \right. \xrightarrow{A6} \left\{ \begin{array}{l} h_f(10,0 \text{ bar}) = 762,7 \text{ kJ/kg} \\ h_{vs}(10,0 \text{ bar}) = 2777,6 \text{ kJ/kg} \end{array} \right. \Rightarrow h_f < h_2 < h_{vs} \Rightarrow \text{Vapore saturo}$

Essendo p_2 ed h_2 noti è possibile ricavare il titolo del vapore saturo:

$$h_2 = h_f + X_2(h_{vs} - h_f) \Rightarrow X_2 = \frac{h_2 - h_f}{h_{vs} - h_f} = \frac{1086 - 762,7}{2777,6 - 762,7} = 0,160$$

$X = \frac{m_{vs}}{m_{vs} + m_l}$ frazione di vapore saturo secco rispetto al totale

$$X m_{vs} + X m_l = m_{vs} \Rightarrow m_l = \frac{m_{vs}(1-X)}{X} \Rightarrow m_{vs} = \frac{m_l X}{1-X} = \frac{840 \cdot 0,160}{1 - 0,160} = 160 \text{ kg/h}$$

a) $\dot{m}_4 = \dot{m}_2 = \dot{m}_{vs} + \dot{m}_l = 160 + 840 = 1000 \text{ kg/h}$

Sappiamo inoltre che $\dot{m}_2 = \dot{m}_3 + \dot{m}_5 \Rightarrow \dot{m}_2 = \dot{m}_{vs} + \dot{m}_l \Rightarrow 1 = X_2(1 - X_2)$

b) Poiché la turbina attua una trasformazione adiabatica reversibile, $s_4 = s_3 = s_{vs}(10,0 \text{ bar}) = 6,5833 \text{ kJ/kgK}$; inoltre sappiamo che $p_4 = 1,01 \text{ bar}$

④ Verifica della fase: $\left\{ \begin{array}{l} p_4 = 1,01 \text{ bar} \\ s_4 = 6,5833 \text{ kJ/kgK} \end{array} \right. \xrightarrow{A6} \left\{ \begin{array}{l} s_f(1,01 \text{ bar}) = 1,3063 \text{ kJ/kgK} \\ s_{vs}(1,01 \text{ bar}) = 7,3500 \text{ kJ/kgK} \\ h_f(1,01 \text{ bar}) = 419,04 \text{ kJ/kg} \\ h_{vs}(1,01 \text{ bar}) = 2674,4 \text{ kJ/kg} \end{array} \right. \Rightarrow s_f < s_4 < s_{vs} \Rightarrow \text{Vapore Saturo}$

Calcoliamo il titolo: $X_4 = \frac{s_4 - s_f}{s_{vs} - s_f} = \frac{6,5833 - 1,3063}{7,3500 - 1,3063} = 0,873$

Possiamo calcolare h_4 :

$$h_4 = h_2 + X_4(h_{vs} - h_2) = 419,04 + 0,873(2674,4 - 419,04) = 2387,96 = 2,39 \cdot 10^3 \text{ kJ/kg}$$

Ne segue che, applicando il primo principio della termodinamica,

$$\dot{L} = -160 \text{ kg/h} [(2,39 \cdot 10^3 - 2777,6) \text{ kJ/kg}] = 6,20 \cdot 10^4 \text{ kJ/h} = 17,2 \text{ kW}$$

Una massa $m = 10,0 \text{ kg}$ di H_2O compie un ciclo diretto in un sistema chiuso, con trasformazioni rispettivamente adiabatica reversibile, isoterma, isobara. Determinare p_1 , η , V_3 .

	①	②	③
t	130°C		t_2
p		$39,8 \text{ bar}$	p_1
s		s_1	

L' H_2O nello stato 2 è un liquido saturo.

Specializziamo il primo principio della termodinamica per i sistemi chiusi ai vari casi:

$$\Delta U = Q - L \quad \bullet \text{ In un intero ciclo, } Q = L$$

$$\bullet 1-2: \Delta U_{1,2} = -L_{1,2} \quad \begin{cases} Q_{1,2} = 0 \\ L_{1,2} = -\Delta U_{1,2} \end{cases}$$

$$\bullet 2-3: \Delta U_{2,3} = Q_{2,3} - L_{2,3} \quad \text{non essendo un gas perfetto non è possibile specializzare la condizione.}$$

$$\bullet 3-1: \Delta U_{3,1} = Q_{3,1} - L_{3,1} \quad \begin{cases} Q_{3,1} = \Delta H_{3,1} \\ L_{3,1} = \int_{V_3}^{V_1} p \, dV = m p (V_1 - V_3) \end{cases}$$

Calcoliamo $s_2 (= s_1)$: sapendo che $p_2 = 39,8 \text{ bar}$ e che l' H_2O nello stato 2 è in condizioni di liquido saturo,

$$p_2 = 39,8 \text{ bar} \xrightarrow{\text{A6}} s_f(39,8 \text{ bar}) = s_2 = 2,7918 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \quad \text{Inoltre, } t_2 = 250^\circ\text{C}$$

Nota $s_1 (= s_2)$ è possibile conoscere integralmente lo stato termodinamico in 1:

$$\left\{ \begin{array}{l} t_1 = 130^\circ\text{C} \\ s_1 = s_2 = 2,7918 \text{ kJ/kgK} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{A6}} \left\{ \begin{array}{l} s_f(130^\circ\text{C}) = 1,6338 \text{ kJ/kgK} \\ s_{vs}(130^\circ\text{C}) = 7,0208 \text{ kJ/kgK} \end{array} \right. \quad s_f < s_1 < s_{vs} \Rightarrow \text{Vapore saturo.}$$

Poiché potrebbero essere utili nell'applicazione del I principio della termodinamica, osserviamo che $u_f(130^\circ\text{C}) = 545,8 \text{ kJ/kg}$
 $u_{vs}(130^\circ\text{C}) = 2537,9 \text{ kJ/kg}$

Determinando il titolo di vapore saturo lo stato termodinamico è noto.

$$X_1 = \frac{s_1 - s_f}{s_{vs} - s_f} = \frac{2,7918 - 1,6338}{7,0208 - 1,6338} = 0,215 \quad \text{Sappiamo inoltre che } p_1 = p_{vs}(130^\circ\text{C}) \Rightarrow a) \quad p_1 = 2,70 \text{ bar}$$

$$b) \quad \eta = \frac{\sum L_k}{\sum Q_{in,i}} = 1 - \frac{|\sum Q_{out,i}|}{\sum Q_{in,i}} \quad \text{tra le due equazioni risulta particolarmente conveniente la seconda: occorre calcolare 2 quantità } (Q_{in}, Q_{out}) \text{ invece che 4 (3 lavori, 1 calore), come visibile nei diagrammi.}$$

Osserviamo che $dS = \frac{dQ_{rev}}{T}$; in una trasformazione isoterma è possibile passare alle quantità finite: $\Delta S = \frac{Q_{rev}}{T} \Rightarrow Q = T \Delta S$

$$\text{Ne segue che } Q_{2,3} = T_2 \Delta S_{2,3} = T_2 m (s_3 - s_2)$$

$$\textcircled{3} \text{ Verifica della fase: } \left\{ \begin{array}{l} p_3 = 2,70 \text{ bar} \\ t_3 = 250^\circ\text{C} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{A6}} p_{vs}(250^\circ\text{C}) = 39,8 \text{ bar} \Rightarrow \text{Vapore surriscaldato}$$

Interpoliamo s_3 rispetto alla pressione dalla tabella A10:

$p(h_{\text{v}})$	1,00	2,70	5,00
$T(^{\circ}\text{C})$			
250	8,034 $\frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$	7,71 $\frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$	7,272 $\frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$

$$s_3 = \frac{8,034 + 2,70 - 1,00}{5,00 - 1,00} (7,272 - 8,034) = 7,71 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

Essendo nota s_2 , è possibile calcolare $Q_{2,3}$:

$$Q_{2,3} = (250 + 273) \cdot 10,0 (7,71 - 2,7918) = 2,57 \cdot 10^4 \text{ kJ}$$

Per calcolare $Q_{3,1}$ sappiamo che la trasformazione 3-1 è isobara, dunque $Q_{3,1} = \Delta H_{3,1}$:

$$Q_{3,1} = \Delta H_{3,1} = m(h_1 - h_3) = 10,0 (1,01 \cdot 10^3 - 2,97 \cdot 10^3) = -1,96 \cdot 10^4$$

↳ ottenibile tramite interpolazione
↳ noto x_1 , è ottenibile tramite la tabella A6

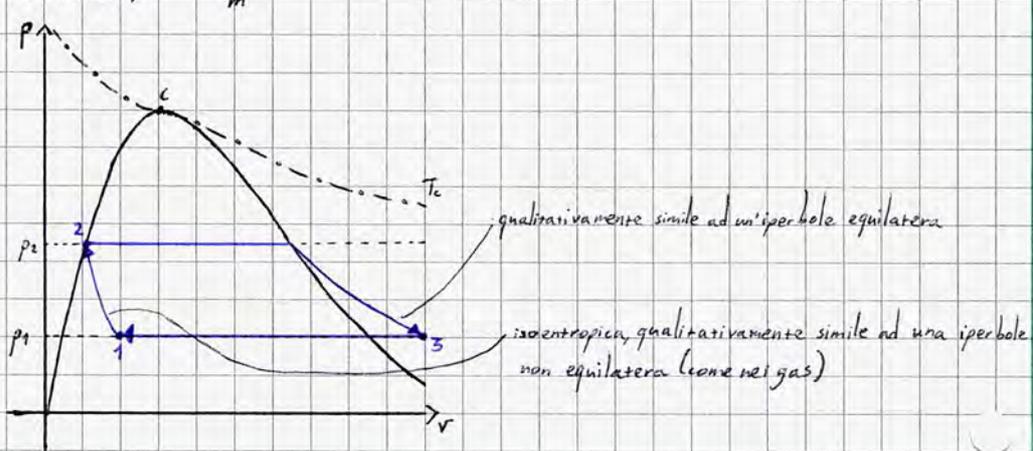
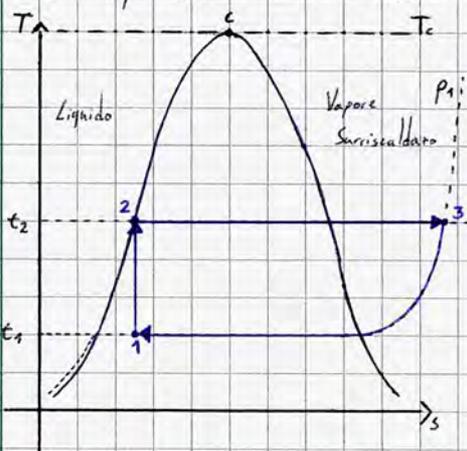
$$h_1 = 546,1 + 0,215(2718,3 - 546,1) = 1,01 \cdot 10^3 \text{ kJ/kg} \quad \left(\begin{array}{l} h_2(130^{\circ}\text{C}) = 546,1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \\ h_{\text{vs}}(130^{\circ}\text{C}) = 2718,3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \end{array} \right)$$

Dalla tabella a due entrate dell'entalpia, interpoliamo rispetto alle pressioni:

$$h_3 = 2975 + \frac{2,70 - 1,00}{5,00 - 1,00} (2961 - 2975) = 2,97 \cdot 10^3 \text{ kJ/kg}$$

$$b) \eta = 1 - \frac{|-1,96 \cdot 10^4|}{2,57 \cdot 10^4} = 1 - 0,763 = 0,237 = 23,7\%$$

c) interpolando la densità sulla tabella A7, nota la massa, $V_3 = \frac{P_3}{m}$



Aria Umida

Come è noto, l'aria è una miscela con un numero molto ampio di componenti, approssimativamente nelle seguenti percentuali:

Azoto	N_2	~78%
Ossigeno	O_2	~21%
Argon	Ar	~1%
Altro	...	complemento al 100% delle componenti precedenti

Perché nelle condizioni tipiche della Fisica Tecnica Ambientale la maggior parte delle componenti è costituita da gas in condizioni di gas perfetti, e supponendo che nelle trasformazioni non varii in maniera significativa la composizione della miscela (nelle applicazioni ciò è spesso garantito!), è possibile considerare l'aria come una miscela bicomponente costituita da:

- **Aria Secca:** raccoglie tutti gli incondensabili (gas)
- **Vapor d'Acqua:** se la pressione totale è all'incirca pari alla pressione atmosferica può essere considerato anch'essa come un gas perfetto

⚠ Occorre saper discriminare quando è possibile assumere l'acqua come gas perfetto!

Con le approssimazioni suddette, l'aria umida (o più semplicemente aria) è una miscela a n componenti di gas perfetti, in cui:

$$P = p_{N_2} + p_{O_2} + p_{Ar} + p_{altri} + p_v \quad \text{pressione totale: è pari alla somma delle pressioni parziali!}$$

↳ vapore

Poiché nelle nostre ipotesi la composizione non varia sensibilmente (non avvengono reazioni chimiche, ad esempio di combustione), si può considerare l'aria come miscela bicomponente, dunque:

$$P = p_a + p_v$$

↳ aria secca

Essendo l'aria secca una miscela di gas in condizioni di gas perfetti, è possibile calcolarne le proprietà termodinamiche; in particolare, sono tabellati i valori legati ad essa, come R_a .

Poiché è frequente che cambi il contenuto di vapore nell'aria (ad esempio a causa dell'evaporazione da un bicchiere d'acqua perché $p_v < p_{vs}$) si considerano sempre separate le due componenti.

Tale variabilità è però limitata: esiste un limite superiore alla percentuale di H_2O presente nell'aria, dipendente dalla temperatura. Nel momento in cui $p_v = p_{vs}$, l'aria è satura di H_2O ; in simili condizioni l'evaporazione non avviene più spontaneamente. Ne segue anche che:

$$0 \leq p_v \leq p_{vs}(T)$$

aria secca aria satura

Proprietà dell'aria umida: Poiché l'aria umida viene studiata come una miscela bicomponente, per determinarne lo stato termodinamico è necessario conoscere almeno tre variabili termostatiche (che sono per definizione funzioni solo di altre grandezze termostatiche), non due: una delle tre è necessaria per determinare la composizione della miscela. Tra le variabili, in ogni applicazione sarà presente p_{tot} a causa della natura del corso. Contrariamente ai sistemi a una componente, le grandezze specifiche dell'aria umida sono riferite alla massa di aria secca e non la massa totale del sistema. Ciò perché, come anticipato, la massa del vapore può variare durante le trasformazioni; nella pratica ciò implica errori trascurabili nel caso del condizionamento ambientale civile ma molto importante in ambito industriale.

Le variabili di nostro interesse si dividono in:

Grandezze igrometriche

⚠ **Titolo** (dell'aria umida), detto anche **umidità specifica/assoluta**; $X = \frac{m_v}{m_a} \left[\frac{kg_v}{kg_a} \right]$

↳ essendo sostanze diverse, occorre scrivere l'unità di misura (è una miscela di concentrazione)

• **Grado igrometrico**: esprime la distanza dalla condizione di saturazione: $\phi = \frac{p_v}{p_{vs}(T_a)} \Rightarrow 0 \leq \phi \leq 1$, solitamente espresso in %.

• **Umidità relativa**: anch'essa espressa in %, $UR = \frac{p_v}{p_{vs}(T_a)} = \phi \div 100\%$

RH in inglese

Per pressioni inferiori o intorno a quella atmosferica, $\phi = UR$ poiché l' H_2O è assimilabile ad un gas perfetto:

$$p_v \cdot v_v = R_v T$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{p_v}{p_v} = R_v T \quad (p_v \sim 1 \text{ atm})$$

Spesso si preferisce lavorare in g/kg_a e simili per avere valori prossimi all'unità; ciò però induce ad errori di ordini di grandezza nei bilanci.

Grandezze termometriche

• **Temperatura**: misurata da un termometro esposto all'aria ma schermato il più possibile dalle radiazioni da irraggiamento delle superfici circostanti; si indica con t, t_a, t_{ba} .

↳ bulbo asciutto

• **Temperatura di rugiada**: temperatura tale che l' H_2O presente nell'aria umida condensa; indicata con t_r, t_d .

• **Temperatura di bulbo umido**: temperatura misurata da un termometro il cui bulbo è avvolto in una garza di cotone imbevuta di acqua distillata, schermato dalle radiazioni e in condizioni tali da essere investito da un flusso di aria alla velocità di almeno 4 m/s ; si indica con t_{bu}, t_{bb} .

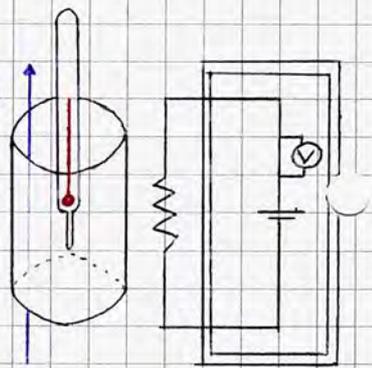
↳ bulbo bagnato

⚠ La temperatura di bulbo umido non è una grandezza termostatica, ma nelle condizioni suddette differisce di un infinitesimo da una grandezza termostatica di difficilissima misura, detta **temperatura di saturazione adiabatica**.

Strumenti di misura delle grandezze termometriche

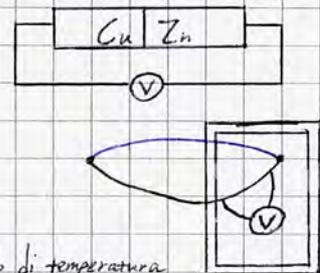
Termometro: presenta una schermatura del bulbo tramite un cilindro in metallo lucidato che permette il passaggio di aria bloccando la maggior parte delle radiazioni; esiste di due tipi:

- **A fluido:** sfrutta l'espansione di un fluido in un capillare
- **Digitale:** sfrutta una termoresistenza, misurando la resistenza elettrica (dipendente dalla temperatura) di un materiale, solitamente Nickel o Platino; ad esempio, una resistenza Pt 100 è una resistenza che a 0°C misura $100\ \Omega$



Termocoppia: metodo più antico e meno preciso di misura, sfrutta il principio della pila di Volta per misurare intervalli di temperatura anche molto ampi; si saldano due fili di due materiali differenti, collegando un voltmetro che misura la differenza di potenziale, proporzionale alla variazione di temperatura tra i due nodi di saldatura.

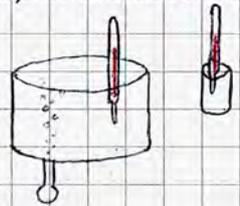
Una termocoppia rame-constantano (lega ferro-rame) ad esempio misura temperature da quella ambiente fino a 200°C ; una in Platino e Platino-Rodio arriva anche a 1800°C .



Termistore: è uno strumento costituito da un insieme di termocoppie che misurano un intervallo di temperatura prossimo a quella ambientale aventi una altissima differenza di resistenza elettrica, implicando una elevata precisione.

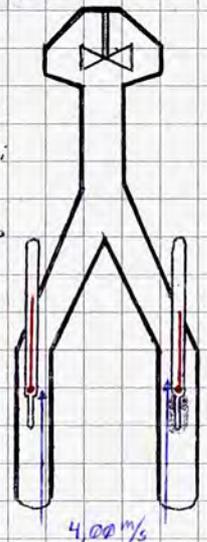
Termometro per la misurazione della temperatura di rugiada: il principio, inalterato negli anni, è quello del termometro a condensazione, inizialmente concepito come un recipiente metallico lucidato contenente un liquido basso bollente (ovvero con temperatura di ebollizione inferiore a quella dell'acqua) come l'etere, in cui è inserito il bulbo di un termometro mentre un altro termometro misura la temperatura esterna.

Facendo gorgogliare l'aria esterna nell'etere si induce l'evaporazione del liquido, che avviene attraverso la trasmissione di calore dall'etere liquido come calore latente di vaporizzazione che implica un raffreddamento; non appena si osserva la condensa sulla superficie del recipiente si misura la temperatura.



Esiste uno strumento che fornisce una misurazione analoga tramite una termocoppia, sfruttando l'effetto Peltier: alimentando la termocoppia con una differenza di potenziale si riscalda un nodo mentre l'altro si raffredda; tramite uno specchio ed una fotocellula è possibile registrare la temperatura di rugiada nel momento in cui si forma condensa sullo specchio e la luce non è più riflessa specularmente.

Psicrometro: È uno strumento che misura contemporaneamente t_{ha} e t_{bu} , con due termometri inseriti in dei condotti che schermano dalle radiazioni legati ad una ventola che muove l'aria ad almeno $4,00\ \text{m/s}$; uno dei due bulbi è avvolto in una garza di cotone imbevuta di acqua distillata. Attraverso questo strumento dunque è possibile misurare 2 su 3 variabili termostatiche per conoscere lo stato termodinamico dell'aria.



Variabili di stato

Nella risoluzione di problemi si effettueranno diverse approssimazioni: $L=0$, pressione costante.
Tratteremo principalmente sistemi aperti, dunque sarà fondamentale conoscere l'entalpia.

- **Titolo:** poiché il calcolo di m_v è spesso molto complesso, mentre è più semplice determinare t_a e UR , nella pratica è particolarmente conveniente legare il titolo a queste due grandezze. Ricordando che in condizioni prossime a quelle ambientali è possibile utilizzare l'equazione di stato dei gas perfetti, otteniamo che:

$$p_v V = m_v R_v T \quad ; \quad p_a V = m_a R_a T$$

$$\Downarrow \qquad \qquad \qquad \Downarrow$$

$$m_v = \frac{p_v V}{R_v T} \qquad m_a = \frac{p_a V}{R_a T} \quad \Rightarrow \quad X = \frac{m_v}{m_a} = \frac{p_v V}{R_v T} \cdot \frac{R_a T}{p_a V} = \frac{R_a}{R_v} \frac{p_v}{p_a} \Rightarrow X = 0,622 \frac{p_v}{p_a}$$

$\leftarrow \text{cost.}$

Il calcolo può però essere ulteriormente semplificato: sappiamo infatti che

$$\phi = \frac{p_v}{p_{vs}(t)} \Rightarrow p_v = \phi p_{vs}(t)$$

$$P = p_a + p_v \Rightarrow p_a = P - p_v$$

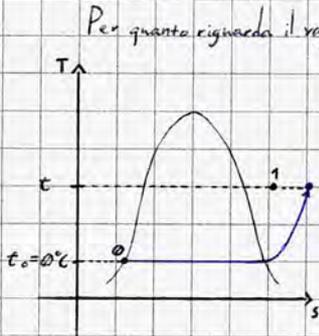
$$\rightarrow X = 0,622 \frac{\phi p_{vs}(t)}{P - \phi p_{vs}(t)}$$

In questo modo, il titolo è in funzione di due variabili di stato (temperatura e grado igrometrico) rispetto alle quali il calcolo è più agevole.

Entalpia specifica dell'aria umida:

$$h = \frac{H}{m_a} = \frac{m_a h_a + m_v h_v}{m_a} \Rightarrow h = h_a + X h_v \rightarrow h = c_{p,a} t + X(\lambda_v + c_{p,v} t)$$

Essendo l'aria schematizzabile come un gas perfetto, $h = (h - h_0) = c_p \Delta t$; fissiamo la temperatura di riferimento a 0°C - in modo tale da avere misure analoghe a quelle del vapore d'acqua - cui corrisponde $h_0 = 0$; ne segue che $h_a = c_{p,a} \cdot t$.



Per quanto riguarda il vapore, in condizioni ambientali esso si trova in fase di vapore surriscaldato. Per calcolarne l'entalpia, come avviene con i solidi, occorre immaginare di voler produrre detto vapore partendo dallo stato di riferimento, considerando una fase iniziale di calore latente di vaporizzazione ($h_{vs} - h_l$) ed una, successiva, di surriscaldamento, in cui è possibile assumere - essendo in condizioni prossime a quelle ambientali - $Q = c_{p,v}(t - t_0)$. Ne segue che $h_v = \lambda_v + c_{p,v}(t - t_0) = \lambda_v + c_{p,v} t$.

Osservazione: nel grafico lo stato raggiunto ha un'entropia maggiore rispetto allo stato 1; essendo però il vapore assimilabile ad un gas perfetto in condizioni prossime a quelle ambientali, l'entalpia è funzione unicamente della temperatura, dunque non si commette errore.

Sapendo che: $c_{p,a} = 1,01 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$; $\lambda_v = 2500 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$; $c_{p,v} = 1,93 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$,

$$h = 1,01 \cdot t + X(2500 + 1,93 \cdot t)$$

\leftarrow binomio di Mollier

• **Volume specifico:** $v = \frac{V}{m_a} = v_a = \frac{R_a T}{p_a} = \frac{R_a T}{P - \phi p_{vs}(t)} \Rightarrow v = v_a = \frac{R_a T}{P - \phi p_{vs}(t)}$

• **Temperatura di rugiada:** è la temperatura di incipiente condensazione; osservando la natura di ϕ si osserva che la condensazione avviene quando $p_v = p_{vs}$, ovvero $\phi = 100\%$ (p_v non varia, mentre p_{vs} diminuisce al diminuire della temperatura); la temperatura in cui ciò avviene coincide con t_r .

$$p_{vs}(t_r) = p_v = \phi \cdot p_{vs}(t)$$

si ricava t_r dalla tabella A6 dopo aver calcolato p_v (ricavando $p_{vs}(t)$ dalla tabella A6).

Dunque,

$$X = 0,622 \frac{\phi \cdot p_{vs}(t)}{P - \phi \cdot p_{vs}(t)} \quad ; \quad h = 1,01 \cdot t + X(2500 + 1,93 \cdot t) \quad ; \quad v = v_a = \frac{R_a T}{P - \phi p_{vs}(t)} \quad ; \quad \phi \cdot p_{vs}(t) = p_v = p_{vs}(t_r) \xrightarrow{A6} t_r$$

Δ • Massa di Aria Umida: $m_a = \frac{m}{1+X}$

la relazione è molto poco usata, ma fornisce spesso confusione nel calcolo di m_a . Numericamente, poiché $1+X \approx 1$, l'errore di calcolo ottenuto da $m = V/v$ è trascurabile, ma concettualmente è un grave errore: $v = v_a!$

Esempio

$\dot{V} = 15,3 \frac{m^3}{h}$; $P = 1,01 \text{ atm} = 1,01 \text{ bar}$; $t = 25,0^\circ\text{C}$; $\phi = 70\%$. a) X ? b) \dot{m}_a ? c) \dot{m} ? d) \dot{H} ? e) t_r ?

a) $X = \frac{0,622 \cdot 0,70 \cdot p_{vs}(25^\circ\text{C})}{1,01 - 0,70 \cdot p_{vs}(25^\circ\text{C})} = \frac{0,622 \cdot 0,70 \cdot 0,03169}{1,01 - 0,70 \cdot 0,03169} = 0,0140 \frac{\text{kg}_v}{\text{kg}_a}$

b) $\dot{m}_a = \frac{\dot{V}}{v} = \dot{V} \cdot \frac{P - \phi \cdot p_{vs}(t)}{R_a T} = 15,3 \cdot \frac{(1,01 - 0,70 \cdot 0,03169) \cdot 10^5}{287 \cdot 298}$ riporta a Pa per l'eq. dimensionale $= 17,7 \text{ kg/h}$

$\rho_a \approx 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Poiché $\rho_a \approx 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ in condizioni ambientali, $\dot{m}_a \approx \dot{V}_a$, utile per controlli dimensionali.

c) $\dot{m}_a = \frac{\dot{m}}{1+X} \Rightarrow \dot{m} = \dot{m}_a (1+X) = 17,7 (1,0139) = 17,9 \text{ kg/h}$

d) $\dot{H} = \dot{m}_a h = 17,7 (1,01 \cdot 25 + 0,0139 (2500 + 1,93 \cdot 25)) = 17,7 \cdot 60,7 = 1,07 \cdot 10^3 \text{ kJ/h}$

e) $p_a = \phi p_{vs}(t) = 0,70 \cdot 0,03169 = 0,0222 \text{ bar}$; $p_v = p_{vs}(t_r) = 0,0222 \text{ bar}$ $\xrightarrow{A_6}$ $\begin{cases} p_{vs}(15^\circ\text{C}) = 0,017051 \\ p_{vs}(20^\circ\text{C}) = 0,02339 \end{cases}$

t	p_{vs}
15,0	0,017051
19,1	0,0222
20,0	0,02339

$t = 15,0 + \frac{20 - 15}{0,02339 - 0,017051} (0,0222 - 0,017051) = 19,1^\circ\text{C} \Rightarrow t_r = 19,1^\circ\text{C}$

Fissata la pressione, lo stato termodinamico dell'aria dipende da 2 variabili; i calcoli effettuati nell'esempio costituiscono la base per la realizzazione di vari diagrammi psicrometrici, realizzati ad una determinata pressione. Quello più utilizzato è il diagramma corrispondente alla pressione atmosferica a 0 m.s.l.m., pari a 1,013 bar.

Il diagramma psicrometrico nasce come diagramma di Mollier (h-X), con grandezze non misurate normalmente nella pratica e non commisurate tra loro. Si è scelto di ruotare gli assi di riferimento, in modo tale da avere un diagramma Ta-X. Il diagramma attualmente utilizzato è stato elaborato dalla ASHRAE (American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers) e tradotto in unità metriche dalla AiCARR (Associazione Italia Condizionamento dell'Aria, Riscaldamento e Refrigerazione), pur avendo una costruzione simile è diverso da quello di Mollier.

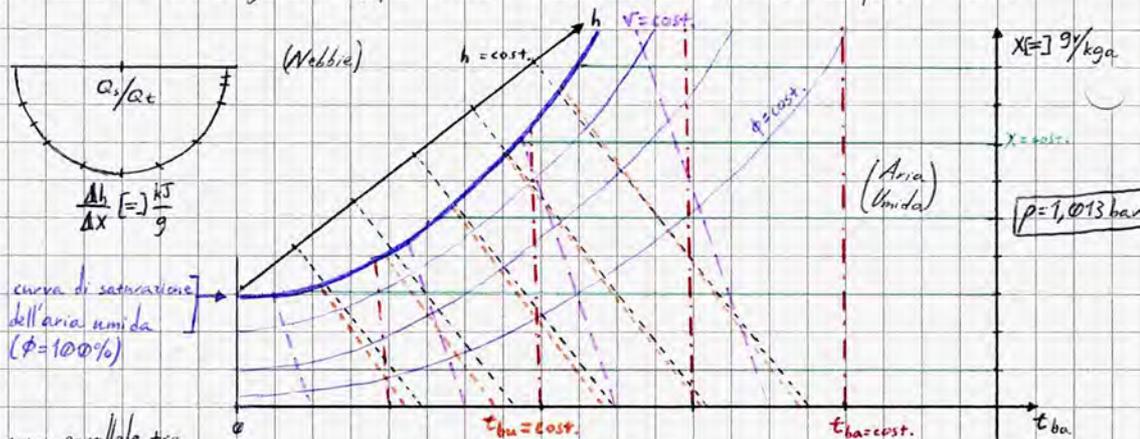
La schematizzazione a fianco del diagramma psicrometrico (fig. A4) permette di effettuare diverse osservazioni:

La curva di saturazione dell'aria umida divide il diagramma in due aree; una corrisponde all'aria umida mentre l'altra alle nebbie, ovvero acqua saturata con gocce di liquido in sospensione.

Si osserva inoltre che le isoterme non sono parallele tra loro, poiché il diagramma nasce come diagramma entalpia-umidità; le isoterme e le isentalpie costituiscono infatti dei fasci di rette parallele.

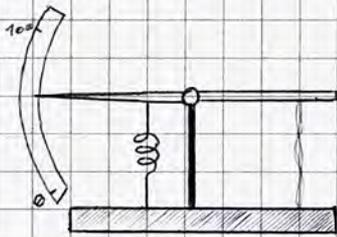
Il "disco" in alto permette di riportare le trasformazioni dal diagramma di Mollier a quello psicrometrico, permettendo di valutare la pendenza delle trasformazioni.

Si osserva inoltre che i capelli sono sensibili all'umidità relativa, e non quella assoluta: con $\phi = 100\%$ tra l'inverno e l'estate X varia tra valori prima molto bassi e poi molto alti (basta considerare le temperature ambientali medie), ma si percepisce parimenti la contrazione.



Nelle applicazioni, il sistema più generale considerato è un SA 1IN 1OUT per l'aria e 1IN 1OUT per l' H_2O , in cui W_{in} può essere in qualunque fase, mentre W_{out} solo liquida: il vapore surriscaldato esce da 2. Inoltre, per semplicità si ha che $L = 0$ (il lavoro dei ventilatori è trascurabile rispetto al calore scambiato nel condizionamento e spesso a pressione costante).

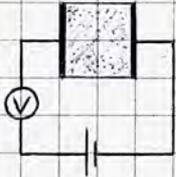
Altro strumento di misura importante nello studio dell'aria umida è l'igrometro, storicamente è il primo strumento di misura delle proprietà dell'aria, che misura l'umidità relativa.



Lo strumento è stato inizialmente realizzato sfruttando la sensibilità all'umidità relativa dei capelli per far ruotare un ago, equilibrato da una molla. Il principio, poi adattato, è rimasto invariato per tutti gli igrometri analogici.

Per fissare il valore pari ad un'umidità dello 0% sulla scala di misura, si sfrutta la igroscopicità di alcune sostanze, come il gel di silice - la cui elevatissima porosità porta il vapore a condensare - o il pentossido di fosforo (meglio noto come fosfina, è molto più rapido del silice gel ma reagendo con H_2O produce acido ortofosforico; viene prevalentemente utilizzato in laboratorio) che assorbito l'acqua presente in aria; il 100% si misura portando l'aria a saturazione.

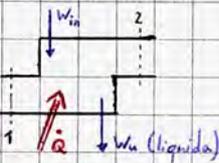
Come altri strumenti digitali, gli igrometri digitali misurano le variazioni di determinate proprietà elettriche al variare dell'umidità relativa: come osserveremo durante l'analisi sull'umidità nelle murature, un qualunque materiale poroso è in equilibrio con l'ambiente.



Considerando un piccolo volume in materiale ceramico poroso tra due lastre metalliche (condensatore con dielettrico) è possibile misurare la variazione della resistenza elettrica (o di potenziale elettrico) al variare del contenuto di H_2O nei pori (all'aumentare del contenuto di acqua diminuisce la resistenza); da ciò è possibile misurare la pressione. Il vantaggio degli strumenti digitali è la possibilità di memorizzare e registrare i dati.

Bilanci nell'aria umida

Come anticipato, il sistema di riferimento per le nostre applicazioni è un SA 1IN 1OUT a pressione costante e con $L=0$; è però possibile aggiungere H_2O in qualunque stato e rimuovere acqua liquida (condensata).



Essendo presenti due componenti, sono necessari due bilanci di massa. Nell'ipotesi di regime permanente,

$$a) \dot{m}_{a,1} = \dot{m}_{a,2} = \dot{m}_a$$

$$w) \dot{m}_{v,1} + \dot{m}_{w,i} = \dot{m}_{v,2} + \dot{m}_{w,u} \Rightarrow \dot{m}_a X_1 + \dot{m}_{w,i} = \dot{m}_a X_2 + \dot{m}_{w,u}$$

espressa in termini di titolo dell'aria umida

Nell'ipotesi di trascurabilità dei termini cinetici e potenziali, il bilancio di energia del sistema è:

$$\dot{m}_a h_1 + \dot{m}_{w,i} h_{w,i} + \dot{Q} = \dot{m}_a h_2 + \dot{m}_{w,u} h_{w,u}$$

Partendo dalle informazioni ottenute dai bilanci è possibile determinare la pendenza di una qualunque trasformazione nel diagramma psicrometrico; essendo esso un diagramma $H-X$ il coefficiente di riferimento è $\Delta h / \Delta x$, poiché il contenuto d'acqua potrebbe variare si considera il coefficiente solo relativamente all'aria umida:

$$\frac{\Delta h}{\Delta x} = \frac{\dot{m}_{w,i} h_i - \dot{m}_{w,u} h_{w,u} + \dot{Q}}{\dot{m}_a} \Rightarrow \frac{\Delta h}{\Delta x} = \frac{\dot{m}_{w,i} h_{w,i} - \dot{m}_{w,u} h_{w,u} + \dot{Q}}{\dot{m}_{w,i} - \dot{m}_{w,u}}$$

In diverse applicazioni viene praticata un'ulteriore semplificazione: $\dot{m}_{w,u} = 0$. Ciò implica che:

$$a) \dot{m}_{a,1} = \dot{m}_{a,2} = \dot{m}_a$$

$$w) \dot{m}_a X_1 + \dot{m}_{w,i} = \dot{m}_a X_2$$

$$e) \dot{m}_a h_1 + \dot{m}_{w,i} h_{w,i} + \dot{Q} = \dot{m}_a h_2$$

$$\frac{\Delta h}{\Delta x} = \frac{\dot{m}_{w,i} h_{w,i} + \dot{Q}}{\dot{m}_{w,i}} = h_{w,i} + \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_{w,i}}$$

I bilanci a fianco sono i più utilizzati nella pratica professionale; solo in casi particolari tale semplificazione non può essere effettuata.

Trasformazioni nell'aria umida

In generale, una stanza con persone all'interno (e priva di impianti) contiene aria umida che compie trasformazioni di umidificazione e riscaldamento dovute alla respirazione e l'irraggiamento del calore dal corpo umano oltre ad eventuali trasformazioni di deumidificazione in prossimità delle finestre, dove l'acqua presente sotto forma di vapore può condensare.

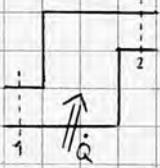
Gli impianti di condizionamento sono più semplici ed impongono meno trasformazioni: i condotti iniziano con un sistema di griglie e filtri all'esterno per limitare l'accesso di organismi e particolato atmosferico, cui segue un ventilatore ed un sistema di scambiatori di calore (almeno 2) che riscaldano o raffreddano l'aria; ad essi segue un sistema di umidificazione con uno scopo ben comprensibile dalla lettura di un diagramma psicrometrico (i recipienti d'acqua in ceramica posti sui termosifoni servono lo stesso scopo).

Le trasformazioni principali dell'aria umida dunque sono riscaldamento/raffreddamento e umidificazione/deumidificazione; ad esse si aggiunge il mescolamento di più correnti di aria umida, che però avviene in sistemi a più ingressi e più uscite e in condizioni adiabatiche, senza variazioni del contenuto d'acqua ed altre condizioni che garantiscono che il mescolamento sia l'unica operazione in atto.

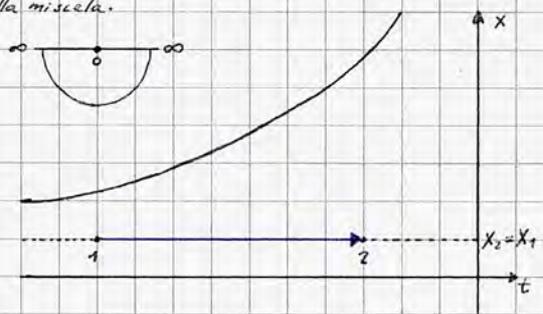
Riscaldamento "a titolo costante"

se l'unica operazione in atto è di riscaldamento, il termine è superfluo: avviene necessariamente a titolo costante.

Si consideri un sistema semplificato in cui non varia il contenuto di H₂O della miscela.



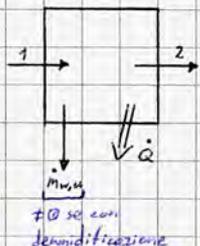
a) $\dot{m}_{a,1} = \dot{m}_{a,2} = \dot{m}_a$
 w) $\dot{m}_a X_1 = \dot{m}_a X_2 \Rightarrow X_1 = X_2$
 e) $\dot{m}_a h_1 + \dot{Q} = \dot{m}_a h_2 \Rightarrow \dot{Q} = \dot{m}_a \Delta h$
 $\frac{\Delta h}{\Delta x} = \infty$



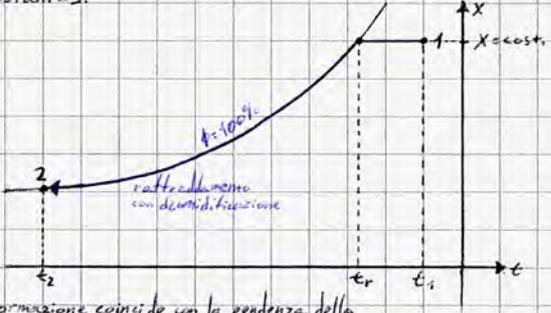
Raffreddamento

Esiste sia a titolo costante che con deumidificazione; il secondo avviene di frequente negli impianti di condizionamento. È importante ricordare che al termine di un raffreddamento con deumidificazione si ha necessariamente $\phi = 100\%$.

⚠ Se $t_2 < t_r$, il raffreddamento è con deumidificazione [a titolo costante].



Bilanci:
 a) $\dot{m}_{a,1} = \dot{m}_{a,2} = \dot{m}_a$
 w) $\dot{m}_a X_1 = \dot{m}_a X_2 + \dot{m}_{w,u}$
 e) $\dot{m}_a h_1 + \dot{Q} = \dot{m}_a h_2 + \dot{m}_{w,u} h_{w,u}$
 $\frac{\Delta h}{\Delta x} = \frac{h_{w,u} - \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_{w,u}}}{\dot{m}_{w,u}}$
 $\rightarrow \infty \Leftrightarrow t_2 < t_r$
 $\in \mathbb{R} \Leftrightarrow t_2 > t_r$
 in pendenza della trasformazione coincide con la pendenza della retta tra 1 e 2, non con l'effettiva pendenza della trasformazione.



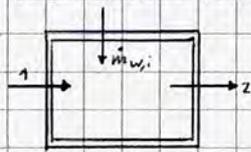
Come anticipato, il calcolo delle varie grandezze dipende dai bilanci:

da w): $\dot{m}_{w,u} = \dot{m}_a (X_1 - X_2)$ portata di H₂O condensata
 e): $\dot{Q} = \dot{m}_a (h_2 - h_1) + \dot{m}_{w,u} h_{w,u}$ potenza termica necessaria per il raffreddamento

teoricamente bisognerebbe integrare la trasformazione nel raffreddamento tra t_r e t_1 e calcolare la media integrale, essendo però la variazione quantitativa molto ridotta si considera la media tra t_2 o t_r , come attuato dai progettisti di impianti considerando t_2 come termine. In questo modo, nel calcolo dell'entalpia dell'acqua condensata è incluso un piccolo coefficiente di sicurezza (di impatto minimo).

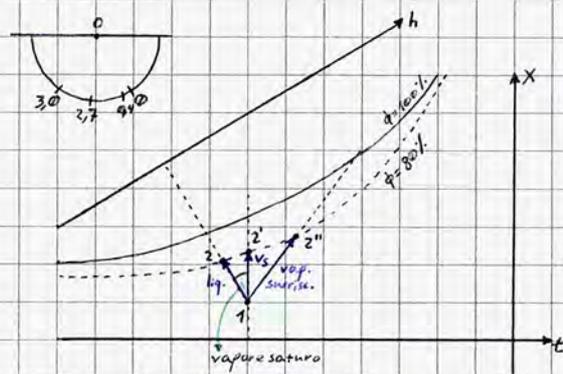
Il raffreddamento non è l'unico processo noto di deumidificazione, ma è quello più utilizzato negli impianti: silica gel e fosfina operano a temperatura costante, ma il primo è lento e il secondo tossico; vengono utilizzati in laboratorio per una misura diretta del titolo (dal passaggio di un volume noto di aria in una fiala con silica o fosfina, nota la massa iniziale e finale dell'aria grazie a una bilancia da laboratorio è possibile conoscere il titolo).

• Umidificazione di una corrente d'aria



Normalmente si considera adiabatica

a) $\dot{m}_{a,1} = \dot{m}_{a,2} = \dot{m}_a$
 w) $\dot{m}_a X_1 + \dot{m}_{w,i} = \dot{m}_a X_2$ (si ipotizza $\dot{m}_{w,a} = 0$)
 e) $\dot{m}_a h_1 + \dot{m}_{w,i} h_{w,i} = \dot{m}_a h_2$
 $\frac{\Delta h}{\Delta X} = h_{w,i} + \frac{\dot{Q} + 0}{\dot{m}_{w,i}} = h_{w,i} \left[\triangle \right] \frac{\text{kJ}}{\text{g}}$



Si distinguono più casi a seconda dello stato dell'acqua in ingresso:

① $\dot{m}_{w,i}$ liquida $\Rightarrow 0^\circ\text{C} \leq t_{w,i} \leq 100^\circ\text{C}$
 Se $t_{w,i} = 0^\circ\text{C}$, $h_{w,i}(0^\circ\text{C}) = 0,00 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \Rightarrow \frac{\Delta h}{\Delta X} = 0,00 \frac{\text{kJ}}{\text{g}}$
 Se $t_{w,i} = 100^\circ\text{C}$, $h_{w,i}(100^\circ\text{C}) = 419 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \Rightarrow \frac{\Delta h}{\Delta X} = 0,419 \frac{\text{kJ}}{\text{g}}$ si discosta di poco dall'isocnaltica

Se l'umidificazione avviene con acqua liquida dunque la trasformazione si considera sempre isocnaltica; ciò implica che lo stato 2 è più umido, ma anche più freddo; ciò perché il liquido necessita di un calore latente per vaporizzare, ottenuto a spese dell'energia sensibile dell'aria (è isocnaltica proprio perché il calore è impiegato nella vaporizzazione).

Si ricordi che l'acqua normalmente impiegata è a 25°C .

② $\dot{m}_{w,i}$ vapore (satturo, saturo secco, surriscaldato): $\frac{\Delta h}{\Delta X}$ varia al variare di h.

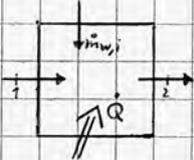
• Vapore saturo secco: $t = 100^\circ\text{C} = t_{w,i} \Rightarrow h_{w,i} = h_{vs}(100^\circ\text{C}) \xrightarrow{A6} h_{w,i} = 2674,4 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 2,7 \frac{\text{kJ}}{\text{g}}$ circa isoterma

• Vapore saturo: a seconda del titolo di vapore saturo varia l'entalpia e dunque la pendenza, comunque compresa tra l'isocnaltica e l'isoterma.

• Vapore surriscaldato: consideriamo $t_{w,i} = 250^\circ\text{C} \rightarrow h_{w,i} = 2975 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 3,0 \frac{\text{kJ}}{\text{g}}$
 Più è surriscaldato, più X può aumentare; la pendenza varia sensibilmente

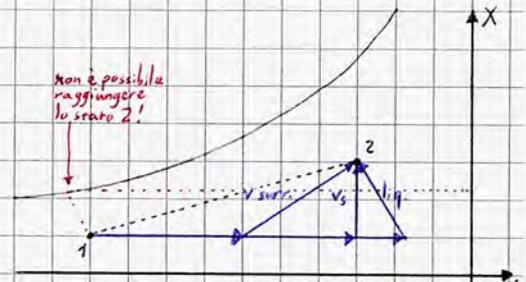
Normalmente gli impianti civili operano con acqua liquida, il vapore viene usato per applicazioni sanitarie - sale operatorie e terapie intensive - per motivi di sicurezza: la H_2O liquida può trascinare germi e batteri alle utenze, mentre il vapore ha le molecole separate tra loro; in alcuni impianti industriali essendo il vapore uno scarto produttivo viene recuperato per gli impianti; è l'unico caso in cui il vapore è fortemente surriscaldato (basta che sia surriscaldato per essere sterile).

• Riscaldamento con umidificazione

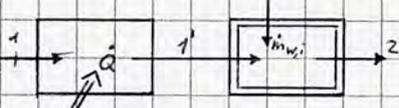


a) $\dot{m}_{a,1} = \dot{m}_{a,2} = \dot{m}_a$ regime permanente
 w) $\dot{m}_a X_1 + \dot{m}_{w,i} = \dot{m}_a X_2$
 e) $\dot{m}_a h_1 + \dot{m}_{w,i} h_{w,i} + \dot{Q} = \dot{m}_a h_2$ trascurabilità dei termini cinetici e potenziali
 $\frac{\Delta h}{\Delta X} = h_{w,i} + \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_{w,i}}$

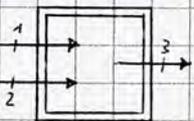
non è possibile raggiungere lo stato 2!



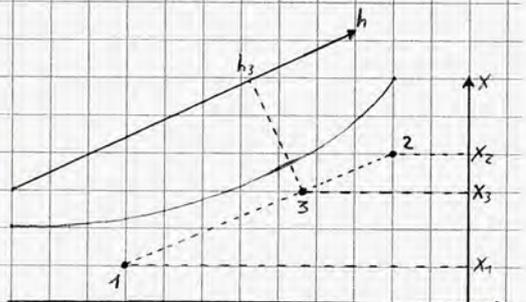
È possibile schematizzare la trasformazione in componenti ma per affrontare tutti i possibili casi con un unico schema è necessario considerare prima il riscaldamento e poi l'umidificazione adiabatica (come intuibile dal diagramma).



• Mescolamento (adiabatico)



a) $\dot{m}_{a,1} + \dot{m}_{a,2} = \dot{m}_{a,3}$ variabile invarianza ($\dot{m}_{a,3}$) lo stato 3 è punto di diagramma stabile.
 w) $\dot{m}_{a,1} X_1 + \dot{m}_{a,2} X_2 = \dot{m}_{a,3} X_3$ variabili di stato (X_3, h_3)
 e) $\dot{m}_{a,1} h_1 + \dot{m}_{a,2} h_2 = \dot{m}_{a,3} h_3$

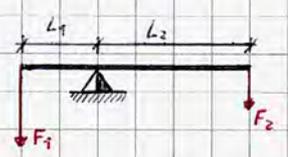


Osservazione: poiché il mescolamento di 1 e 2 è adiabatico, lo stato 3 sul diagramma appartiene alla congiungente tra 1 e 2.

Osservazioni: $|32| \propto \dot{m}_{a,1}$
 $|13| \propto \dot{m}_{a,2}$
 $|12| \propto \dot{m}_{a,3}$

\propto indica una proporzionalità.

Valz infatti: la regola della leva (parallelismo con la meccanica classica)



$$F_1 L_1 = F_2 L_2$$

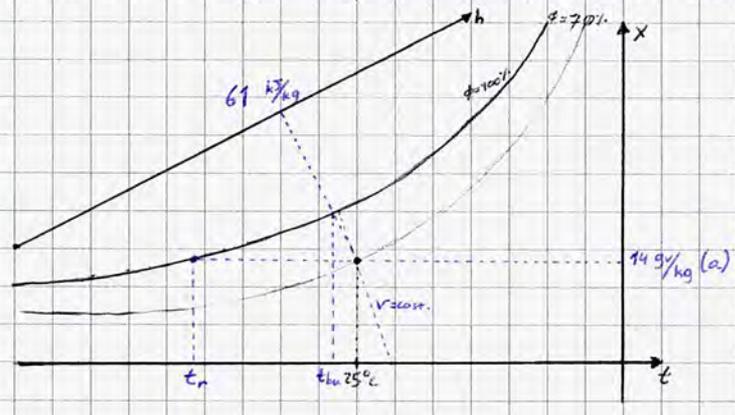
vale la stessa proprietà per le lunghezze misurate nel diagramma; ciò si rivela particolarmente utile nel mescolamento di più di due correnti.

Esercizi

$\dot{V} = 15,3 \text{ m}^3/\text{h}$
 $t = 25,0^\circ\text{C}$
 $\phi = 70\%$
 $P = 1,00 \text{ atm}$

a) X? b) \dot{m}_a c) \dot{m} d) \dot{H} e) t_r f) t_{bu}

L'esercizio è stato svolto analiticamente (pag. 42); essendo a pressione atmosferica struttiamo il diagramma psicrometrico per effettuare una risoluzione grafica.



a) $14 \text{ g}/\text{kg}_a$

b) Si struttano le curve a volume specifico costante; in questo caso il punto che identifica lo stato iniziale è compreso tra le curve $0,86 \text{ m}^3/\text{kg}$ e $0,87 \text{ m}^3/\text{kg}$; è possibile effettuare una interpolazione grafica ma è altrettanto corretto osservare che il punto si trova all'incirca ad $1/3$ dell'intervallo tra le due curve: essendo l'errore sempre presente nell'ultima cifra significativa, è corretto affermare $v = 0,863 \text{ m}^3/\text{kg}$.

Ne segue che $\dot{m}_a = \frac{\dot{V}}{v} = \frac{15,3 \text{ m}^3/\text{h}}{0,863 \text{ m}^3/\text{kg}} = 17,7 \text{ kg}/\text{h}$

c) $\dot{m} = \dot{m}_a (1 + X) = 17,7 (1 + 0,14 \text{ kg}/\text{kg}_a) = 17,8 \text{ kg}/\text{h}$

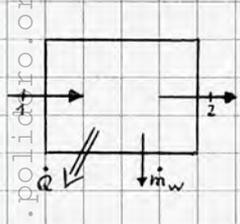
d) Nota h dal diagramma psicrometrico, $\dot{H} = \dot{m}_a h = 17,7 \cdot 61 = 1079,7 = 1,08 \cdot 10^3 = 1,1 \cdot 10^3 \text{ kJ}/\text{h}$

e) $t_r := p_{vs}(t_r) = p_v$; tramite il diagramma si considera la temperatura alla quale si raggiunge $\phi = 100\%$ mantenendo costante il titolo; in questo caso $t_r \approx 19^\circ\text{C}$

f) In assenza di curve a temperatura di bulbo umido costante, si considera l'intersezione tra l'isoentalpica passante per lo stato iniziale e la curva di saturazione dell'aria umida; la temperatura corrispondente è molto prossima a quella calcolata analiticamente con un bilancio di energia sul bulbo del termometro. Nel caso in esame $t_{bu} = 21^\circ\text{C}$.

Osservazione: $t_r \leq t_{bu} \leq t$ coincidono unicamente nei punti della curva di saturazione; lo scarto aumenta all'aumentare della distanza del punto corrispondente allo stato in esame da detta curva.

www.cccardo.polidetro.org



Consideriamo una macchina che impone un raffreddamento all'aria umida.

$\dot{m}_a = 200 \text{ kg}/\text{h}$
 $t_1 = 30,0^\circ\text{C}$
 $\phi = 70,0\%$
 $t_2 = 5,0^\circ\text{C}$
 $P = 1,00 \text{ atm}$

$\dot{Q}?$

⚠ La condizione $p = 1,00 \text{ atm}$ è **FONDAMENTALE**: se non verificata **NON** è possibile utilizzare il diagramma psicrometrico, ma solo le equazioni di stato dell'aria umida.

Osservando il diagramma è facile osservare che il diagramma avviene con deumidificazione ($t_{r,1} = 24^\circ\text{C}$).

Bilanci

a) $\dot{m}_{a,1} = \dot{m}_{a,2} = \dot{m}_a$

w) $\dot{m}_a X_1 = \dot{m}_a X_2 + \dot{m}_w \Rightarrow \dot{m}_w = \dot{m}_a (X_1 - X_2)$

e) $\dot{m}_a h_1 + \dot{Q} = \dot{m}_a h_2 + \dot{m}_w h_w \Rightarrow \dot{Q} = \dot{m}_a (h_2 - h_1) + \dot{m}_w h_w$

ottenuto dal diagramma
 nello stato 2 l'aria è necessariamente SATURA

consideriamo t_2 (invece di una media integrale) e valutiamo h_w ; essendo la pressione particolarmente bassa si può considerare h_2 dalla tabella A6: l'errore commesso è trascurabile.

Effettuando i calcoli suddetti, si ha che: $h_w = h_l(t_2) = 20,96 \text{ kJ/kg}$

$$h_1 = 79 \text{ kJ/kg}$$

$$h_2 = 19 \text{ kJ/kg}$$

$$X_1 = 19 \cdot 10^{-3} \text{ kgv/kga}$$

$$X_2 = 5,5 \cdot 10^{-3} \text{ kgv/kga}$$

$$\dot{Q} = \dot{m}_a (h_2 - h_1) + \dot{m}_a (X_1 - X_2) h_w = 200 (19 - 79) + 200 (19 - 5,5) \cdot 10^{-3} \cdot (20,96) = -1,2 \cdot 10^4 \text{ kJ/h} + 57 \text{ kJ/h} = -1,2 \cdot 10^4 \text{ kJ/h}$$

Dunque $\dot{Q} = -3,3 \text{ kW}$

$\dot{V}_1 = 1200 \text{ m}^3/\text{h}$ \rightarrow \triangle se cambiano temperatura o pressione cambia la portata volumetrica; il pedice è importante!

$$t_1 = 20,0^\circ\text{C}$$

$$\phi_1 = 40\%$$

$$\phi_2 = 90\%$$

$$p = 1 \text{ atm}$$

Calcolare la portata minima di H_2O per effettuare detta umidificazione nei seguenti casi:

a) $t_w = 0,00^\circ\text{C}$

b) $t_w = 20,0^\circ\text{C}$

c) $t_w = 180^\circ\text{C}$

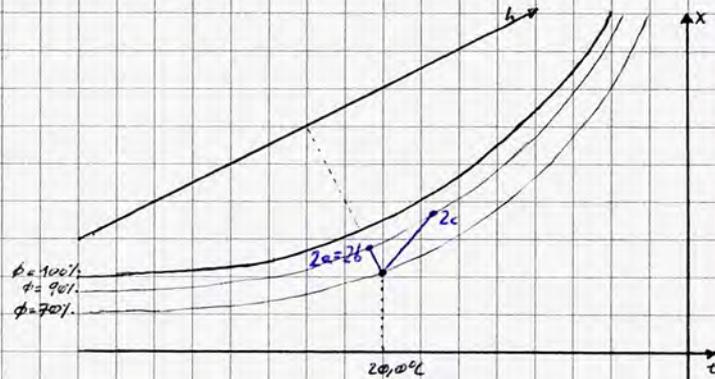
Bilanci

a) $\dot{m}_{a1} = \dot{m}_{a2} = \dot{m}_a$

b) $\dot{m}_a X_1 + \dot{m}_w = \dot{m}_a X_2$

c) $\dot{m}_a h_1 + \dot{m}_w h_w = \dot{m}_a h_2$

$$\frac{\Delta h}{\Delta x} = h_w$$



a) $t_w = 0^\circ\text{C} \Rightarrow h_w = 0,00 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$; l'intersezione tra l'isentalpia passante per lo stato iniziale e la curva $\phi = 90\%$ individua lo stato Z e, dunque, $X_2(a)$. Nato X_1 , il caso è risolto:

$$X_1 = 5,8 \text{ gv/kga} ; X_2(a) = 8,0 \text{ gv/kga} ; v_2^{(a)} \approx 0,837 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\dot{m}_a^{(a)} = \frac{\dot{V}_1}{v_2^{(a)}} = \frac{1200}{0,837} = 1434 = 1,43 \cdot 10^3 \text{ kg/h} ; \dot{m}_w(a) = \dot{m}_a (X_2 - X_1) = 1,43 (8 - 5,8) = 3,15 \text{ kg/h}$$

b) $t_w = 20^\circ\text{C} \xrightarrow{A6} h_w = 83,86 \text{ kJ/kg} \approx \text{Stato } Z_a$

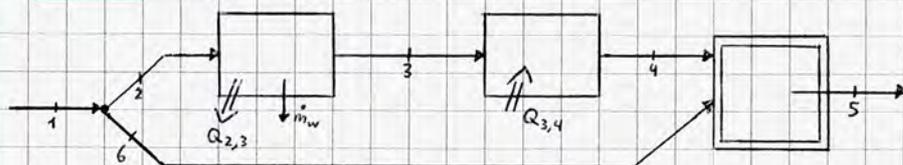
c) Dalla verifica della fase osserviamo che in c) l'acqua è vapore surriscaldato; è possibile valutare l'entalpia solo tramite la tabella A8, in cui è evidentemente necessaria un'interpolazione rispetto alle temperature:

$t (^\circ\text{C})$	$h (\text{kJ/kg})$
175	2831
180	
200	2880

$$h_w = 2831 + \frac{180 - 175}{200 - 175} (2880 - 2831) = 2840,8 \text{ kJ/kg} = 2,8 \frac{\text{kJ}}{\text{gv}} = \frac{\Delta h}{\Delta x} \Rightarrow Z_c \text{ individuata}$$

$$X_{Zc} = 13 \text{ gv/kga} \Rightarrow \dot{m}_w(c) = 1,43 (13 - 5,8) = 10,3 \text{ kg/h} = 10 \text{ kg/h}$$

Osservazione: Se l'acqua per l'umidificazione è liquida, l'aria si raffredda per vaporizzare il liquido; se il vapore è saturo secco o surriscaldato la trasformazione è quasi isoterma ma in generale NON approssimabile a isoterma: occorre valutare la pendenza!



① ② ③ ④ ⑤ ⑥
 $\dot{m}_2 = \frac{1}{2} \dot{m}_1$
 $t_3 = 14,0^\circ\text{C}$ $t_4 = 19,5^\circ\text{C}$ $t_5 = 24,6^\circ\text{C}$
 $\dot{Q}_{3,4} = 9,17 \text{ kW}$ $X_5 = 13,79 \text{ g/kg a}$
 $p = 1,00 \text{ atm}$

a) t_1, ϕ_1 b) \dot{V}_1 c) $\dot{Q}_{2,3}$ d) diagramma

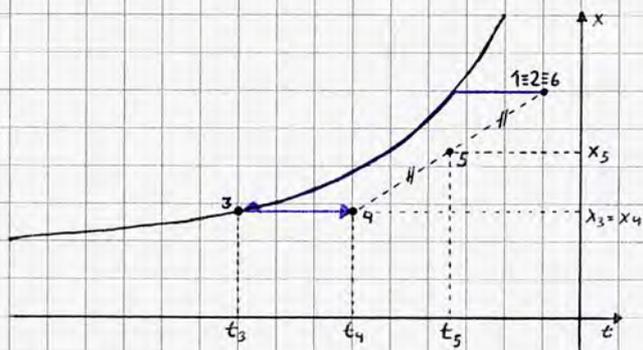
Attraverso alcune osservazioni è possibile ricavare ulteriori dati, fondamentali per la risoluzione del problema:

- La suddivisione delle correnti non altera lo stato termodinamico $\Rightarrow t_6 = t_2 = t_1$; $\phi_2 = \phi_6 = \phi_1$
- La trasformazione 2,3 è un raffreddamento con deumidificazione $\Rightarrow \phi_3 = 100\%$
- La trasformazione 3,4 è un riscaldamento $\Rightarrow X_4 = X_3$

Scriviamo i bilanci noti:

2;3	3;4	4-6;5	1;2-6
$\dot{m}_2 = \dot{m}_3$ regime permanente	$\dot{m}_3 = \dot{m}_4$	$\dot{m}_6 + \dot{m}_4 = \dot{m}_5$	$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 + \dot{m}_6$
$\dot{m}_2 X_2 = \dot{m}_3 X_3 + \dot{m}_w$	$\dot{m}_3 X_3 = \dot{m}_4 X_4$	$\dot{m}_6 X_6 + \dot{m}_4 X_4 = \dot{m}_5 X_5$	$\dot{m}_1 X_1 = \dot{m}_2 X_2 + \dot{m}_6 X_6$
$\dot{m}_2 h_2 + \dot{Q}_{2,3} = \dot{m}_3 h_3 + \dot{m}_w h_w$	$\dot{m}_3 h_3 + \dot{Q}_{3,4} = \dot{m}_4 h_4$	$\dot{m}_6 h_6 + \dot{m}_4 h_4 = \dot{m}_5 h_5$	$\dot{m}_1 h_1 = \dot{m}_2 h_2 + \dot{m}_6 h_6$

È possibile procedere analiticamente o tramite il diagramma psicrometrico; tentiamo il secondo procedimento:



Miscelamento adiabatico: il punto 5 si trova sulla congiungente tra gli stati 4 e 6, con posizione dipendente dalle portate massiche secondo il principio della leva; poiché $\dot{m}_6 = \dot{m}_2$ il punto 5 si trova esattamente a metà.

Come osservato, gli stati 6,2 ed 1 coincidono; da 2 avviene un raffreddamento con deumidificazione; da ciò si individua lo stato 3, le trasformazioni sono graficamente individuate ed è sufficiente leggere i valori corrispondenti agli stati trovati per risolvere il problema.

a) leggibili sul diagramma in relazione allo stato 1.

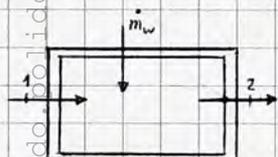
b) $\dot{V}_1 = v \cdot \dot{m}_1$ per determinare \dot{m}_1 è necessario considerare una variabile estensiva (dipendente cioè dall'estensione del sistema), in questo caso $\dot{Q}_{3,4}$: $\frac{1}{2} \dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}_3 = \frac{\dot{Q}_{3,4}}{h_4 - h_3}$ note dal diagramma

c) Una volta calcolata \dot{m}_3 è sufficiente risolvere il bilancio di energia in 2,3 rispetto a $\dot{Q}_{2,3}$:

$$\dot{Q}_{2,3} = \dot{m}_3 (h_3 - h_2) + \dot{m}_w h_w$$

↳ calcolata rispetto a t_3

Si osserva come la risoluzione tramite diagramma psicrometrico sia molto più rapida di quella analitica.



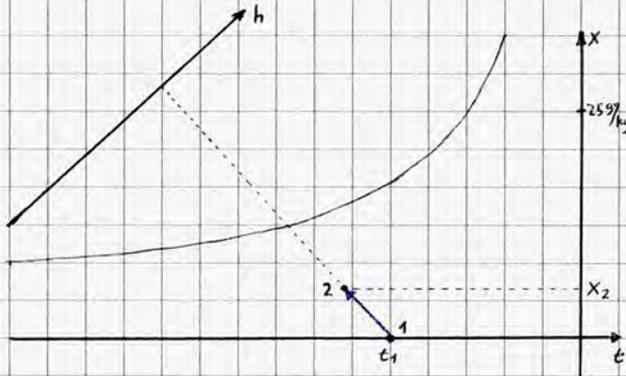
Umidificazione adiabatica

$\dot{m} = 2000 \text{ kg/h}$ aria secca ($\Rightarrow X_1 = 0$)
 $t_1 = 25,0^\circ\text{C}$
 $\dot{m}_w = 5,0 \text{ kg/h}$
 $t_w = 10,0^\circ\text{C}$
 $p = 1,00 \text{ atm}$

Determinare le condizioni della corrente in uscita (ad esempio t_2, ϕ_2)

- a) $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$
 w) $\dot{m} X_1 + \dot{m}_w = \dot{m} X_2 \Rightarrow X_2 = \frac{\dot{m}_w}{\dot{m}}$
 e) $\dot{m} h_1 + \dot{m}_w h_w = \dot{m} h_2 \Rightarrow h_2 = h_1 + \frac{\dot{m}_w h_w}{\dot{m}}$

48 Dai due valori calcolati lo stato 2 è identificato sul diagramma psicrometrico, dunque tutto è noto.

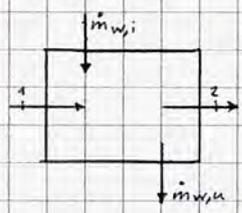


$X_2 = \frac{\dot{m}w}{\dot{m}}$ poiché $X_1 = 0 \Rightarrow X_2 = \frac{5}{2000} = 0,0025 \frac{\text{kg}_w}{\text{kg}_a} = 2,5 \frac{\text{g}}{\text{kg}_a}$

$h_2 = h_1 + \frac{\dot{m}w h_w}{\dot{m}}$ occorre conoscere h_1 e h_w ; dal diagramma è possibile determinare h_2 tramite l'isentalpica passante per il punto 1 $\Rightarrow h_1 = 26 \text{ kJ/kg}$

Lo stato 2 si trova sull'isentalpica poiché l'umidificazione avviene con acqua liquida:
a) $t_2 = 18^\circ\text{C}$; $\phi = 20\%$

Supponiamo ora che $\dot{m}w = 50,0 \text{ kg/h} \Rightarrow X_2 = 25,9 \text{ g/kg}_a$ in teoria; in realtà essendo l'acqua per l'umidificazione in fase liquida non è possibile che dalla macchina esca una nebbia: in realtà viene fornita una portata d'acqua maggiore del necessario: l'acqua immessa non evapora totalmente e dunque va prevista una portata di acqua in uscita; è necessario quindi riscrivere i bilanci:



- a) $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$
- w) $\dot{m}_1 X_1 + \dot{m}w_{i,w} = \dot{m}_2 X_2 + \dot{m}w_{u,w}$
- e) $\dot{m}_1 h_1 + \dot{m}w_{i,w} h_{w,i} = \dot{m}_2 h_2 + \dot{m}w_{u,w} h_{w,u}$

Se però si prevedeva la portata d'acqua in uscita ci sarebbero due incognite, rendendo impossibile la risoluzione del problema: inizialmente si considera sempre che la portata d'acqua in uscita sia nulla per poi eventualmente modificare i bilanci: se è presente troppa acqua si è certi che l'aria esce necessariamente dalla macchina con $\phi = 100\%$, da ciò è noto X_2 e l'unica incognita nel bilancio di massa dell'acqua è $\dot{m}w_{u,w}$.

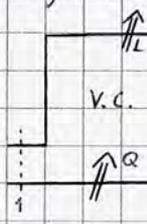
⚠ Se viene assegnata una portata d'acqua in ingresso apparentemente molto elevata occorre sempre ipotizzare che $\dot{m}w_{u,w}$ è pari a 0.

Questo meccanismo è utilizzato di frequente nei climatizzatori odierni: per riscaldare un ambiente è necessario umidificare l'aria, spesso si utilizza una batteria di almeno due scambiatori di calore in modo tale da portare l'aria inizialmente a saturazione per poi abbassarne il grado igrometrico e portare l'aria alla temperatura desiderata per l'ambiente.

Bilancio di Energia Meccanica

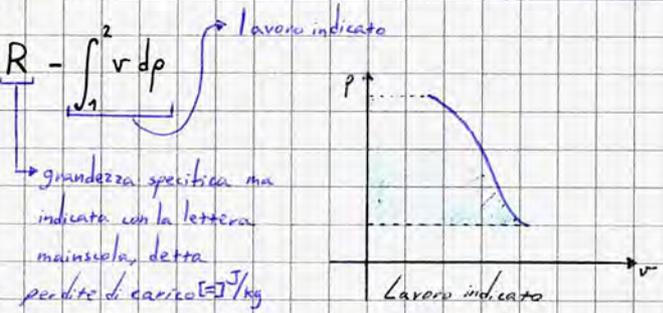
Il bilancio di energia meccanica è un bilancio di energia che considera unicamente le energie di alto livello (potenziale, cinetica, di pressione, lavoro meccanico... da ciò è esclusa il calore); nelle applicazioni di questo corso considereremo detto bilancio solo nel caso di sistemi aperti a un ingresso e un'uscita in condizioni di regime permanente.

A differenza del I principio della termodinamica — che considera tutte le forme di energia e si interessa del bilancio tra le condizioni in ingresso e quelle in uscita con eventuale accumulo, ma non si occupa di ciò che avviene nel sistema — il bilancio di energia meccanica si occupa di ciò che avviene all'interno del sistema.



In un sistema a un ingresso e un'uscita in condizioni di regime permanente (in cui dunque è possibile considerare le grandezze specifiche):

$$l = \underbrace{g(z_1 - z_2)}_{\Delta e_p} + \underbrace{\left(\frac{w_1^2}{2} + \frac{w_2^2}{2}\right)}_{\Delta e_c} - R - \int_1^2 v dp$$



Il lavoro indicato è così definito perché esistono degli indicatori per calcolarlo sperimentalmente; data una trasformazione nel piano p-v il lavoro indicato è pari all'area tra la curva della trasformazione e l'asse delle ordinate; per calcolarlo è necessario sapere ciò che accade tra gli stati 1 e 2.

Il calcolo del lavoro indicato necessita di conoscere le trasformazioni che avvengono all'interno del sistema; lo stesso vale per le perdite di carico R.

Osserviamo come il primo principio della termodinamica non si occupi di ciò.

Nelle applicazioni di questo corso considereremo come fluidi solo fluidi incompressibili (liquidi); conoscendo la trasformazione è possibile calcolare il lavoro indicato, ma la grandezza di principale interesse è R .

Nell'ipotesi di fluido incompressibile,

$$L = g(z_1 - z_2) + \left(\frac{w_1^2}{2} - \frac{w_2^2}{2} \right) + v(p_1 - p_2) - R$$

$v = \text{cost.}$
perché il fluido è incompressibile

è sempre > 0

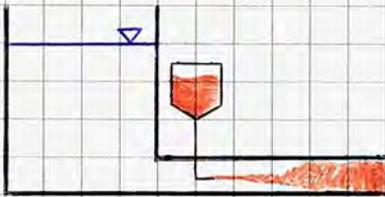
Le perdite di carico rappresentano analiticamente il fenomeno di trasformazione dell'energia meccanica in energia interna a causa dello insieme dei fenomeni dissipativi presenti (principalmente costituiti dall'attrito tra fluido e parete e tra le particelle di fluido) che determinano un flusso di calore all'incirca a temperatura ambiente (e dunque inutilizzabile).

Una delle applicazioni più frequenti del bilancio di energia meccanica è nella progettazione di impianti idrici di edifici: per garantire lo standard minimo di portata agli ultimi piani e valutare efficacemente la potenza dell'autoclave (pompa) per detto impianto, se non si considerano le perdite di carico si rischia che la portata non sia garantita secondo quanto progettato.

Se si specifica che $R = 0$ il fluido si definisce ideale (non è viscoso); pur non esistendo nella realtà sono stati utilizzati ad esempio per le equazioni di Bernoulli, tramite le quali vengono ancora calcolate molte proprietà all'interno di condotti.

Tra le varie grandezze, R dipende anche dalla forma del tubo in cui scorre: nel caso di condotte lineari R si dice distribuita; se invece ci si trova in corrispondenza di pezzi speciali (ovvero differenti da tubi dritti) si ha R concentrata.

Occorre definire inoltre i regimi di moto dei fluidi, consideriamo i due casi estremi:



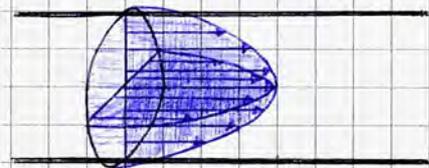
Il fisico Osborne Reynolds attraverso un esperimento riuscì a definire detti regimi di moto: considerando un serbatoio a livello costante ($\frac{v}{g}$) - che implica una pressione costante alla base del recipiente - con un fluido incompressibile (ad esempio acqua) e un condotto alla base con un ago connesso ad un recipiente di inchiostro, si osserva che l'inchiostro inizialmente permane filiforme per poi allargarsi fino ad occupare l'intera distribuzione di corrente, diluendosi.

Reynolds definì due regimi di moto:

- Flusso laminare (l'inchiostro non si espande se non per effetti di diffusione)
- Flusso turbolento (l'inchiostro è totalmente e immediatamente diluito)

Esiste anche un regime intermedio, che non considereremo.

Nel caso di flusso laminare il moto avviene come se fossero presenti lamine concentriche, con la velocità che aumenta al diminuire della distanza della lamina dal centro del condotto, annullandosi in corrispondenza delle pareti (dove l' H_2O aderisce al condotto): la velocità segue una legge parabolica, che nelle tre dimensioni corrisponde a un paraboloide parabolico.



Flusso laminare

L'inchiostro si diffonde man mano dal centro, grazie al fenomeno di diffusione (come H_2O e sale in acqua ferma), tendendo ad una concentrazione di equilibrio.

Nel moto laminare è possibile definire equazioni di moto analitiche, teorizzate per la prima volta da un medico che ha osservato che il moto del sangue nei capillari è laminare.

Nel caso di un moto turbolento invece non è possibile misurare la velocità istantanea del fluido in una specifica parte, che può anche essere opposta a quella del flusso complessivo: la velocità istantanea può avere direzione qualsiasi, determinando vortici ed un immediato mescolamento; in questi casi la velocità istantanea w si calcola con procedimenti statistici in un intervallo di tempo sensibile, non istantaneo: si scompone la velocità istantanea in una componente parallela al flusso ed una radiale.

Calcolando l'integrale rispetto al tempo di dette velocità diviso per l'intervallo di tempo stesso si ottiene valore nullo per la componente radiale e la portata all'uscita del condotto per quella parallela al flusso.

Il caso intermedio si dice zona/regime di transizione.

Nelle applicazioni di questo corso considereremo spesso il flusso turbolento, che permette ad esempio un elevato scambio di calore negli scambiatori di calore (il flusso laminare viene molto raramente usato, principalmente con fluidi molto viscosi).

Fondamentale per i nostri studi è il Numero di Reynolds $N_{Re} / Re = \frac{\rho w D}{\mu}$

ρ velocità media
di diametro del condotto (supposto circolare)
 μ viscosità del fluido

Il numero di Reynolds permette di valutare se un moto è laminare o turbolento.

Infatti il numero è definito dal rapporto tra proprietà delle forze d'inerzia del fluido (al numeratore) e le proprietà delle forze viscosse (al denominatore); a seconda della prevalenza di uno dei due termini si identifica il regime di moto.

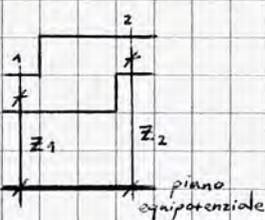
In particolare,

• Flusso Laminare $\Leftrightarrow Re < 2000$

• Flusso Turbolento $\Leftrightarrow Re > 2000$

Sperimentalmente si è osservato che il valore effettivo oscilla tra 2000 e 4000, ma considerando varie medie ed altre valutazioni è stato fissato il valore espresso nelle relazioni a fianco.

Ricapitolando, considerando un sistema aperto a un'ingresso e un'uscita in condizioni di regime permanente,



I principio della Termodinamica: $\dot{m}(h_1 + gz_1 + \frac{w_1^2}{2}) + \dot{Q} = \dot{m}(h_2 + gz_2 + \frac{w_2^2}{2}) + \dot{L}$

Dividendo per \dot{m} : $h_1 + gz_1 + \frac{w_1^2}{2} + q = h_2 + gz_2 + \frac{w_2^2}{2} + l$ (in termini di energie specifiche)
↳ calore per unità di massa ↳ lavoro specifico

Volendo "rimuovere" i termini legati agli scambi termici ricordando che $h = u + pv$, otteniamo:

L'equazione a fianco è, ovviamente, frutto di un'operazione non lecita; formalmente il procedimento segue diverse operazioni più complesse in modo tale da tener conto anche delle trasformazioni di energia meccanica in energia interna, che in questo corso verrà semplicemente aggiunta al risultato.

$$u_1 + pv_1 + gz_1 + \frac{w_1^2}{2} + q = u_2 + pv_2 + gz_2 + \frac{w_2^2}{2} + l$$

$$p_1 v_1 + gz_1 + \frac{w_1^2}{2} = p_2 v_2 + gz_2 + \frac{w_2^2}{2} + l$$

Considerando i fenomeni dissipativi, si ottiene che:

$$l = g(z_1 - z_2) + \left(\frac{w_1^2 - w_2^2}{2} \right) - \int_1^2 v dp - R$$

il termine dovuto all'entalpia dipende dalla singola trasformazione; in generale dunque si considera il lavoro indicato, espresso dall'integrale.

↳ ha la lettera maiuscola ma è un'energia specifica.
 Le perdite di carico sono sempre > 0 ; sono causate da fenomeni dissipativi come gli attriti.

A differenza del primo principio della termodinamica, per risolvere un bilancio di energia meccanica bisogna conoscere la trasformazione che avviene all'interno del sistema aperto (in modo tale da conoscere le perdite di carico e il lavoro indicato); in questo corso oltre alle condizioni suddette considereremo valida l'ipotesi di fluido incomprimibile, ovvero tale che $dv = 0$.
 La relazione diventa:

$$l = g(z_1 - z_2) + \left(\frac{w_1^2 - w_2^2}{2} \right) + v(p_1 - p_2) - R$$

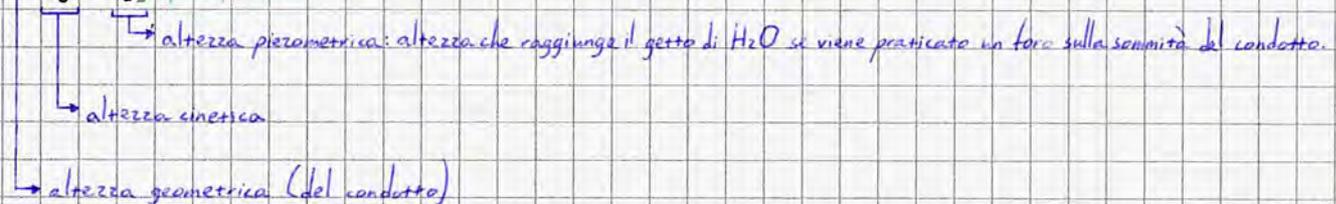
con questa relazione si valuta la potenza da fornire ad una pompa per trasportare acqua a sufficiente pressione ai vari piani di un edificio.

Nell'ipotesi di fluido ideale (inesistente: è un fluido con viscosità 0) si ottiene, essendo $R = 0$, l'equazione di Bernoulli, che afferma che in assenza di perdite di carico la somma delle altezze geometriche, cinetiche e piezometriche è costante:

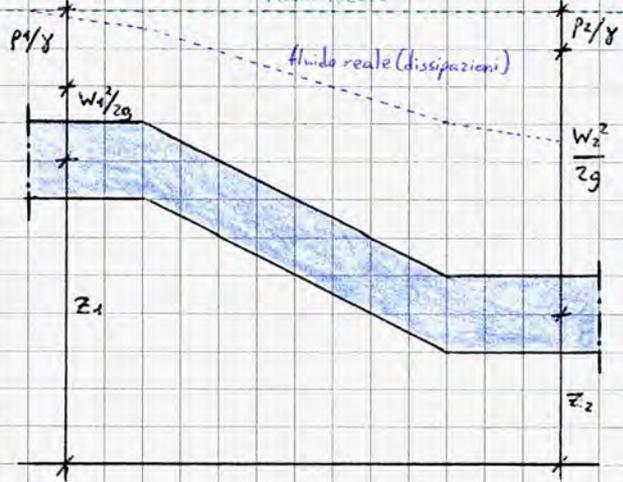
$$gz_1 + \frac{w_1^2}{2} + v p_1 = gz_2 + \frac{w_2^2}{2} + v p_2$$

Questa relazione veniva spesso usata tra due sezioni di condotto considerando le unità di misura del sistema tecnico; dividendo ambo i membri per g si ottengono delle misure di lunghezza:

$$z + \frac{w^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} = \text{cost.}$$



fluido ideale



La seguente schematizzazione geometrica dell'equazione di Bernoulli ad un tratto di condotto ne mostra le potenzialità: prima dell'avvento dei calcolatori elettronici essa era utilizzata per un primo studio di un sistema da cui si procedeva per analizzare più nel dettaglio alcune sezioni significative.

Ricordiamo che l'esistenza di una apprezzabile variazione di entalpia ~~sono~~ implica la trascurabilità dei termini cinetici e potenziali, aventi impatto pressoché infinitesimo. Ne segue che la variazione di temperatura dovuta alla variazione di energia interna a causa dei fenomeni dissipativi non è apprezzabile.

Le perdite di carico sono principalmente studiate nella progettazione di varie tipologie di impianti civili, in particolare i condotti.

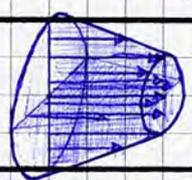
Osservazione: a causa del tratto in discesa aumenta l'energia cinetica a scapito della pressione.

Nei tratti rettilinei è importante conoscere il regime di moto del fluido (si rimanda all'esperimento di Reynolds), poiché nel caso di regime turbolento non è possibile descrivere un profilo di velocità sezione per sezione in quanto le singole velocità istantanee sono qualsiasi; si ricorre dunque ad un integrale per determinare delle proprietà complessive. Scomponendo la velocità istantanea in una componente assiale ed una radiale, si ottiene che:

$$\frac{1}{T} \int_T w_r dr = 0 ; \quad \frac{1}{T} \int_T w_z dz = w_z \in R$$

Questa schematizzazione, rappresentante uno dei possibili modelli per descrivere il moto turbolento, mostra come la componente radiale abbia "risultante" nulla.

Per tracciare un profilo di velocità in regime turbolento si considera la velocità media nel tempo; si ottiene un profilo tronco-conico tendente al cilindro all'aumentare del numero di Reynolds (senza però mai raggiungere detta configurazione, poiché le molecole d'acqua sulla parete del condotto sono sempre fisse).



A seconda del regime di moto le perdite di carico si calcolano diversamente; ricordiamo che detta distinzione viene attuata tramite il numero di Reynolds (adimensionale: raggruppa diverse

grandezze coinvolte nello studio dei fluidi).

$$Re = \frac{\rho w D}{\mu}$$

ρ → densità del fluido
 w → velocità
 D → diametro [equivalente] della condotta
 μ → viscosità dinamica del fluido

$$[Re] = \frac{\frac{kg}{m^3} \cdot s \cdot m}{\frac{kg \cdot s}{m}}$$

è proporzionale alle forze d'inerzia (numeratore) e le forze viscosse (denominatore): a seconda di quale termine prevale si definisce il regime di moto.

Le perdite di carico si distinguono tra:

- Distribuite: attorne dai tratti di condotto rettilinei (ovvero la maggior parte dei condotti negli impianti di distribuzione)

$$R_d = \lambda \frac{L}{D} \frac{w^2}{2}$$

λ → coefficiente di attrito (coefficiente)
 L → lunghezza del condotto
 D → diametro [equivalente]
 w → velocità
 proporzionale quadraticamente alla velocità, inversamente proporzionale ad diametro [equivalente]

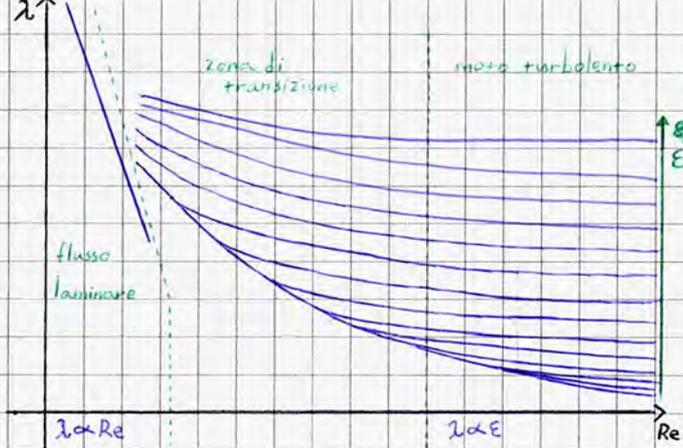
solitamente il pedice non viene scritto; si vuole però sottolineare la natura della perdita di carico.

- Concentrate: relative ai pezzi speciali, sono concentrate in un piccolo spazio.

$$R' = \xi \frac{w^2}{2}$$

ξ → coefficiente dipendente dalla natura della discontinuità (γ ; ζ ; $\frac{1}{2}$; ...)

Per le perdite distribuite, l'individuazione di λ è riferita all'abaco di Moody, & schematizzato alla pagina successiva.



L'instaurarsi del moto turbolento dipende dalla rugosità E , a sua volta dipendente dall'altezza media delle irregolarità nella superficie interna del condotto. Tipicamente, la scabrezza assoluta E si misura in mm; più spesso però gli elenchi tabellari per condotti e pezzi speciali i valori della scabrezza relativa, indicata col medesimo simbolo ma adimensionale:

$$\epsilon = \frac{E}{D} \rightarrow \text{scabrezza assoluta}$$

Nel caso in cui i condotti abbiano sezione non circolare (come nel caso degli impianti di climatizzazione, aventi sezione quadrata o rettangolare) non è possibile scegliere arbitrariamente un diametro; si considera dunque il diametro equivalente D_{eq} , pari a:

$$D_{eq} = \frac{4\Omega}{P} \quad \text{ovvero } 4(\text{Area}) / \text{Perimetro}$$

In precedenza sono state sommariamente trattate le valvole, componenti di particolare interesse in relazione al bilancio di energia meccanica: la diminuzione di pressione postulata in precedenza è infatti dovuta alle perdite di carico.



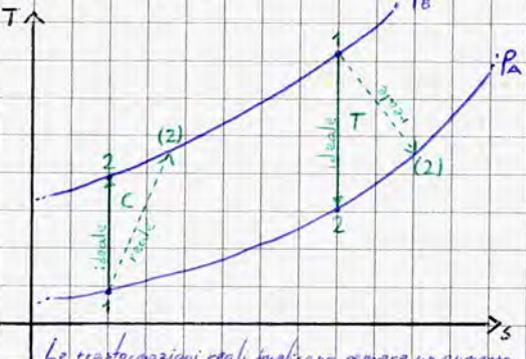
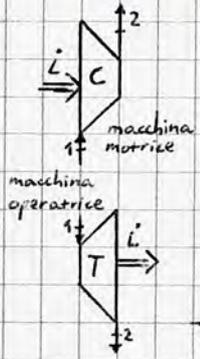
dal I principio della termodinamica sappiamo che $h_2 = h_1$; $p_2 < p_1$ invece è stato assunto come dato.

Applicando il bilancio di energia meccanica, sapendo che $\dot{Q} = 0$, $\Delta z = 0$, $\Delta W = 0$ si ottiene:

$$v(p_1 - p_2) = R \Rightarrow p_1 = \frac{R}{v} + p_2$$

$\frac{R}{v} > 0$ perché composto da due grandezze necessariamente positive

Studiamo ora anche le macchine motrici ed operatrici: nei casi reali esse non applicano trasformazioni adiabatiche perfettamente reversibili, dunque oltre ai dati sulla potenza viene sempre fornito il rendimento isoentropico, che quantifica la distanza dalla trasformazione ideale.



Le trasformazioni reali implicano sempre un aumento di entropia

$$\square : \eta_{p, is} = \frac{\dot{L}_{is}}{\dot{L}} = \frac{-\dot{m}(h_{2, is} - h_1)}{-\dot{m}(h_2 - h_1)} = \frac{h_{2, is} - h_1}{h_2 - h_1}$$

isotropico / pompa: vale in tutte le macchine operatrici; $L_{is} < L$

$$\square : \eta_{T, is} = \frac{\dot{L}}{\dot{L}_{is}} = \frac{-\dot{m}(h_2 - h_1)}{-\dot{m}(h_{2, is} - h_1)} = \frac{L_{is} > L \text{ (lavoro prodotto, è una macchina motrice)}}{h_2 - h_1} = \frac{h_2 - h_1}{h_{2, is} - h_1}$$

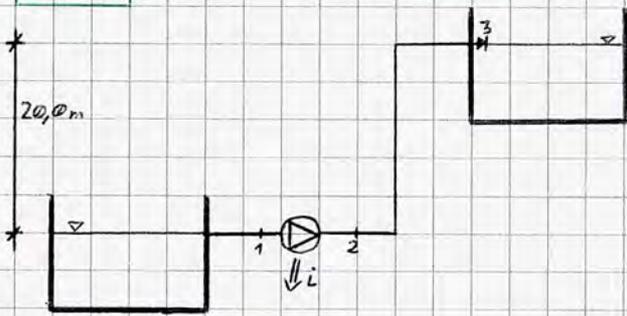
Ciò perché, ricordando il I principio, si ha che $\dot{L} = -\dot{m}(h_2 - h_1)$

A seconda del fluido interessato dalla trasformazione (gas perfetto, vapore saturo, liquido...) l'entalpia può assumere espressioni differenti. Ad esempio, nel caso di un gas perfetto si ha che:

$$\eta_{p, is} = \frac{T_{2, is} - T_1}{T_2 - T_1} ; \quad \eta_{T, is} = \frac{T_2 - T_1}{T_{2, is} - T_1}$$

Si osserva dunque come in questo caso specifico sia rilevante considerare solo le temperature, dato che $h = h(T)$ in un gas perfetto.

Esercizio



Il circuito è costituito da un serbatoio a livello costante con una pompa a pelo libero che trasporta acqua in corrispondenza del pelo libero di un secondo serbatoio posto a quota più alta.

Il condotto è costituito da 3 tratti rettilinei (10,0 m; 20,0 m; 5,0 m) e 3 curve ($r/D=2$). Sapendo che il condotto ha un diametro costante di 10,0 centimetri, che è costituito da acciaio saldato leggermente incrostato e che $t_1=t_2=t_3=10^\circ\text{C}$, ipotizzando $\dot{V}=100\text{ m}^3/\text{h}$, calcolare le perdite di carico R complessive del sistema e la potenza meccanica necessaria per attuare detta movimentazione.

$$R_d = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{w^2}{2} \quad \text{essendo } D \text{ costante, è possibile comporre le perdite di carico distribuite in un'unica operazione (anche perché } \Delta t = 0) \Rightarrow R_d = \lambda (10,0 + 20,0 + 5,0) \cdot \frac{\left(\frac{\dot{V}}{\pi D^2/4}\right)^2}{2}$$

$$w = \frac{100/3600}{3,14 \cdot \frac{(10,0 \cdot 10^{-2})^2}{4}} = 3,54 \text{ m/s}$$

Sapendo che $\lambda = \lambda(Re, E/D)$, calcoliamo dette grandezze per poi utilizzare l'abaco di Moody.

$$Re = \frac{\rho w D}{\mu} = \frac{w D}{\nu} = \frac{3,54 \text{ m/s} \cdot 0,100 \text{ m}}{1,33 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 2,66 \cdot 10^5$$

valore tabellato in base al materiale e la sua condizione

ν viscosità cinematica
essendo $\Delta t = 0$ detta sostituzione è possibile
 ν è un valore tabellato.

$$\frac{E}{D} = \frac{0,18 \text{ m}}{100 \text{ mm}} = 0,180 \cdot 10^{-2} \quad \text{Dunque, } \lambda \xrightarrow{\text{Moody}} \approx 0,024$$

$$\text{Ne segue che } R_d = 0,024 \cdot \frac{35,0 \text{ m}}{0,100 \text{ m}} \cdot \frac{(3,54)^2}{2} = 52,6 = 53 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \left(= \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right)$$

$$R' = \sum \frac{w^2}{2} = 0,15 \cdot \frac{(3,54)^2}{2} = 0,94 \text{ J/kg per singola curva} \Rightarrow R'_{\text{tot}} = 2,82 \approx 3 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

tabellato, 0,15

$$a) R = 3 + 53 = 56 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$p_1 = p_2 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

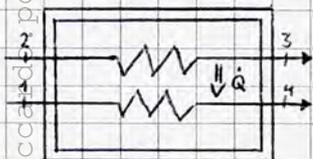
$$b) l = 9,81(-20,0) + 0 + 1,00 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot (0) - 56 \text{ m}^2/\text{s}^2 = -252,2 = -2,52 \cdot 10^2 \text{ J/kg}$$

$$\dot{L} = \dot{m} l = \rho \dot{V} l = 1,00 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{100}{3600} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} (-252) = -70000 = -7,00 \cdot 10^3 \text{ W} = -7,00 \text{ kW}$$

Si suggerisce come esercizio il calcolo di p_2 , ottenuto applicando il bilancio di energia meccanica sul volume di controllo 2-3: la presenza della pompa tra gli stati 1 e 2 non permette di ottenere alcuna informazione utile.

Trasmissione del Calore

Avviene ogniqualvolta vi siano differenze di temperatura; obiettivo di questa sezione è analizzare le modalità con cui detto fenomeno si attua. Saranno frequenti le applicazioni su scambiatori di calore, di cui si ripropone una trattazione:



$$\text{Dal I principio della Termodinamica, } \dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2 = \dot{m}_1 h_4 + \dot{m}_2 h_3$$

freddo caldo

$$\dot{m}_1 h_1 = \dot{m}_1 h_4 + \dot{Q}; \quad \dot{m}_2 h_2 + \dot{Q} = \dot{m}_2 h_3 \quad \text{bilancio sulle singole correnti}$$

Non ci si è mai soffermati sui procedimenti necessari per dimensionare lo scambiatore in virtù di specifici scopi progettuali.

Meccanismi di Scambio Termico

- **Conduzione:** Scambio di energia all'interno di un solido o due solidi a contatto (in rari casi può avvenire anche tra fluido e solido), a livello microscopico è legato all'energia cinetica degli atomi in vibrazione. È l'unico meccanismo di trasmissione del calore di un corpo solido opaco.
- **Irraggiamento:** Unico meccanismo che permette lo scambio di energia nel vuoto - ovvero in assenza di mezzo - poiché è dovuto ad onde elettromagnetiche (raggi γ , X, laser, onde radio... ciò che varia tra le diverse onde è la frequenza o la lunghezza d'onda - ricordiamo che $\lambda \nu = c$, con λ = lunghezza d'onda, ν = frequenza e c = velocità della luce - che implicano diversi livelli di radiazione e, dunque, di energia: al diminuire della lunghezza d'onda λ aumenta l'energia. L'occhio umano è sensibile alle onde del visibile, tra 180 e 380 nm, che permettono l'operarsi del meccanismo della visione). Un esempio di trasmissione del calore per irraggiamento è il tipico camino, che attrae l'aria fredda per poi riscaldarla ed espellerla tramite il comignolo; l'aria segue un flusso di verso opposto rispetto al calore, che viene dunque propagato per irraggiamento.
- **Convezione:** Meccanismo di scambio di calore tra due fluidi separati da un'interfaccia (ad esempio tra mare e atmosfera) o tra un fluido ed un solido; a differenza dei primi due meccanismi esistono delle discussioni secondo cui il meccanismo sia più propriamente da considerare come una composizione di fenomeni di conduzione e mescolamento.

In generale, in un ambiente la temperatura è funzione di 4 variabili: $T = T(x, y, z, t)$. Nelle applicazioni ingegneristiche però è possibile effettuare numerose semplificazioni: considerando l'ipotesi di regime permanente non si ha più dipendenza dal tempo; è inoltre possibile nelle applicazioni considerare l'approccio monodimensionale, che implica dunque che $T = T(x)$.

Dette approssimazioni sono ingegneristicamente accettabili: si risolvono numerosi problemi applicativi numericamente, senza ricorrere a analisi alle differenze finite o agli elementi finiti, che richiedono una discretizzazione di equazioni differenziali.

La potenza termica scambiata in un sistema può scriversi come:

$$\dot{Q} = K \Delta T$$

conduttanza termica
[\equiv] W/K

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R}$$

resistenza termica
[\equiv] $\frac{1}{k} = K/W$

equazioni di questo tipo possono essere scritte per ogni meccanismo di scambio termico.

Alle volte nelle applicazioni si considera il flusso termico, ovvero la potenza termica riferita all'area unitaria (molto usata nel calcolo dello scambio termico nelle pareti):

$$q = \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{K}{A} \Delta T = h \Delta T$$

conduttanza unitaria [\equiv] $\frac{W}{m^2 K}$

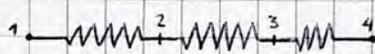
$$\frac{\Delta T}{AR} = \frac{\Delta T}{R}$$

resistenza unitaria [\equiv] $\frac{m^2 K}{W}$

Essendo relazioni applicabili per qualunque meccanismo di scambio termico, si effettua una distinzione tra i tre attraverso i pedici k (conduttiva), h (convettiva) e r (radiativa).

È particolarmente interessante - e utile, se si posseggono basi di elettrodinamica - considerare l'analogia elettrica dei fenomeni trattati: resistenza e conduttanza hanno una controparte elettrica in leggi del tutto analoghe alle precedenti; ciò permette di modellizzare circuiti elettrici equivalenti al fenomeno da analizzare; un corpo che si raffredda segue la medesima legge della scarica di un condensatore in una resistenza.

Considerando una parete composta da più strati (intonaco, muratura, intercapedine...) si intuisce, poiché ogni strato ha la propria resistenza, che il circuito equivalente preveda la presenza di resistenze in serie. Infatti:

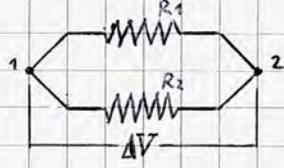


In condizioni di regime permanente, $I_1 = I_2 = I_3$. Poiché $\Delta V = RI$,

$$I_1 = \frac{\Delta V_{1,2}}{R_1}; \quad I_2 = \frac{\Delta V_{2,3}}{R_2}; \quad I_3 = \frac{\Delta V_{3,4}}{R_3}$$

È possibile calcolare $\Delta V_{1,4} = \Delta V_{1,2} + \Delta V_{2,3} + \Delta V_{3,4} = I(R_1 + R_2 + R_3) \Rightarrow I = \frac{\Delta V_{1,4}}{R_1 + R_2 + R_3}$

$R_1 + R_2 + R_3$ è pari alla resistenza equivalente, resistenza complessiva che modella la resistenza complessiva di questa configurazione. Ciò ha un evidente parallelo dal punto di vista termico.



Nel caso di pareti con finestre/elementi di diverso spessore o materiale, la medesima differenza di temperatura viene registrata in prossimità di elementi con differenti resistenze: il parallelismo con le resistenze in parallelo è evidente. In questo caso converrà considerare le conduttanze.

$$I = \frac{\Delta V}{R} = k \Delta V \Rightarrow I_1 = \frac{\Delta V}{R_1} = k_1 \Delta V; I_2 = \frac{\Delta V}{R_2} = k_2 \Delta V$$

conduttanza equivalente

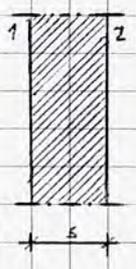
$$I_{tot} = I_1 + I_2 = \Delta V (k_1 + k_2) = \Delta V \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Ovviamente, vale la relazione

$$R_{eq} = \frac{1}{K_{eq}}$$

Analizziamo più nel dettaglio le formule che ~~tegnano~~ descrivono lo scambio termico a seconda del meccanismo in atto:

• **Conduzione:** Consideriamo una parete piana formata da un materiale omogeneo e di spessore s ; supponiamo che la temperatura sia maggiore sulla superficie 1 che sulla superficie 2



In generale, $\dot{Q} = \frac{A k}{s} (T_1 - T_2)$

$$\dot{Q} = \frac{(T_1 - T_2)}{\frac{s}{A k}}$$

$$K_k = \frac{A k}{s}$$

k è detta *conducibilità termica*, è una proprietà del materiale; $k [W/mK]$

$$R_{e,k} = \frac{s}{A k}$$

resistenza totale (dovuta all'intera area attraversata dal flusso termico)

$h_k = \frac{k}{s}$ (W/m²K), analogamente $R_k = \frac{s}{k}$ (RA)

conduttanza conduttiva unitaria resistenza conduttiva unitaria

Per geometrie più complesse, le formule di calcolo sono più articolate. Nelle nostre applicazioni ci limiteremo a geometrie relativamente semplici.

• **Irraggiamento**

Una superficie emette una potenza radiante proporzionale all'area della superficie emittente - l'irraggiamento è infatti un fenomeno superficiale - moltiplicata per la temperatura assoluta alla quarta potenza.

$$\dot{Q}_r \propto A T^4$$

La potenza termica scambiata tra due superfici si scrive:

$$\dot{Q}_{1 \leftrightarrow 2} = \Phi_{12} (T_1^4 - T_2^4)$$

Uguagliando questa relazione all'equazione $\dot{Q} = A h_r (T_2 - T_1)$, è possibile ricavare la conduttanza radiativa unitaria (superficiale) h_r ; detta *semplificazione operativa* si discosta in maniera non apprezzabile dai dati reali fino a temperature di circa 303 K; nell'intervallo di temperature prossime a quella ambiente si assume h_r costante (così come per ΔT sufficientemente ridotte).

• **Convezione**

È formalmente lo scambio di calore tra un fluido e un'interfaccia (fluido-fluido, fluido-solido), segue la Legge di Newton:

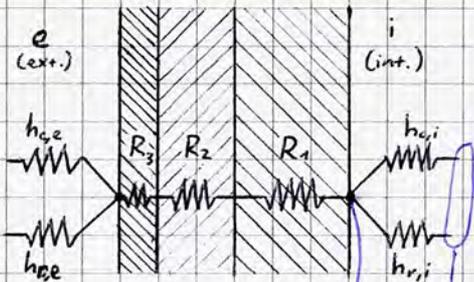
$$\dot{Q}_c = A h_c (T_s - T_{\infty})$$

↑ temperatura superficiale

↑ temperatura del fluido indisturbato (a distanza "infinita", tale che il fluido non risente dello scambio termico)

la difficoltà nel calcolo è dovuta alla presenza di fenomeni di spostamento nel fluido (ad es. moti convettivi).

Scambio Termico attraverso una parete



Consideriamo una parete con stratigrafia costituita da materiali omogenei; è evidente che le superfici esterne della parete scambiano energia termica con l'ambiente circostante per convezione e irraggiamento (contemporaneamente), mentre all'interno lo scambio avviene per conduzione. Attraverso lo schema a fianco è possibile valutare la resistenza equivalente del sistema parete; il parallelo convezione-irraggiamento degli ambienti esterno ed interno costituiscono un'ulteriore componente di resistenza.

Schema usuale nelle applicazioni

la superficie della parete assorbe entrambi i contributi
la temperatura delle sorgenti radiative può implicare un flusso termico differente da quello convettivo dell'aria, comunque da temperature differenti

$$h_i = h_{c,i} + h_{r,i} \quad \text{analogamente, } h_e = h_{c,e} + h_{r,e}$$

conduttanza interna [esterna] superficiale totale

$$R_i = 1/h_i \quad ; \quad R_e = 1/h_e$$

Ne segue che $R_{eq} = \sum_k R_k = R_i + R_1 + R_2 + R_3 + R_e$ resistenza termica del sistema parete

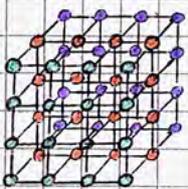
(e conduttività)
A causa dei diversi ordini di grandezza delle conduttanze, è possibile semplificare alcuni calcoli operativi trascurando i contributi di resistenza aventi impatto esiguo

Tipo di sostanza	$k [W/mK]$
Gas a pressione atmosferica	10^{-2}
Liquidi non metallici e materiali isolanti	10^{-1}
Solidi non metallici	1
Leghe metalliche	10
Metalli puri	10^2

Ordini di grandezza della conduttività termica k per alcune categorie di sostanze.

A differenza degli altri scambi termici, lo scambio per convezione si distingue tra naturale e forzato a seconda che il fluido sia movimentato unicamente dallo scambio termico o se esistono cause esterne - come ventilatori o differenze di pressione atmosferica - che contribuiscono al moto. La differenza dell'entità dello scambio tra le due modalità è significativa al punto da variare di ordine di grandezza; in particolare, la condizione " $> 10^4$ " in alcune tabelle considera ordini di grandezza pari anche a 10^6 .

Scambio Termico per Conduzione



reticolo cristallino

L'energia interna complessiva di un solido è data dalla somma delle energie cinetiche e potenziali delle particelle che costituiscono la massa in esame; a causa di dette energie gli atomi vibrano intorno ad una posizione media.

Se un solido è a contatto con un oggetto a temperatura maggiore, le particelle vibrano di più; detta vibrazione si trasmette alle particelle adiacenti instaurando il fenomeno conduttivo; nel momento in cui le vibrazioni rompono i legami tra molecole il solido inizia a fondere.

Questo modello è stato superato da teorie di fisica quantistica ma è comunque sufficientemente accurato per modellizzare diversi casi pratici.

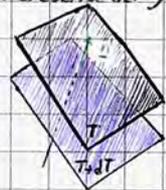
La condizione segue la Legge di Fourier:

$$\vec{Q}_k = -A k \text{grad } T = -A k \left(\frac{dT}{dx} \vec{i} + \frac{dT}{dy} \vec{j} + \frac{dT}{dz} \vec{k} \right)$$

$$= -A k \frac{dT}{d\vec{n}}$$

normale alla superficie isoterma

la potenza termica dunque si scambia nel verso opposto a quello di crescita del gradiente

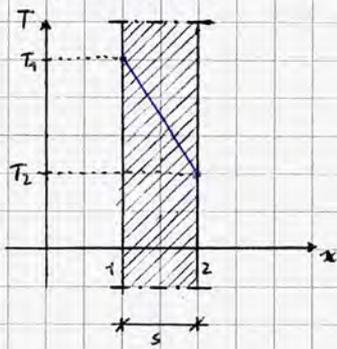


Nel caso di problemi unidimensionali, la relazione si traduce nella seguente equazione scalare:

$$\dot{Q}_k = -A k \frac{dT}{dx}$$

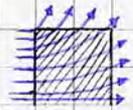
Verifichiamo ora l'andamento di temperatura per conduzione in diverse pareti:

• Parete piana



Supponiamo $T_1 > T_2$; consideriamo una parete seminfinita (ovvero avente come unica dimensione finita lo spessore, in maniera tale da determinare un flusso termico unidimensionale non interessato da effetti di bordo); si ottiene che:

$$\dot{Q}_k = -Ak \frac{dT}{dx} \Rightarrow \frac{\dot{Q}_k}{Ak} dx = -dT \Rightarrow \int_0^s \frac{\dot{Q}_k}{kA} dx = -\int_{T_1}^{T_2} dT \Rightarrow \frac{\dot{Q}_k \cdot s}{kA} = (T_1 - T_2) \Rightarrow$$



Flusso termico - effetti di bordo

$$\Rightarrow \dot{Q}_k = \frac{Ak}{s} (T_1 - T_2) = K_k (T_1 - T_2) = \frac{T_1 - T_2}{R_k} = Ah_k (T_1 - T_2) = \frac{A}{R_k} (T_1 - T_2)$$

R_k totale R_k unitaria

Analizzando l'equazione di Fourier, osserviamo che:

$\frac{dT}{dx} = -\frac{\dot{Q}_k}{kA} \Rightarrow T$ ha un andamento lineare nella muratura, con pendenza dipendente dall'entità di k :

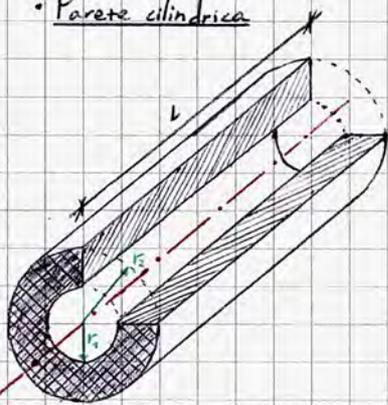
$k \uparrow \Rightarrow \frac{dT}{dx} \rightarrow 0$

costante in condizioni di regime permanente
debole funzione della temperatura; per ΔT sufficientemente ridotto k si considera costante

L'effetto di bordo riguarda superfici di dimensioni molto minori rispetto alla superficie dell'intera parete; l'approssimazione è dunque ingegneristicamente accettabile per le nostre applicazioni.

Ne segue che $T_1 = T_2 \Leftrightarrow k \rightarrow \infty$; se $k = 0$ la parete è adiabatica.

• Parete cilindrica

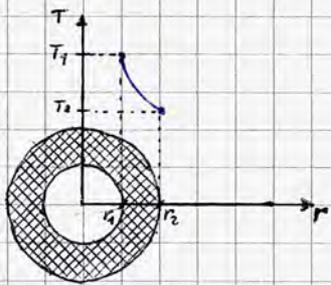


Consideriamo un sistema cilindrico seminfinito (cresta indefinita la lunghezza) e supponiamo che $T_1 > T_2$. Il problema è ugualmente unidimensionale, poiché lo scambio termico avviene unicamente in direzione radiale.

$$\dot{Q}_k = -Ak \frac{dT}{dr} = -(2\pi r L) k \frac{dT}{dr} \Rightarrow \frac{\dot{Q}_k}{2\pi L k} \frac{dr}{r} = -dT \Rightarrow$$

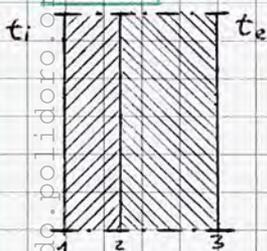
$$\Rightarrow \int_{r_1}^{r_2} \frac{\dot{Q}_k}{2\pi L k} \frac{dr}{r} = -\int_{T_1}^{T_2} dT \Rightarrow \frac{\dot{Q}_k}{2\pi L k} \ln \frac{r_2}{r_1} = T_1 - T_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \dot{Q}_k = \frac{2\pi L k (T_1 - T_2)}{\ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)} \Rightarrow K_k = \frac{2\pi L k}{\ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)} = \frac{1}{R_k}$$



Si osserva che la potenza termica tra interno ed esterno è nota, ma il flusso termico non è costante (in particolare, segue un andamento logaritmico anziché lineare) perché il prodotto tra flusso termico ed area, essendo pari a \dot{Q}_k , è costante: all'aumentare dell'area della sezione il flusso deve necessariamente decrescere.

Esercizi



- $s_{1,2} = 15,0$ cm calcestruzzo
 - $s_{2,3} = 25,0$ cm mattoni ($k_{2,3} = 0,650$ W/mK)
 - $t_i = 20,0$ °C $h_i = 10,0$ W/m²K
 - $t_e = -2,0$ °C $h_e = 20,0$ W/m²K
- conduttanze unitarie superficiali totali ($h = h_i + h_e$)

- a) andamento della temperatura nella muratura ($\Rightarrow t_1, t_2, t_3$)?
- b) K parete?
- c) q ?

Normalmente, in simili applicazioni si inizia dal calcolo del flusso termico totale q . Sappiamo che:

$$q = \frac{\dot{Q}}{A} = K \Delta T = \frac{\Delta T}{R}$$

Il sistema è costituito da 4 resistenze in serie (2 strati + aria interna ed esterna) tra 2 isoterme (t_i, t_e); è conveniente la seconda relazione:

$$q = \frac{\Delta T}{R_{eq}} = \frac{\Delta T}{\sum R_k} = \frac{t_i - t_e}{\frac{1}{h_i} + \frac{s_{1,2}}{k_{1,2}} + \frac{s_{2,3}}{k_{2,3}} + \frac{1}{h_e}} = \frac{20,0 + 2,0}{\frac{1}{10,0} + \frac{0,150}{1,21} + \frac{0,250}{0,650} + \frac{1}{20,0}} =$$

$$q = \frac{22,0}{\frac{0,100}{0,659} + \frac{0,124}{0,385} + \frac{0,050}{0,050}} = \frac{22,0}{0,659} = 33,4 \text{ W/m}^2$$

conviene calcolarle separatamente per un rapido utilizzo in passaggi successivi

Le k son state ricavate, ove non specificate da tabelle

a) Essendo in regime permanente, $q = \frac{t_i - t_1}{h_i} \Rightarrow t_1 = t_i - \frac{q}{h_i} = 20,0 - 33,4 \left(\frac{0,100}{0,659} \right) = 16,7^\circ\text{C}$

Analogamente, $q = \frac{t_1 - t_2}{R_{1,2}} = \frac{t_i - t_2}{\frac{1}{h_i} + R_{1,2}} ; t_2 = t_1 - q R_{1,2} = 16,7 - 33,4 (0,124) = 12,6^\circ\text{C}$

↳ nel caso in cui volessimo calcolare direttamente t_2 è possibile utilizzare detta formula; ciò vale anche per un numero di strati maggiore.

$$q = \frac{t_2 - t_3}{R_{2,3}} \Rightarrow t_3 = t_2 - q R_{2,3} = 12,6 - 33,4 (0,385) = -0,259 = -0,3^\circ\text{C}$$

b) Essendo richiesta la conduttanza della parete non vanno considerate le resistenze esterne dell'aria:

$$R_p = R_{1,2} + R_{2,3} = 0,124 + 0,385 = 0,509 \frac{\text{m}^2\text{K}}{\text{W}} \Rightarrow K_p = \frac{1}{0,509} = 1,96 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

Valendo, è possibile anche procedere "in ordine di richiesta":

a) $q = \frac{t_i - t_e}{\sum_k R_k} = \frac{t_i - t_1}{R_i}$ per l'ipotesi di regime permanente, $t_1 = t_i - R_i \left(\frac{t_i - t_e}{\sum_k R_k} \right) = t_i - (t_i - t_e) \left(\frac{R_i}{\sum_k R_k} \right)$ etc.

b) $T_j = \frac{t_i - (t_i - t_e) \frac{R_j}{R_{eq}}}{1}$, V_j etc.

$\uparrow R_i + \dots + R_{j-1,j}$
 $\downarrow \sum_k R_k$

Consideriamo ora un'applicazione frequente nell'ambito dell'adeguamento termico degli edifici: supponiamo di voler aumentare la resistenza termica della parete del 50% utilizzando lastre di poliuretano espanso, e cerchiamo di calcolare lo spessore necessario.

Ricordiamo che nei passaggi precedenti abbiamo ottenuto $t_1 = 16,7^\circ\text{C}$; $t_2 = 12,6^\circ\text{C}$; $t_3 = -0,3^\circ\text{C}$; $K_p = 1,96 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$; $q = 33,4 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$.
Dalle tabelle otteniamo che $k_{p.e.} = 0,033 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$

Ai fini della resistenza termica complessiva la posizione dello strato isolante non è rilevante. Valutiamo però anche gli andamenti di temperatura nei due casi:

♣ Sappiamo che $R_{1,3} = 0,509 \frac{\text{m}^2\text{K}}{\text{W}} \Rightarrow R_{3,4} = \frac{R_{1,3}}{2} = \frac{0,509}{2} = 0,255 = \frac{53,4}{k_{3,4}} \Rightarrow s_{3,4} = 0,255 \cdot 0,033 = 8,4 \text{ mm}$

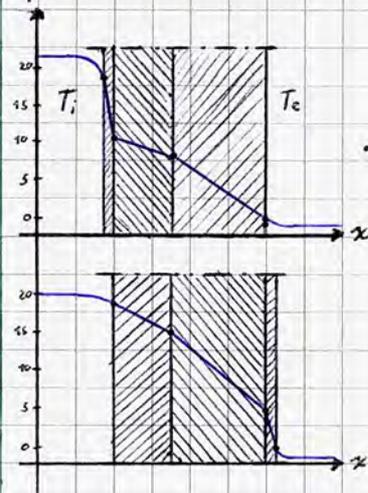
Ricordando $T_j = (T_i - T_e) \cdot \frac{R_j}{\sum_k R_k}$,

• P.E. esterno: $T_1 = 20,0 - 22,0 \left(\frac{0,100}{0,659 + \frac{0,0084}{0,033}} \right) = 17,6^\circ\text{C}$

$\downarrow 0,913$

$$T_2 = 20,0 - 22,0 \left(\frac{0,100 + 0,124}{0,913} \right) = 14,6^\circ\text{C}$$

$$T_3 = 20,0 - 22,0 \left(\frac{0,100 + 0,124 + 0,385}{0,913} \right) = 5,3^\circ\text{C}$$



$$T_4 = 20,0 - 22,0 \left(\frac{0,100 + 0,124 + 0,385 + 0,255}{0,913} \right) = -0,8^\circ\text{C}$$

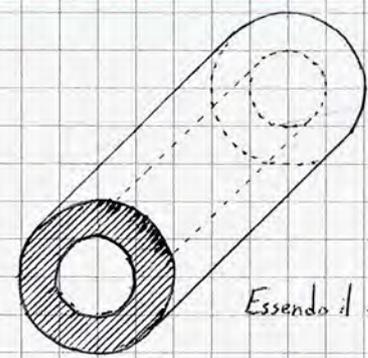
• P.E. Interno: $T_1 = 20,0 - 22,0 \left(\frac{0,100}{0,913} \right) = 17,6^\circ\text{C}$

$$T_2 = 20,0 - 22,0 \left(\frac{0,255 + 0,100}{0,913} \right) = 11,4^\circ\text{C}$$

$$T_3 = 20,0 - 22,0 \left(\frac{0,100 + 0,255 + 0,124}{0,913} \right) = 8,5^\circ\text{C}$$

$$T_4 = 20,0 - 22,0 \left(\frac{0,100 + 0,255 + 0,124}{0,913} \right) = -0,8^\circ\text{C}$$

Dai diagrammi sull'andamento della temperatura si osserva come lo strato di polimetano espanso determini una forte ΔT ; se lo strato viene posto all'interno si verifica il fenomeno della parete fredda: la forte differenza di temperatura (poche "ammortizzata" dagli altri strati) determina uno strato in cui il vapore acqueo può condensare, determinando una perdita delle proprietà isolanti del materiale che a sua volta acuisce il fenomeno. Si noti come la temperatura dell'ambiente circostante vari solo in uno strato strato prospiciente la parete, detto strato limite: il resto del fluido resta indisturbato.



Si consideri un tubo in alluminio con parete di spessore pari a 5 mm in cui scorre del vapore saturo di H_2O alla pressione di 2,00 bar. Per motivi di sicurezza, è necessario che la temperatura sulla superficie esterna del tubo non superi i 45°C , assumendo che $T_{\infty} = 20,0^\circ\text{C}$. Nel caso in cui la temperatura superficiale T_s sia maggiore di 45°C , calcolare lo spessore di lana di roccia S_{is} tale che la nuova temperatura superficiale rientri nei parametri di sicurezza, assumendo $h_i = 5000 \text{ W/m}^2\text{K}$ e $h_e = 10,0 \text{ W/m}^2\text{K}$.

Essendo il fluido interno vapore saturo, $p = p_{vs} \xrightarrow{\text{Tab. A6}} T_v(p_{vs} = 2,00 \text{ bar}) = 120^\circ\text{C}$ (interpolazione)

Il sistema è costituito da tre resistenze in serie, dunque si ha che:

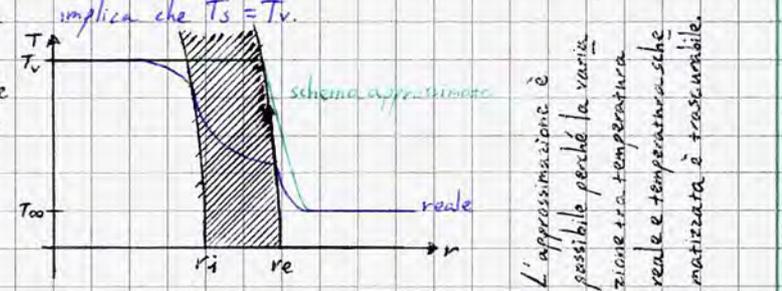
$$\dot{Q} = \frac{T_v - T_{\infty}}{R_i + R_A + R_e} = \frac{T_v - T_{\infty}}{\frac{1}{2\pi r_i L h_i} + \frac{\ln(r_o/r_i)}{2\pi L k_A} + \frac{1}{2\pi r_o L h_e}} \Rightarrow \frac{\dot{Q}}{L} = \frac{T_v - T_{\infty}}{\frac{1}{2\pi r_i h_i} + \frac{\ln(r_o/r_i)}{2\pi k_A} + \frac{1}{2\pi r_o h_e}} \Rightarrow \frac{\dot{Q}}{L} \approx \frac{(120 - 20,0)^\circ\text{C}}{\frac{1}{2\pi r_o h_e}}$$

ordini di grandezza
 $o[10^{-3}] \quad o[10^{-5}] \quad o[10^{-1}]$
 $o[10^{-3}] \quad o[10^{-5}] \quad o[10^{-1}]$

Dati gli ordini di grandezza trascurabili delle resistenze offerte da ambiente interno e parete, $T_s \approx 120^\circ\text{C} > 45^\circ\text{C}$.

Dalla tabella 5 si ottiene che $k_{is} = 0,029 \text{ W/mK}$. Sapendo che la T_s originale è di 120°C , il nuovo sistema può essere considerato costituito unicamente da uno strato di lana di roccia tra T_v e T_{∞} . Non avendo alcuna informazione sui raggi del condotto, è possibile traslare le relazioni ai casi di geometria piana, ottenendo risultati a vantaggio di sicurezza.

dal punto di vista delle temperature, trascurare queste due resistenze significa considerare nulla la resistenza al trasporto, il che implica che $T_s = T_v$; analogamente la seconda semplificazione implica che $T_s = T_v$.

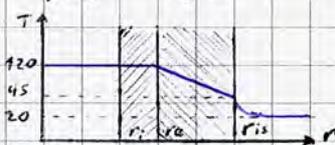


L'approssimazione è possibile perché la variazione tra temperatura reale e temperatura schematizzata è trascurabile.

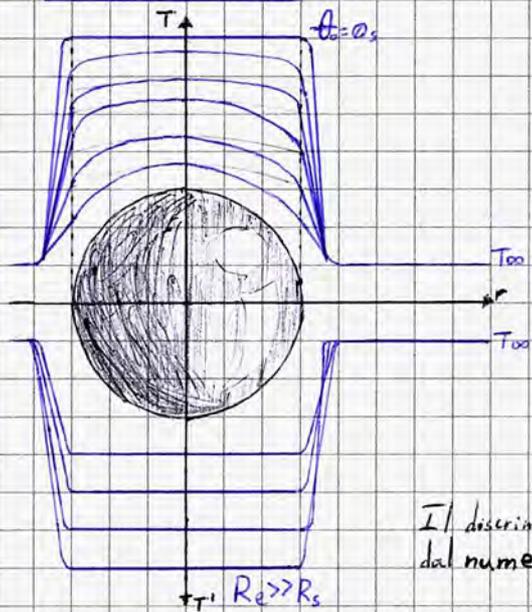
Calcoliamo il flusso termico q :

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{T_s - T_{\infty}}{\frac{S_{is}}{k_{is}} + \frac{1}{h_e}}$$

$$q = \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{T_s - T_{\infty}}{\frac{S_{is}}{k_{is}} + \frac{1}{h_e}} \approx \frac{T_v - T_{is}}{\frac{S_{is}}{k_{is}}} = \frac{T_{is} - T_{\infty}}{1/h_e} \Rightarrow S_{is} = \frac{(T_v - T_{is}) k_{is}}{(T_{is} - T_{\infty}) h_e} = \frac{75}{25} \left(\frac{0,029}{10} \right) = 0,087 \text{ m} = 8,7 \text{ cm} = 87 \text{ mm}$$



Transitorio Termico



Consideriamo una sferetta riscaldata in un forno e successivamente posta a raffreddare in un ambiente. All'istante t_0 la temperatura nella sfera è uniforme, ma col passare del tempo la temperatura varia: il calore dal centro della sfera attraversa la resistenza interna dovuta al materiale e la resistenza del fluido circostante.

In generale, la schematizzazione fisica del fenomeno si traduce in un problema in 4 variabili (x, y, z, t); è però possibile considerare unicamente la dipendenza dal tempo se la resistenza del fluido esterno è molto maggiore della resistenza del materiale: in questi casi il profilo di temperatura interna resta uniforme, dunque l'unica variabile indipendente è il tempo, determinando unicamente una equazione differenziale nel tempo (che non richiede l'ausilio di un calcolatore nella risoluzione).

Il discriminante nella valutazione della dipendenza del problema da una o quattro variabili è offerto dal numero di Biot, numero adimensionale pari a:

$$Bi = \frac{h_e L}{k_s}$$

L = dimensione caratteristica, $L = \frac{V}{A_s}$
 k_s = conducibilità del materiale (può essere sia solido che liquido, basti pensare allo Hg, si specifica il pedice s per distinguerlo dal numero di Nusselt)

Per $Bi < 0,1$, il problema può essere assunto a parametri concentrati, ovvero con dipendenza solo dal tempo.

La dimensione caratteristica L , generalmente pari al rapporto tra volume e area superficiale dell'oggetto considerato, assume forme più elementari nel caso di geometrie più semplici.

Si osserva inoltre che la condizione $Bi < 0,1$ implica che la conduttanza unitaria totale dell'ambiente esterno è molto minore del rapporto tra la conducibilità termica conduttiva ("interna" all'oggetto in esame) e la dimensione caratteristica.

Durante il processo di raffreddamento, la sferetta perde energia interna in maniera pari all'energia termica scambiata con l'esterno; ne segue che:

$$dU = dQ$$

$$-m c_s dT = A \cdot h (T(\vartheta) - T_{oo}) d\vartheta$$

$$\frac{dT}{T(\vartheta) - T_{oo}} = - \frac{A h}{m_s c_s} d\vartheta$$

$$\frac{d(T(\vartheta) - T_{oo})}{T(\vartheta) - T_{oo}} = - \frac{A h}{m_s c_s} d\vartheta$$

$$\int_{T_0}^T \frac{d(T(\vartheta) - T_{oo})}{T(\vartheta) - T_{oo}} = - \frac{A h}{m_s c_s} \int_0^{\vartheta} d\vartheta \Rightarrow \ln \left(\frac{T - T_{oo}}{T_0 - T_{oo}} \right) = - \frac{A h}{m_s c_s} \vartheta \Rightarrow T = T_{oo} + (T_0 - T_{oo}) e^{-\frac{A h}{m_s c_s} \vartheta}$$

Nelle applicazioni si si riferisce tipicamente ad ambienti uniformi, ovvero ambienti in cui la temperatura del fluido che occupa lo spazio edile superfici che delimitano l'ambiente è coincidente.

Altra applicazione frequente è lo studio dello scambio termico tra sferetta e ambiente.

Nel caso dell'acqua, h è confrontabile con k/k dunque il problema è generalmente a parametri distribuiti.

Conduzione con Generazione di calore (non energia!)

Esistono alcuni sistemi in cui si genera una potenza termica, come un cavo elettrico o il calcestruzzo nella sua fase di presa; nel secondo caso - di particolare interesse per le nostre applicazioni - è importante sottolineare che le reazioni chimiche che si verificano sono esotermiche, particolarmente nel caso di cementi alluminosi o a presa rapida, dunque nel caso di grosse gettate di calcestruzzo oltre alle armature classiche vengono inseriti dei tubi cavi in acciaio che fungono da sistema di raffreddamento durante l'indurimento (grazie ad una corrente d'acqua) per poi assolvere alla funzione prettamente strutturale.

Nelle applicazioni di questo corso valgono le ipotesi di regime permanente, ambiente uniforme, generazione uniforme (in ogni punto dell'oggetto preso in esame la generazione assume valore fisso), conducibilità termica costante.

$q^* [=] \frac{W}{m^3}$ La generazione si misura come una potenza termica generata per unità di volume.

In generale, si ha che:

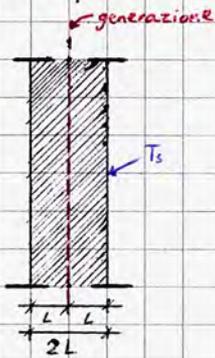
$$\dot{Q} = q^* V [=] W$$

$$\dot{Q} = q^* V = Ah(T_s - T_\infty) \implies T_s = T_\infty + \frac{q^*}{h} \frac{V}{\Omega}$$

↑
area
superficiale

equazione generica, declinata nel dettaglio in base alla geometria specifica.

• Parete piana



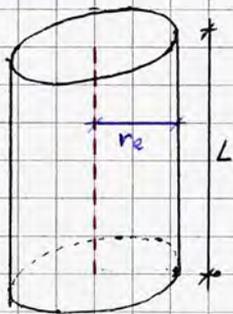
$$T_s = T_\infty + q^* \frac{A \cdot 2L}{h \cdot 2A} = T_\infty + \frac{q^* L}{h}$$

area di scambio, è pari alle 2 superfici che scambiano calore con l'esterno.



La simmetria del sistema rispetto all'area in cui avviene la generazione è una condizione molto importante; nel caso in cui vi fosse un decentramento sarebbero presenti flussi di calore differenti che implicherebbero una risoluzione molto più complessa!

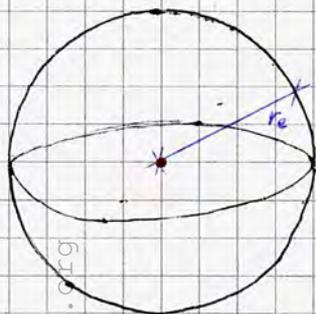
• Cilindro



In generale, le basi si considerano trascurabili: si suppone che $L \gg D$.

$$T_s = T_\infty + \frac{q^*}{h} \cdot \frac{\pi r_e^2 L}{2\pi r_e L} = T_\infty + \frac{q^*}{h} \cdot \frac{r_e}{2} = T_\infty + \frac{q^* r_e}{2h}$$

• Sfera

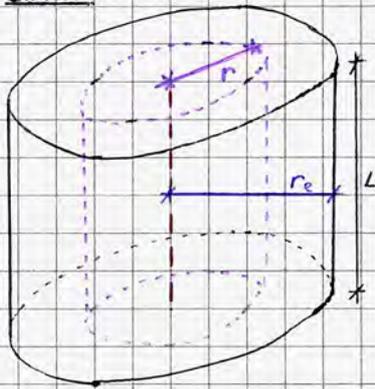


$$T_s = T_\infty + \frac{q^*}{h} \cdot \frac{\frac{4}{3}\pi r_e^3}{4\pi r_e^2} = T_\infty + \frac{q^* r_e}{3h}$$

Altra applicazione particolarmente frequente nello studio di sistemi soggetti a generazione di calore è la determinazione della temperatura massima raggiunta all'interno del solido; come anticipato, in questo corso ci si riferisce unicamente a sistemi simmetrici, con generazione al centro e lungo l'asse della geometria e in un ambiente uniforme: in tal modo non esistono flussi termici che attraversano il sito della generazione, garantendo che la temperatura massima si registri esattamente in detto sito.

La dimostrazione formale delle formule di calcolo ricavate sarà effettuata unicamente per il cilindro: come vedremo, nel caso di geometrie differenti - seppur elementari - è necessario sostenere calcoli più complessi.

• Cilindro



Consideriamo un cilindro interno di raggio r , sede della generazione verso l'esterno; la quantità di calore prodotta si trasmette per conduzione, si genera un'energia termica $q^* \cdot V(r)$ regolata dall'equazione di Fourier:

$$q^* \cdot V(r) = -A(r)k \frac{dT}{dr}$$

\Downarrow

$$q^* \pi r^2 L = -2\pi r L k \frac{dT}{dr}$$

\Downarrow

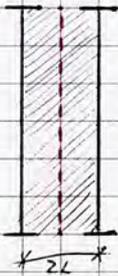
$$\frac{q^* r}{2k} dr = -dT \Rightarrow \int_0^{r_e} \frac{q^* r}{2k} dr = -\int_{T_{max}}^{T_s} dT \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{q^* r_e^2}{4k} = T_{max} - T_s$$

Ne segue che $T_{max} = T_s + \frac{q^* r_e^2}{4k}$

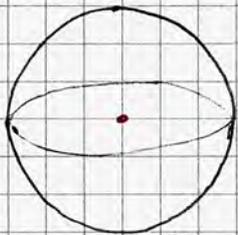
temperatura registrata sull'asse del cilindro.

• Lastra piana



$$T_{max} = T_s + \frac{q^* L}{2k}$$

• Sfera



$$T_{max} = T_s + \frac{q^* r_e^2}{6k}$$

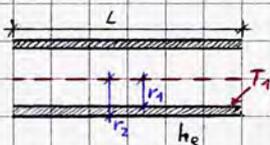
A differenza delle altre geometrie, la formula della T_{max} nel cilindro può essere ricavata dal bilancio su una corona cilindrica infinitesima (come fatto); nel caso di una lastra piana, ad esempio, si dovrebbe considerare uno spessore infinitesimo in un'area non centrale, che essendo però un volume produce la propria energia termica, determinando una relazione del tipo:

$$-Ak \frac{dT}{dx} + q^* A dx = -Ak \frac{dT}{dx} \Rightarrow \frac{d^2 T}{dx^2} = -\frac{q^*}{k}$$

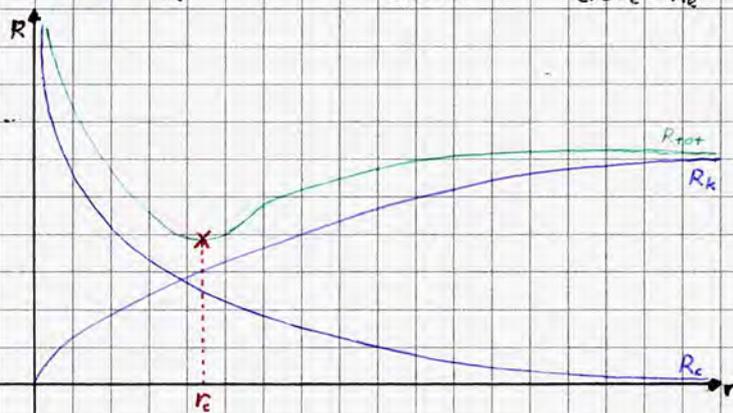
In seguito alla doppia integrazione si ricavano le formule.

Il caso della sfera è analogo ma riferito ad un guscio sferico; l'anere computazionale che ne deriverebbe esula dagli scopi di questo corso.

Osservazione: In un generico sistema con conduzione e scambio termico con l'esterno - ad esempio, un tubo di piccolo diametro con generazione - i termini di resistenza che intervengono nel compute della potenza termica scambiata hanno andamento discorde: il primo termine di resistenza nella relazione esplicitata in basso cresce al crescere del diametro del condotto



$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_{\infty}}{\frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi k L} + \frac{1}{2\pi r_e L \cdot h_e}}$$



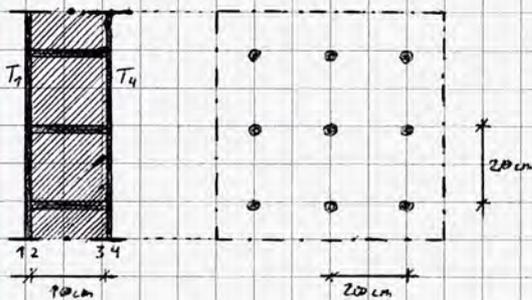
secondo una legge logaritmica; il secondo invece decresce iperbolamente in base allo stesso parametro; ne segue che la resistenza totale, espressa in funzione del raggio, è una funzione che presenta un punto di minimo, detto raggio critico di isolamento; se un condotto ha raggio minore di detto valore, l'aggiungere strati di isolante implica un aumento dello scambio termico con l'esterno.

Il raggio critico è solitamente nell'ordine dei millimetri; è per questo motivo che i fili elettrici sono ricoperti di uno strato isolante anche in zone del circuito elettrico non soggette a dispersioni o interferenze.

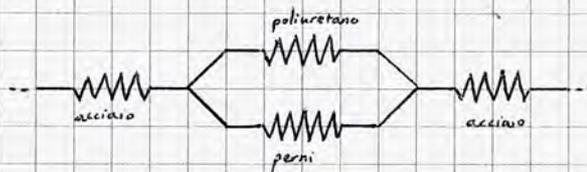
Esercizio

Si consideri un pannello isolante costituito da 2 lamine di acciaio INOX spesse 1mm a copertura di uno strato centrale di 10 cm in poliuretano espanso. La saldatura dei tre elementi è garantita da una maglia quadrata di lato 20 cm di perni in acciaio INOX di diametro pari a 5 mm.

Si valuti la resistenza termica complessiva del pannello.



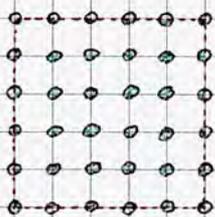
Essendo richiesta la resistenza del solo pannello, non occorre considerare le resistenze dovute all'ambiente esterna. Lo schema che esemplifica il sistema è il seguente:



Calcoliamo la resistenza equivalente del parallelo in maniera tale da poter trasformare lo schema in uno schema in serie e sommare le tre resistenze; per farlo calcoliamo la conduttanza equivalente per poi estrarne il reciproco:

$$\dot{Q}_{2,3} = \dot{Q}_{\text{poliuretano}} + \dot{Q}_{\text{perni}} = K_{\text{pol.}} (T_2 - T_3) + K_{\text{perni}} (T_2 - T_3)$$

Per calcolare le singole conduttanze, valutiamo il numero di perni per m^2 : essendo una maglia 20×20 cm, è evidente vi siano 25 perni/ m^2 (se necessario, riferirsi allo schema a fianco)



n° perni	frazione nel m^2	posizione	tot.
16	$1/2$	lato	8
4	$1/4$	vertici	1
16	1	interno	16
			25

Nota segue che l'area complessiva (nella sezione del pannello) occupata dai perni per m^2 è pari a:

$$25 \pi \frac{d^2}{4} = \frac{25 \pi \cdot 25 \cdot 10^{-6}}{4} = 5,0 \cdot 10^{-4} m^2$$

$$A_{\text{poliuretano}} = A_{\text{tot}} - A_{\text{perni}} = 1,00 m^2 - 5,0 \cdot 10^{-4} m^2 = 1,00 m^2$$

$$K_{\text{pol}} = A_{\text{pol}} \frac{k_{\text{pol}}}{s} = 1,00 m^2 \cdot \frac{0,033 W/mK}{0,100 m} = 0,33 \frac{W}{K}$$

$$K_{\text{perni}} = A_{\text{perni}} \frac{k_{\text{perni}}}{s} = 5,00 \cdot 10^{-4} m^2 \cdot \frac{16 W/mK}{0,100 m} = 0,08 \frac{W}{K}$$

$$K_{\text{eq},2,3} = 0,33 + 0,08 = 0,41 W/K \Rightarrow R_{2,3} = \frac{1}{0,41} = 2,44 \frac{K}{W}$$

$$R_{\text{acciaio}} = \frac{s}{A k_{\text{acciaio}}} = \frac{1,00 \cdot 10^{-3} m}{16,0 W/mK \cdot 1,00 m^2} = 6,25 \cdot 10^{-5} \frac{K}{W}$$

$$R_{\text{tot}} = 2 R_{\text{acciaio}} + R_{2,3} = (2 \cdot 6,25 \cdot 10^{-5} + 2,44) K/W = 2,440125 K/W = 2,44 K/W$$

ci si riferisce al singolo m^2 di parete, in maniera tale da quantificare le grandezze.

Si osserva che, malgrado la presenza di acciaio in molti punti, il pannello è in grado di assolvere alla funzione di isolante termico.

Scambio Termico per Irraggiamento

Come anticipato, la trasmissione di calore per irraggiamento avviene tramite onde elettromagnetiche (oscillazioni di campi elettrici e magnetici) di lunghezza d'onda molto bassa, inferiore - nelle nostre applicazioni - alle microonde (λ nell'ordine dei mm). In particolare, il campo di nostro interesse analizza le seguenti lunghezze d'onda:

Le onde UV nel vuoto possono assumere anche lunghezze d'onda più corte!

10 μm	← →	0,78 μm	infrarosso (IR)
0,78 μm	← →	0,38 μm	visibile
0,38 μm	← →	0,10 μm	ultravioletto (UV)

Al diminuire della lunghezza d'onda λ aumenta l'energia (non necessariamente ciò implica un aumento della radiazione termica: i raggi UV sono infatti di scarso interesse per le nostre applicazioni): a lunghezze inferiori ai raggi UV infatti corrispondono le radiazioni ad alta energia (come i raggi Roentgen, anche noti come raggi X), che passano attraverso i tessuti corporali o - come nel caso dei raggi γ - determinano un'elevata radioattività e richiedono forti spessori di calcestruzzo o lastre di metalli pesanti per poter garantire una schermatura (sono spesso dovuti alla fissione nucleare). Tra i raggi aventi lunghezze d'onda minime figurano i raggi cosmici: per condurre esperimenti in loro assenza vengono costruiti laboratori sotto le montagne, come per il caso del Gran Sasso.

In generale, un corpo emette e assorbe quantità apprezzabile di energia termica radiativa a causa delle onde IR e del visibile; esistono in natura anche radiazioni emesse non a causa di uno scambio termico - come la fosforescenza - che però esulano dagli scopi di questo corso.

Per ciò che concerne i fenomeni di scambio termico, ogni corpo avente temperatura maggiore dello zero assoluto (0 K) emette energia termica radiativa e la assorbe da altri corpi emittenti; ne segue che nella realtà che ci circonda si verificano scambi termici continuamente.

Consideriamo un corpo su cui insiste una radiazione incidente G : essa "trasmette" energia radiativa sulla superficie del corpo; ne segue che $G [=] \text{W/m}^2$, è dunque un flusso di energia.

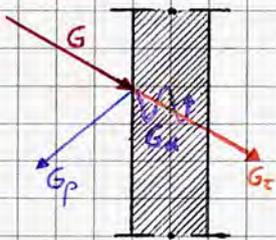
Ogni radiazione è però generalmente composta da onde aventi λ diverse - come intuibile facendo passare un raggio di luce solare attraverso un prisma e osservando lo spettro d'onda che si forma - dunque esiste anche una grandezza, detta radiazione monocromatica o spettrale, associata alla singola lunghezza d'onda:

$$G_\lambda = \frac{dG}{d\lambda} \quad [=] \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \mu\text{m}} \quad \rightarrow \text{non m}^3: \text{ la radiazione insiste su una superficie per una } \lambda \text{ assegnata, non su un volume!}$$

Analogamente, è possibile determinare la radiazione incidente dovuta ad un determinato intervallo di lunghezze d'onda:

$$G(\lambda_1, \lambda_2) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} G_\lambda d\lambda \quad \Rightarrow \quad G = \int_0^\infty G_\lambda d\lambda$$

Valutiamo come un corpo reagisce ad una radiazione incidente: complessivamente si verificano 3 fenomeni:



- Riflessione G_p
 - Trasmissione G_t
 - Assorbimento G_a
- In particolare, si ha che:

$$G_{tot} = G_a + G_p + G_t$$

$$\Downarrow$$

$$1 = \alpha + \rho + \tau$$

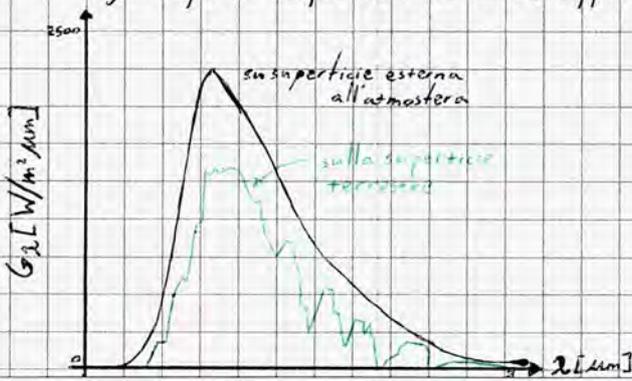
coefficienti

Il caso più generale, in cui tutti e tre i termini sono non nulli, si verifica nel caso del vetro esposto alla luce solare: si vede il riflesso del sole sul vetro, la luce viene trasmessa e il vetro si riscalda, dunque assorbe calore.

Analogamente, $G_\lambda = G_{\lambda,a} + G_{\lambda,p} + G_{\lambda,t} \Leftrightarrow 1 = \alpha_\lambda + \rho_\lambda + \tau_\lambda$ per la singola lunghezza d'onda.

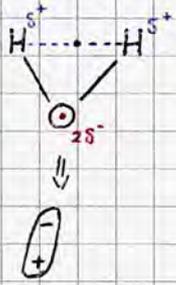
Nel caso di corpi opachi, si assume $\tau = 0 \Rightarrow \alpha + \rho = 1$. Un esempio di corpo opaco è la muratura rispetto alla radiazione solare (la muratura è trasparente ad altre radiazioni, come i raggi γ : le condizioni sulla reazione di un corpo alle radiazioni valgono solo in un determinato intervallo di lunghezze d'onda! Analogamente, il vetro è opaco ai raggi UV, infatti non si si abbronzano stando al sole dietro un vetro).

Nel caso di corpi perfettamente riflettenti (ad esempio per gli specchi), si assume $\alpha = \tau = 0 \Rightarrow \rho = 1$. In realtà, oltre a valere solo in un determinato intervallo di lunghezze d'onda, per quanto possa essere ben realizzato ogni corpo ha sempre una certa α , seppur minima.



Come leggibile nella spettro dell'irraggiamento solare su superfici perpendicolari ai raggi solari disposte all'esterno dell'atmosfera e sulla superficie terrestre, schematizzato a fianco, si osserva che alcune specie chimiche presenti in atmosfera filtrano determinate lunghezze d'onda: la curva in verde infatti presenta delle finestre. Sulle piccole distanze che considereremo nelle nostre applicazioni, ma anche per distanze di centinaia di metri, l'aria può essere però considerata trasparente alle radiazioni: le sostanze filtranti hanno concentrazione minima in atmosfera.

Infatti, l'aria è al 99% composta da N_2 , O_2 e Ar : le prime due specie sono molecole biatomiche, con elettroni egualmente distribuiti, la terza è un gas nobile monoatomico. La specie chimica più presente in atmosfera e sensibile alle radiazioni è la H_2O - basti considerare un semplice esperimento: si tenta di riscaldare in un microonde un piatto di ceramica asciutto e si ripete l'esperimento dopo averlo bagnato - in cui il centro delle cariche positive non coincide col centro delle cariche negative, formando un dipolo.



Essendo un dipolo, il vapor d'acqua presente in atmosfera si orienta in funzione dell'onda elettromagnetica che la oltrepassa, seguendone la variazione: ecco che in un campo elettromagnetico - come quello generato da un forno a microonde - le molecole di H_2O , ruotando continuamente, producono calore e assorbono l'energia termica radiata dall'onda; analogamente in atmosfera.

A seconda della temperatura assoluta di ciascun corpo, ogni oggetto - oltre ad assorbire - emette energia termica radiativa; si definisce una quantità E [$=$] W/m^2 , detta **potere emissivo del corpo**, a cui è possibile associare, come per la radiazione incidente, delle grandezze legate a singole [intervalli di] lunghezze d'onda:

$$E_\lambda = \frac{dE}{d\lambda} [=] \frac{W}{m^2 \mu m} \quad \text{potere emissivo monocromatico o spettrale}$$

$$E_{\lambda_1, \lambda_2} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_\lambda d\lambda \Rightarrow E = \int_0^\infty E_\lambda d\lambda$$

La radiazione solare è costante, si aggira sui $1300-1400 W/m^2$, con oscillazioni che non superano i $1500 W/m^2$; pur puntando ad assorbimenti sempre migliori, l'energia ricavabile dalle radiazioni solari non è infinita!

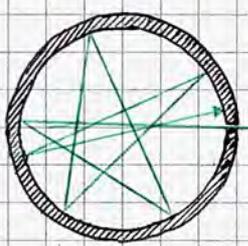
Lo studio dell'irraggiamento termico si basa su un corpo ideale, non realizzabile, detto **corpo nero**. Esso è caratterizzato da:

- **Assorbimento**: assorbe tutto (non è formalmente corretto, ma per le nostre applicazioni è possibile immaginare questa condizione come $\alpha = 1$), l'energia assorbita diventa energia interna.
- **Emissione**: emette la massima energia rispetto a tutti gli altri corpi (reali) alla stessa temperatura; in altre parole è il valore limite di energia che può essere emessa da un corpo ad una data temperatura.

L'andamento dell'emissione di un corpo nero è spettrale; varia cioè in funzione della lunghezza d'onda.

Ultimamente sono stati realizzati dei corpi che differiscono dal corpo nero ideale di decimillesimi di Kelvin: si immagini ad esempio una cavità dotata di un singolo foro di ridotte dimensioni: una radiazione elettromagnetica entrante incide sulla superficie interna - in materiale opaco - che ne assorbe una percentuale per rifletterne il rimanente; ad ogni riflessione corrisponde un successivo assorbimento su un altro punto della superficie, con un'energia interna complessiva che differisce di poco rispetto alla energia originaria del fotone in ingresso.

I coefficienti di assorbimento, trasmissione e riflessione (α, τ, ρ) sono anche noti come **assorbanza**, **transmissanza** e **riflessività**; è però preferibile evitare l'impiego di questa nomenclatura per evitare confusione.



Nei casi utilizzati in laboratorio, a partire da detto schema vengono attuati diversi accorgimenti (superfici interne scabre, materiali con coefficiente di assorbimento prossimo ad 1...) che rendono pressoché trascurabile l'energia uscente dal sistema. Analogamente, se viene inserito un corpo all'interno di un simile oggetto, l'energia emessa dal foro differisce dal corpo nero ideale di un infinitesimo.

La prima misurazione - ottenuta sperimentalmente - relativa al corpo nero è la quantità di energia emessa, ricavata sperimentalmente da Stefan e dimostrata 20 anni più tardi da Boltzmann. La legge che regola il fenomeno, detta **legge di Stefan-Boltzmann**, è la seguente:

$$E_n(T) = \sigma T^4 \quad \text{coincide con la massima energia che un corpo può emettere a una assegnata temperatura.}$$

↳ costante di Stefan-Boltzmann ($5,67 \cdot 10^{-8} W/m^2 K^4$)

Diversi anni dopo, Planck riuscì a derivare la legge che regola il potere emissivo monocromatico del corpo nero:

$$E_{n,\lambda} = E_{n,\lambda}(\lambda, T) = \frac{A}{\lambda^5 (e^{B/\lambda T} - 1)} \quad A = 3,74 \cdot 10^3 \frac{W \mu m^4}{m^2}; \quad B = 1,44 \cdot 10^4 \mu m K$$

Il potere emissivo monocromatico del corpo nero è funzione della lunghezza d'onda e della temperatura.

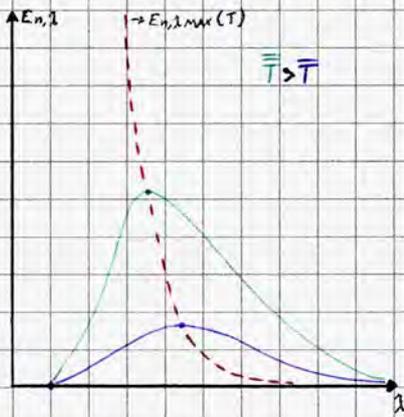
⚠ In questa sezione la temperatura va sempre considerata in Kelvin!

Cronologicamente precedente alla legge di Planck è la legge di Wien, che poco tempo dopo l'annunciazione della legge di Stefan-Boltzmann, che permette di determinare la lunghezza d'onda alla quale si registra il valore massimo di E_{λ} in funzione della temperatura:

$$\lambda_{\max} \cdot T = 2898 \mu\text{mK} \quad \text{iperbole equilatera in un diagramma } \lambda T$$

↳ lunghezza d'onda in corrispondenza della quale si ha il valore massimo, NON è la "lunghezza d'onda massima" (concetto privo di alcun senso fisico!)

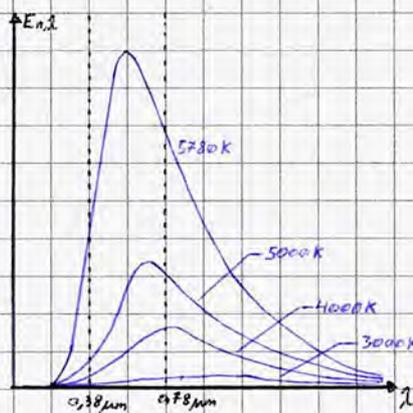
Considerando una temperatura fissata, è possibile diagrammare la legge di Planck:



Si osserva che al variare della temperatura si ottengono diagrammi che non si intersecano in alcun punto; inoltre la λ corrispondente al massimo si sposta verso sinistra all'aumentare della temperatura (legge di Wien). Per poter rappresentare quantitativamente più diagrammi sarebbe necessario adottare una scala logaritmica sull'asse delle ordinate a causa dei differenti ordini di grandezza di $E_{\lambda, \max}$.

Il "punto di partenza" della funzione è spostato verso destra rispetto allo 0 poiché il corpo è a temperatura maggiore di 0K, dunque emette onde aventi logicamente $\lambda \neq 0$.

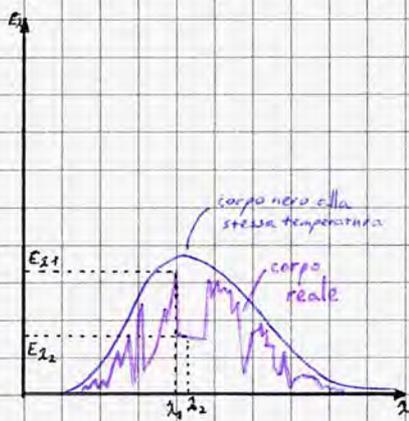
Attraverso le conoscenze in nostro possesso è possibile spiegare alcuni fenomeni cui si assiste nella vita di tutti i giorni, come il bagliore emesso da un metallo percorso da corrente elettrica a causa dell'effetto Joule la temperatura del metallo aumenta, determinando una fascia sempre maggiore di energia emessa nel campo del visibile fino a stimolare il nostro occhio, che percepisce la luce. Grazie a questo principio sono state realizzate, ad esempio, le lampadine alogene con filo al tungsteno.



La radiazione solare giunta sulla Terra è equivalente a quella emessa da un corpo nero a 5780K (ricordiamo che la superficie del Sole ha una temperatura effettiva di circa 3000K), avente un massimo in corrispondenza di $\lambda \approx 0,38 \mu\text{m}$, che nello spettro del visibile corrisponde ad un'area intermedia tra il giallo e il verde, corrispondente alle tonalità cui l'occhio è più sensibile; l'organo si è adattato alla radiazione cui siamo immersi ed avverte radiazioni anche di bassa intensità su dette lunghezze d'onda.

A partire da queste leggi è possibile studiare il comportamento dei corpi reali.

Consideriamo un qualsiasi corpo reale ad una generica temperatura T ; effettuando misurazioni sperimentali si osserva come il comportamento di ogni oggetto differisca da quello di altri corpi, determinando variazioni molto significative anche semplicemente in base a come è stato lavorato il materiale che compone l'oggetto. Assumiamo in buone ipotesi che il comportamento di detto oggetto sia quello diagrammato in figura, con valori molto variabili in $\Delta\lambda$ anche piccole per poi sommare; a parità di temperatura dunque il potere emissivo può variare sensibilmente per piccole variazioni di lunghezza d'onda, con eventuali intervalli intermedi privi di emissione. Diagrammi come quello in figura sono determinati sperimentalmente con strumenti molto precisi e sensibili; prima dell'avvento dei calcolatori però il calcolo dell'area sottesa dalla curva - ovvero E - era particolarmente complesso, dunque si preferiva diagrammare la curva su una carta con peso/m² noto per poi pesare l'area sottesa con una bilancia di precisione.



$$E = \int_a^{\infty} E_{\lambda} d\lambda$$

Valendo rapportare il comportamento di un corpo reale al corpo nero (il cui potere emissivo è sempre maggiore, a parità di temperatura, del potere emissivo di ogni altro corpo reale) si introduce una grandezza adimensionale - detta emissività - tale

per cui, nel caso dei poteri emissivi totale e monocromatico:

$$E_{\lambda}(T) = \epsilon_{\lambda} E_{\lambda 2}(T) = \epsilon_{\lambda} \frac{A}{\lambda^5 (e^{\frac{hc}{\lambda T}} - 1)} ; \quad E(T) = \epsilon E_{\lambda}(T) = \epsilon \sigma T^4$$

In particolare, si ha che $\epsilon_{\lambda} = \frac{E_{\lambda}(T)}{E_{\lambda 2}(T)}$ emissività/emittenza monocromatica; $\epsilon = \frac{E(T)}{E_{\lambda}(T)}$

Qualunque siano la lunghezza d'onda e la temperatura superficiale, in un qualsiasi corpo reale vale la seguente legge, detta legge di Kirchhoff, che afferma che l'emissività spettrale è pari al coefficiente di assorbimento monocromatico:

$$E_\lambda = \alpha_\lambda$$

Per semplificare lo studio dell'irraggiamento nelle applicazioni si introduce il concetto di corpo grigio, caratterizzato dall'aver una curva simile a quella del corpo nero ma con $E_g(T) < E_n(T) \forall \lambda$ tale per cui l'energia del corpo grigio è una frazione costante di quella del corpo nero ad ogni lunghezza d'onda; ciò implica che la caratteristica intrinseca di un corpo grigio è:

$$E_g = E_\lambda \text{ corpo grigio} = \text{cost.} \Rightarrow E_g = \alpha_g = \text{cost.}$$

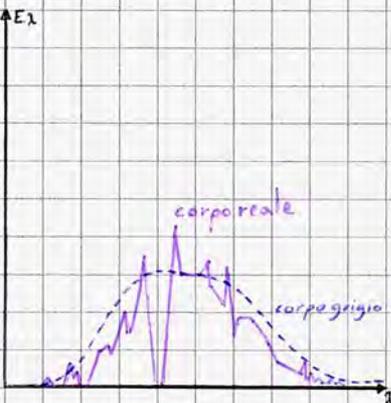
$$\Rightarrow E_\lambda = E, \alpha_\lambda = \alpha \Rightarrow E = \alpha \text{ in un corpo grigio!}$$

Logicamente anche il corpo grigio è un'entità ideale che schematizza e approssima i corpi reali; per effettuare un'approssimazione efficace occorre saper determinare il corpo con la E_g migliore per schematizzare il corpo reale di riferimento; elemento comune è il potere emissivo totale, usato nelle applicazioni per lo scambio termico:

$$E_g :: E_g(T) = E(T)$$

Nel caso di corpi reali, particolarmente articolati, è possibile definire più corpi grigi per effettuare una schematizzazione "per intervalli", in numero non superiore a 3 per non complicare la schematizzazione con punti di discontinuità etc.

Nella tabella A14 sono riportati i valori medi di E a diverse temperature; si osserva che i metalli se lucidati presentano valori molto bassi di emissività, più alti se ossidati; i non metalli hanno invece valori piuttosto elevati e costanti a causa della loro porosità. Alcuni materiali variano in emissività anche dopo poco tempo a causa del semplice deposito di polviscola atmosferica.



Esempio

Valutiamo l'energia radiativa scambiata tra due superfici piane e indefinite (per trascurare gli effetti di bordo) parallele tra loro e tali che $A_1 = A_2 = A$.



• Supponiamo che le superfici 1 e 2 siano entrambe nere, allora:

$$\dot{Q}_1 = A_1 E_n(T_1) = A_1 \sigma T_1^4 = \dot{Q}_{1 \rightarrow 2} \text{ per la geometria del sistema } \dot{Q}_1 \text{ può solo finire su 2, che essendo nera assorbe tutto.}$$

La superficie 2 ha $0K < T_2 < T_1$, dunque emette una potenza termica verso la superficie 1:

$$\dot{Q}_2 = A_2 E_n(T_2) = A_2 \sigma T_2^4 = \dot{Q}_{2 \rightarrow 1}$$

La potenza termica netta che si scambiano le superfici è pari all'energia termica effettivamente scambiata:

$$\dot{Q}_{1 \leftrightarrow 2} = A \sigma T_1^4 - A \sigma T_2^4 = A \sigma (T_1^4 - T_2^4)$$

• Supponiamo ora che la superficie 2 sia non grigia, ovvero con $E = \text{cost.}$ e $\alpha = \text{cost.}$ ma $E \neq \alpha$, ipotesi meno restrittiva:

$$\dot{Q}_1 = A E_n(T_1) = A \sigma T_1^4$$

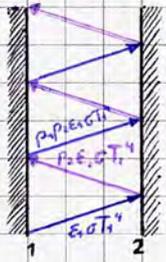
$$\dot{Q}_{1 \rightarrow 2} = \alpha_2 \dot{Q}_1 = \alpha_2 A \sigma T_1^4$$

$$\dot{Q}_2 = E_2 A \sigma T_2^4 = \dot{Q}_{2 \rightarrow 1}$$

$$\Rightarrow \dot{Q}_{1 \leftrightarrow 2} = A \alpha_2 \sigma T_1^4 - A E_2 \sigma T_2^4 = A \sigma (\alpha_2 T_1^4 - E_2 T_2^4)$$

Ovviamente se la superficie 2 fosse stata grigia allora $\dot{Q}_{1 \leftrightarrow 2} = A \sigma \underset{\alpha_2}{E_2} (T_1^4 - T_2^4)$

Considerando l'esercizio precedente, ipotizzando che entrambe le superfici siano non nere (ovvero ^{non} grigie), dunque $\epsilon_1 \neq d_1$, $\epsilon_2 \neq d_2$, si ha che:



$$\dot{Q}_1 = A \epsilon_1 \sigma T_1^4$$

$$\dot{Q}_{1 \rightarrow 2} = \underbrace{d_2 A \epsilon_1 \sigma T_1^4}_{\text{energia incidente diretta}} + \underbrace{d_2 A p_1 p_2 \epsilon_1 \sigma T_1^4 + d_2 A p_1^2 p_2^2 \epsilon_1 \sigma T_1^4 + \dots + d_2 A p_1^n p_2^n \epsilon_1 \sigma T_1^4}_{\text{energia dovuta alla riflessione}} =$$

$$= A d_2 \epsilon_1 \sigma T_1^4 \left(\sum_{i=0}^{\infty} (p_1 p_2)^i \right) = \frac{A d_2 \epsilon_1 \sigma T_1^4}{1 - p_1 p_2}$$

serie convergente

Essendo le superfici opache per ipotesi, si ha che:

$$\dot{Q}_{1 \rightarrow 2} = \frac{A \epsilon_1 d_2 \sigma T_1^4}{1 - p_1 p_2} = \frac{A \epsilon_1 d_2 \sigma T_1^4}{1 - [(1 - d_1)(1 - d_2)]} = \frac{A \epsilon_1 d_2 \sigma T_1^4}{1 - [1 - d_2 - d_1 + d_1 d_2]} = \frac{A \epsilon_1 d_2 \sigma T_1^4}{d_2 + d_1 - d_1 d_2}$$

Analogamente,

$$\dot{Q}_2 = A \epsilon_2 \sigma T_2^4; \quad \dot{Q}_{2 \rightarrow 1} = \frac{A \epsilon_2 d_1 \sigma T_2^4}{d_2 + d_1 - d_1 d_2}$$

Supponendo $T_1 > T_2$,

$$\dot{Q}_{1 \rightarrow 2} = \frac{A (\epsilon_1 d_2 \sigma T_1^4 - \epsilon_2 d_1 \sigma T_2^4)}{d_1 + d_2 - d_1 d_2}$$

Se le superfici 1 e 2 fossero state entrambe grigie, allora:

$$\dot{Q}_{1 \rightarrow 2} = \frac{A (\epsilon_1 \epsilon_2 \sigma T_1^4 - \epsilon_2 \epsilon_1 \sigma T_2^4)}{\epsilon_1 + \epsilon_2 - \epsilon_1 \epsilon_2} = \frac{A \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1}$$

Consideriamo due superfici nere parallele e indefinite, con $t_1 = 150^\circ\text{C}$ e $t_2 = 50^\circ\text{C}$:

$$\frac{\dot{Q}_{1 \rightarrow 2}}{A} = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{2}{\epsilon} - 1} = 5,67 \cdot 10^{-8} (423^4 - 323^4) = 5,67 \left[\left(\frac{423}{100} \right)^4 - \left(\frac{323}{100} \right)^4 \right] = 1,20 \cdot 10^3 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Supponendo che entrambe le superfici siano grigie, con $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0,200$,

$$\frac{\dot{Q}_{1 \rightarrow 2}}{A} = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{2}{\epsilon} - 1} = \frac{5,67 \left[\left(\frac{423}{100} \right)^4 - \left(\frac{323}{100} \right)^4 \right]}{\frac{2}{0,200} - 1} = 133 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Supponendo che le superfici non siano lastre ma fogli, e considerando un terzo foglio interposto con $\epsilon_3 = \epsilon_2 = \epsilon_1 = \epsilon$,

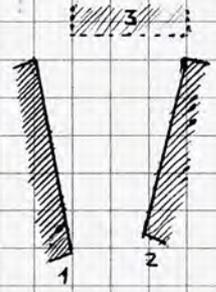
$$\frac{\dot{Q}_{1 \rightarrow 3}}{A} = \frac{\dot{Q}_{3 \rightarrow 2}}{A} \Rightarrow \frac{\sigma (T_1^4 - T_3^4)}{\frac{2}{\epsilon} - 1} = \frac{\sigma (T_3^4 - T_2^4)}{\frac{2}{\epsilon} - 1} \Rightarrow T_1^4 - T_3^4 = T_3^4 - T_2^4 \Rightarrow T_3^4 = \frac{T_1^4 + T_2^4}{2} \Rightarrow T_3 = \sqrt[4]{\frac{T_1^4 + T_2^4}{2}}$$

$$\Rightarrow T_3 = \sqrt[4]{\frac{(423)^4 + (323)^4}{2}} = 380,6 = 383 \text{ K}$$

La ϵ è prossima a quella dei fogli in alluminio, usati come isolanti ad alte temperature: il terzo foglio ha dimezzato il flusso termico, un eventuale quarzo avrebbe impatto minore; in piccoli spessori ed elevate superfici non si innescano meccanismi convettivi. Un esempio di isolante siffatto è l'altan.

Dunque,
$$\frac{\dot{Q}_{1 \rightarrow 2}}{A} = \frac{\sigma (T_1^4 - T_3^4 + T_3^4 - T_2^4)}{\frac{2}{\epsilon} - 1}$$

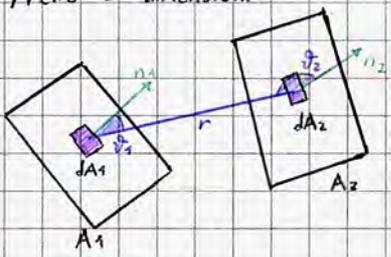
Nel caso in cui le superfici non siano parallele tra loro, il che implica necessariamente che le superfici sono finite (e dunque $F_{1,2}$ l'area diventa un dato rilevante), non tutta l'energia emessa viene effettivamente scambiata a causa di diverse condizioni al contorno, come la presenza di una superficie 3, nera o riflettente, che può variare sensibilmente la quota di energia scambiata. È però possibile dipendere unicamente da considerazioni di carattere geometrico introducendo una grandezza adimensionale detta fattore di vista:



$$F_{1,2} = \frac{\text{Energia emessa da 1 che arriva direttamente su 2}}{\text{Energia totale emessa da 1}}$$

permette di prescindere dalle condizioni al contorno, il tutto dipende solo da caratteristiche geometriche.

Nelle 3 dimensioni:

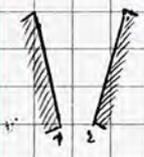


$$F_{1,2} = \frac{1}{A_1 A_2} \iint_{A_1, A_2} \frac{\cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2}{r^2} dA_2 dA_1$$

integrale tipicamente risolto con tecniche numeriche; per geometrie note i risultati vengono già presentati sotto forma di curve.

Esempio

Considerando due superfici finite, non parallele e nere con $T_1 > T_2$, si ha che:



$$\dot{Q}_1 = A_2 E_n(T_1) = A_2 \sigma T_1^4$$

Δ In generale, $F_{1,2} \neq F_{2,1}$!

$$\dot{Q}_{1 \rightarrow 2} = A_1 \sigma T_1^4 (F_{1,2})$$

A ciò si aggiungono i dovuti termini nel caso di superfici non nere, grigie etc.

$$\dot{Q}_2 = A_2 E_n(T_2) = A_2 \sigma T_2^4$$

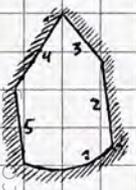
$$\dot{Q}_{2 \rightarrow 1} = F_{2,1} A_2 \sigma T_2^4$$

Caso particolare: se $T_1 = T_2$, poiché nell'irraggiamento si verificano sempre 2 flussi intersecanti con un flusso termico netto che risponde al II Principio della Termodinamica, ci si aspetta ragionevolmente che lo scambio termico netto sia nullo:

$$\dot{Q}_{1 \rightarrow 2} = 0 \Leftrightarrow A_1 F_{1,2} \sigma T^4 = A_2 F_{2,1} \sigma T^4 \Rightarrow A_1 F_{1,2} = A_2 F_{2,1}$$

reciprocità dei fattori di vista, valida per due qualsiasi superfici.

Considerando un sistema di superfici componenti una cavità (ad esempio un ambiente interno), abbiamo che:



$$\dot{Q}_1 = \dot{Q}_{1 \rightarrow 1} + \dot{Q}_{1 \rightarrow 2} + \dot{Q}_{1 \rightarrow 3} + \dot{Q}_{1 \rightarrow 4} + \dot{Q}_{1 \rightarrow 5}$$

incide tutte le superfici; essendo 1 concava ciò include sé stesso.

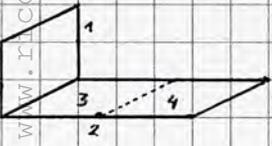
permette di calcolare $n^2 - n$ fattori di vista invece di n^2 , semplificando i calcoli.

Dividendo per \dot{Q}_1 ,

$$1 = \frac{\dot{Q}_{1 \rightarrow 1}}{\dot{Q}_1} + \frac{\dot{Q}_{1 \rightarrow 2}}{\dot{Q}_1} + \frac{\dot{Q}_{1 \rightarrow 3}}{\dot{Q}_1} + \frac{\dot{Q}_{1 \rightarrow 4}}{\dot{Q}_1} + \frac{\dot{Q}_{1 \rightarrow 5}}{\dot{Q}_1} = F_{1,1} + F_{1,2} + F_{1,3} + F_{1,4} + F_{1,5} = 1 \Rightarrow \sum_{j=1}^n F_{1,j} = 1$$

proprietà della cavità, vale per ogni cavità.

Esiste una terza importante proprietà dei fattori di vista, detta sommabilità dei fattori di vista, afferma che nel dividere una superficie in più superfici si può dire che:

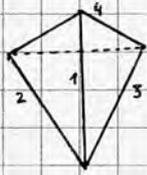


$$F_{1,2} = F_{1,3} + F_{1,4}$$

Poiché in termodinamica una superficie è tale se e solo se isoterma, detta proprietà di frequente applicazione (es. luci in contrasottillatura).

Tetraedro

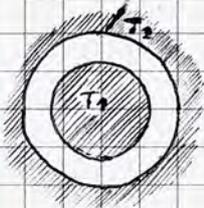
Essendo un poliedro regolare, è simmetrico e si ha dunque che:



$$F_{1,1} + F_{1,2} + F_{1,3} + F_{1,4} = 1 \Rightarrow F_{1,2} = F_{1,3} = F_{1,4} = 1/3$$

stessi rapporti geometrici
 0 perché piano

Cavità costituita da un'unica superficie con un solido convesso all'interno ($T_1 > T_2$)

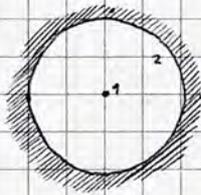


Vale la proprietà di reciprocità: $A_1 F_{1,2} = A_2 F_{2,1}$; da cui, sapendo che $F_{1,2} = 1$ poiché l'energia emessa dal solido convesso 1 non può che giungere a 2 si ricava il calcolo in generale non banale di $F_{2,1}$:

$$F_{2,1} = \frac{A_1}{A_2} \quad F_{1,2} = \frac{A_2}{A_1}$$

Se il solido 1 e la superficie 2 fossero entrambi grigi, $Q_{1 \leftrightarrow 2} = \frac{A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{A_1}{A_2} (\frac{1}{\epsilon_2} - 1)}$

Nel caso in cui il solido 1 abbia dimensioni molto ridotte, implicando $A_1 \ll A_2$ che dunque può essere considerata trascurabile, a prescindere dal materiale che compone la superficie che delimita la cavità, detta superficie si comporta come corpo nero: la probabilità che l'energia riflessa da 2 impatti il corpo 1 è prossima a 0, dunque $F_{2,1} = \frac{A_1}{A_2} \approx 0$.



Questa schematizzazione è particolarmente usata nel calcolo dell'energia scambiata tra una persona e l'ambiente che lo circonda (anche per semplici stanze: i materiali lapidei hanno emissività prossima a 0,90, dunque detta ipotesi è verosimile).

Osserviamo infatti che, se 1 e 2 sono corpi grigi:

$$Q_{1 \leftrightarrow 2} = A_1 \epsilon_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad \text{la superficie 2 si comporta da corpo nero!}$$

Ricordiamo che:

$$\alpha + \rho + \tau = 1$$

$$\Downarrow$$

$$\alpha + \rho_2 + \tau_2 = 1$$

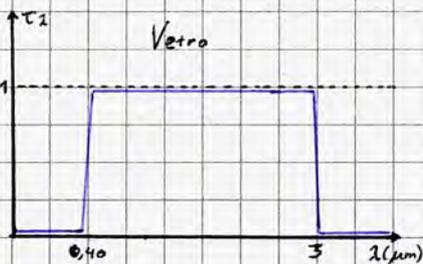
$$\underline{\rho_2 = f(\tau)}$$

In generale si ha dunque che l'energia termica scambiata tra due superfici è funzione di diverse variabili:

$$Q_{1 \leftrightarrow 2} = f(T_1, T_2, A_1, A_2, \epsilon_1, \epsilon_2, \alpha_1, \alpha_2, F_{1,2}, F_{2,1})$$

Effetto Serra

Fenomeno ben noto a causa della crisi climatica, è dovuto all'irraggiamento e alle proprietà dei materiali non opachi, di cui sono tabellati i valori di τ .



A causa dell'andamento disgregato a fianco di τ_2 per il vetro, schematizzando G_{sole} come pari a $E_n (5700 \text{ K})$ essa viene trasmessa quasi integralmente all'interno (in virtù delle lunghezze d'onda) impattando corpi opachi che assorbono una quota di energia riflettendone la parte restante.

Mentre l'energia riflessa, preservando la lunghezza d'onda, esce dalla struttura (schematizzata in figura), la componente assorbita aumenta l'energia interna e, di conseguenza, la temperatura del sistema; i corpi opachi, e formalmente grigi ma schematizzabili come neri dal punto di vista emissivo, emettono energia circa pari a $E_n (300 \text{ K})$, portando l'ambiente a una temperatura di 30°C . Infatti, applicando

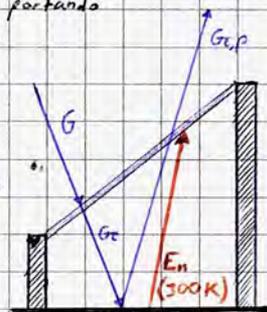
la legge di Wien ai due poteri emissivi, si ha che:

$$\lambda_{\text{max}} T = 2898 \mu\text{m K} \Rightarrow T = 5700 (\approx 6000) \text{ K} \Rightarrow \lambda_{\text{max}} (5700 \text{ K}) \approx \frac{3000}{6000} = 0,5 \mu\text{m}$$

visibile, tra giallo e verde

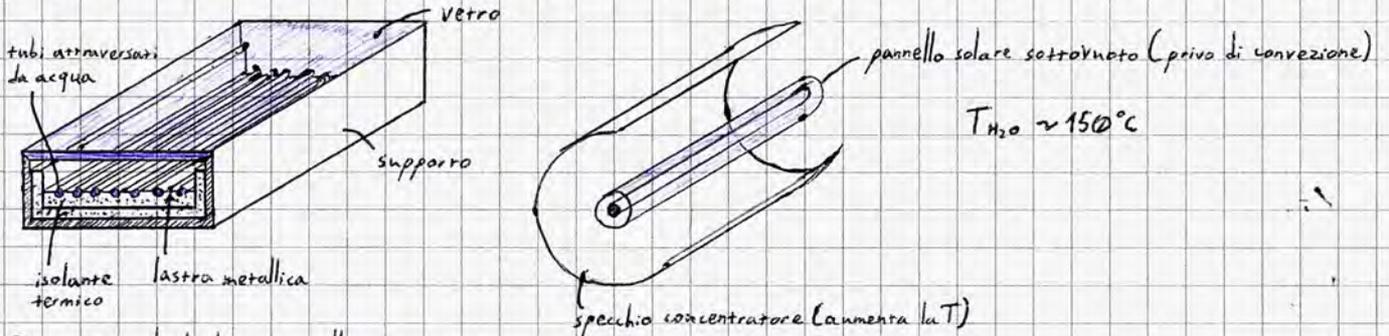
$$\lambda_{\text{max}} (300 \text{ K}) \approx \frac{3000}{300} = 10 \mu\text{m}$$

area in cui il vetro non è più trasparente alle radiazioni



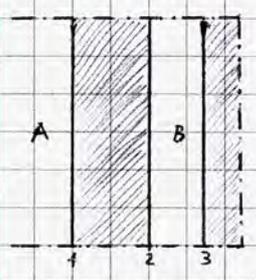
Si osserva dunque come per l'energia emessa dai corpi nella serra la radiazione venga riflessa o assorbita dal vetro, non essendo più trasparente a certe lunghezze d'onda; a causa degli altri meccanismi di scambio termico una serra reale raggiunge l'equilibrio a circa 30°C , altrimenti sarebbe teoricamente possibile raggiungere i 5700K .

Il fenomeno si verifica analogamente negli strati superiori dell'atmosfera, tra i gas serra e l'energia emessa dalla Terra; sul medesimo principio è inoltre fondato il funzionamento dei pannelli solari (termici, non fotovoltaici!), come schematizzato di seguito:



Pur verniciando la lastra metallica con vernici ad elevata ϵ , si raggiunge una $T_{H2O} \sim 90^\circ\text{C}$

Esercizio



- 1,2: CLS, $k_{1,2} = 1,21 \text{ W/mK}$
- Ambiente A: aria, $T_A = 50,0^\circ\text{C}$
- " B: " , $T_B = 5,0^\circ\text{C}$
- Sup. 1: perfettamente lucidata, $T_1 = 45^\circ\text{C}$; $h_{c,1-A} = 40,0 \text{ W/m}^2\text{K}$
- 2: grigia, $\epsilon_2 = 0,670$; $h_{c,2-B} = 20,0 \text{ W/m}^2\text{K}$
- 3: nera, $T_3 = 0^\circ\text{C}$

La condizione "perfettamente lucidata" implica che $\rho_1 = 1$ e $\alpha_1 = 0$.

Nell'ipotesi di regime permanente, si determini T_2 ed $s_{1,2}$.

Essendo $\rho_1 = 1$, $\alpha_1 = 0$, per la legge di Kirchhoff $\epsilon_2 = \alpha_2 \sqrt{2} \Rightarrow \epsilon_1 = 0$. Ne segue che la parete in CLS non scambia energia con l'ambiente per irraggiamento:

Non conoscendo $s_{1,2}$, occorre ragionare in termini di flusso termico (e non di potenza) per determinare T_2 :

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{\dot{Q}_{A,1}}{A} = \frac{\dot{Q}_{1,2}}{A} = \frac{\dot{Q}_{2,3}}{A} = 200,0 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \quad \text{Infatti, } \frac{\dot{Q}_{A,1}}{A} = \frac{\dot{Q}_{c,A,1}}{A} + \frac{\dot{Q}_{r,A,1}}{A} = h_{c,1-A}(T_A - T_1) + 0 = 40,0(50,0 - 45,0) = 200,0 \text{ W/m}^2$$

Tra le superfici 2 e 3 avviene uno scambio termico per convezione e irraggiamento, dunque:

$$\frac{\dot{Q}_{2,3}}{A} = \frac{\dot{Q}_{c,2-B}}{A} + \frac{\dot{Q}_{r,2-3}}{A} = h_{c,2-B}(T_2 - T_B) + \epsilon_2 \sigma (T_2^4 - T_3^4) = \frac{\dot{Q}}{A} \quad (\text{reg. perm.})$$

Essendo presente l'incognita alla prima e alla terza potenza, la soluzione viene cercata per tentativi, fornendo il singolo grado Kelvin come ordine di precisione.

Ne segue che, dividendo per $\epsilon_2 \sigma$:

$$T_2^4 + \frac{h_{c,2-B}}{\epsilon_2 \sigma} T_2 - \left(T_3^4 + \frac{h_{c,2-B}}{\epsilon_2 \sigma} T_B + \frac{200,0 \text{ W/m}^2}{\epsilon_2 \sigma} \right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{T_2^4}{0,670 \cdot 5,67 \cdot 10^{-9}} + 20,0 T_2 - \left(273^4 + \frac{20,0(278\text{K})}{0,670 \cdot 5,67 \cdot 10^{-9}} + \frac{200}{0,670 \cdot 5,67 \cdot 10^{-9}} \right) = 0 \Rightarrow$$

Si può verificare $0^\circ\text{C} < T_2 < 50^\circ\text{C}$, come verificato dai primi valori in tabella (la soluzione esiste), applichiamo il metodo di bisezione:

$$\Rightarrow T_2^4 + 5,26 \cdot 10^8 T_2 - (5,55 \cdot 10^9 + 1,46 \cdot 10^{11} + 5,26 \cdot 10^9) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_2^4 + (5,26 \cdot 10^8) T_2 - 1,57 \cdot 10^{11} = 0$$

$t_2 (^\circ\text{C})$	$T_2 (\text{K})$	$f(T_2)$
0	273	$-7,85 \cdot 10^9$
50	323	$2,38 \cdot 10^{10}$
25	298	$7,63 \cdot 10^9$
X 13	286	$-1,29 \cdot 10^{10}$
X 19	292	$-9,14 \cdot 10^9$
X 22	295	$5,74 \cdot 10^9$
X 201	294	$5,12 \cdot 10^9$
X 20	293	$4,49 \cdot 10^9$

ε_2 ($^{\circ}\text{C}$)	T_2 (K)	$f(T_2)$
13	286	$1,26 \cdot 10^9$
6	279	$-4,18 \cdot 10^9$
9	282	$-2,34 \cdot 10^9$
11	284	$-1,11 \cdot 10^9$
12	285	$-4,92 \cdot 10^8$

$$\Rightarrow T_2 = 285 \text{ K}$$

$$\text{Sapendo che } \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{k_{1,2} (t_1 - t_2)}{s_{1,2}} \Rightarrow s_{1,2} = \frac{k_{1,2} (t_1 - t_2)}{\frac{\dot{Q}}{A}} = \frac{1,21 (45 - 12)}{200} = 0,20 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

⚠ Il procedimento per tentativi si applica ogni volta che si ha una temperatura incognita in un meccanismo di scambio per irraggiamento ($\alpha + \rho + \varepsilon = 1$)

Si consideri una strada asfaltata sottoposta a irraggiamento solare, in un ambiente tale per cui l'aria e le superfici circostanti sono alla stessa temperatura ($30,0^{\circ}\text{C}$). Supponendo che la strada raggiunga una temperatura di $45,0^{\circ}\text{C}$ in condizioni di regime permanente, trascurando la potenza termica conduttiva tra la strada e il suolo sottostante si determini il flusso termico assumendo $h_{c,s} = 10,0 \text{ W/m}^2\text{K}$ dopo aver calcolato la potenza raggiante solare.

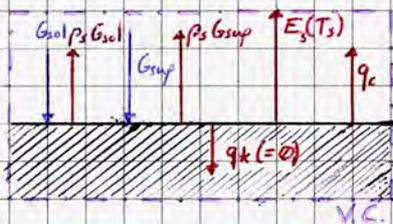


Strada: si comporta da corpo grigio, $\alpha_s = \varepsilon_s = 0,930$
 $t_s = 45,0^{\circ}\text{C}$ $h_{c,s} = 23,3 \text{ W/m}^2\text{K}$

$$q_k \approx 0; t_{\infty} = t_{\text{sup}} = 30,0^{\circ}\text{C}$$

- potere radiante solare (G_{sol})
- t'_s ($h_{c,s} = 10,0 \text{ W/m}^2\text{K}$)

Nel potere radiante solare si considera già inclusa la radiazione solare riflessa dalle superfici circostanti (albedo). Per effetto del bilancio di energia si individua un volume di controllo; essendo il problema monodimensionale l'unica superficie attraversata dal flusso è parallela alla superficie stradale che, comportandosi da corpo grigio, riflette parte dell'energia incidente.



$$G_{\text{sol}} + G_{\text{sup}} = E_s(T_s) + q_c + p_s G_{\text{sol}} + p_s G_{\text{sup}} + q_k; \quad \text{regime permanente}$$

$$(1 - p_s) G_{\text{sol}} + (1 - p_s) G_{\text{sup}} = q_c - E_s(T_s);$$

$$\alpha_s (G_{\text{sol}} + G_{\text{sup}}) = h_{c,s} (T_s - T_{\infty}) - E_s \sigma T_s^4;$$

$$\alpha_s (G_{\text{sol}} + \sigma T_{\text{sup}}^4) = h_{c,s} (T_s - T_{\infty}) - E_s \sigma T_s^4$$

è possibile modellare le superfici come corpa nera a $t_{\text{sup}} = 30,0^{\circ}\text{C}$, supponendo che le superfici abbiano dimensioni molto maggiori rispetto alla strada.

$$\alpha_s G_{\text{sol}} = h_{c,s} (t_s - t_{\infty}) + \alpha_s \sigma (T_s^4 - T_{\text{sup}}^4) \Rightarrow$$

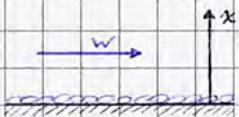
$$\Rightarrow G_{\text{sol}} = \frac{h_{c,s} (t_s - t_{\infty})}{\alpha_s} + \sigma (T_s^4 - T_{\text{sup}}^4) = \frac{23,3 (45,0 - 30,0)}{0,930} + 5,67 (3,18^4 - 3,03^4) = 478 \text{ W/m}^2$$

La seconda richiesta è lasciata come esercizio. A parità delle altre condizioni viene ridotta la quantità di calore scambiata per convezione, dunque ci si aspetta che $T_s > T_s$. Logicamente, è necessario un procedimento per tentativi.

Scambio Termico per Convezione

È lo scambio termico che si instaura tra un fluido ed un'interfaccia, è regolato dalla legge di Newton:

$$\dot{Q}_c = A h_c (t_s - t_{\infty}) \quad (\text{supponendo } t_s > t_{\infty})$$



$$\dot{Q}_c = -A k_f \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0}$$

conduttività del fluido
 gradiente di temperatura calcolato sulla superficie

conduzione al primo strato di fluido a contatto con la superficie, in condizioni di regime permanente è equivalente alla potenza termica convettiva.

Principale difficoltà è la determinazione di h_c , che richiede necessariamente verifica sperimentale per la particolare geometria del sistema e le varie condizioni dell'esperimento.

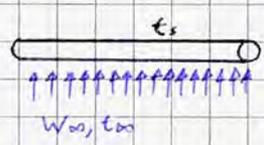
Uguagliando le due relazioni, si ha che $h_c = \frac{-k_f \frac{dT}{dx}|_{x=0}}{t_s - t_{\infty}}$, gradiente adimensionale di temperatura.

In generale, in questo meccanismo di scambio termico è coinvolta la fluidodinamica; gli h_c si possono calcolare se e soltanto se il fluido si muove di moto laminare, ma nella maggior parte delle applicazioni reali il moto è turbolento. Si procede dunque sperimentalmente con studi su geometrie semplici.

Convezione Forzata

Dalla legge di Newton, $h_c = \frac{Q_c}{A(t_s - t_{\infty})}$

occorre conoscere le misure di t_s, t_{∞}, W



Poiché un generico condotto esiste in più diametri/materiali/ingosità, la natura del fluido può variare così come molte altre condizioni sarebbe necessario compiere un numero di esperimenti legato in maniera combinatoria alle variabili per ogni geometria studiata.

Per determinare equazioni valide per le geometrie più diffuse nelle applicazioni civili e industriali si ricorre al Teorema π di Buckingham, che afferma che dato un processo fisico descritto da un'equazione nella quale compaiono n variabili fisiche, se le grandezze fondamentali (S.I.) coinvolte sono k allora il problema può essere espresso in funzione di $n-k$ gruppi adimensionali.

Invece di effettuare continui esperimenti, dunque si fissano degli intervalli in cui far cadere i numeri adimensionali: tutti gli esperimenti aventi numeri adimensionali compresi negli intervalli suddetti modellizzano efficacemente il fenomeno con le relazioni trovate.

In questo caso, $h_c = f(L, w, \mu, \rho, c_f, k_f)$ da cui per il teorema π si ricavano 3 numeri adimensionali:

$Re = \frac{\rho w L}{\mu}$ Reynolds.

$Pr = \frac{\mu c_f}{k}$ Prandtl.

$Nu = \frac{h_c L}{k}$ Nusselt.

Si ricorda che il numero di Nusselt differisce dal numero di Biot poiché si riferisce alla conducibilità termica del FLUIDO.

Tramite i tre gruppi adimensionali a fianco è possibile definire h_c per determinate geometrie; i tre gruppi si configurano solitamente nella relazione:

$Nu = a Re^b Pr^c \quad a, b, c \in \mathbb{R}$

Ad esempio, effettuando una serie di esperimenti tali da delineare un intervallo, ad esempio $Re \in [0, 100k]$; $Pr \in [1, 10]$, è possibile ricavare Nu - e dunque h_c - in ogni sistema avente condizioni compatibili con gli intervalli delineati: è possibile ad esempio variare la natura del fluido (e dunque μ, ρ, c_f, k) mantenendo però risultati attendibili per la legge ricavata.

Una variazione del Re implica una variazione delle modalità di movimento del fluido; per questo motivo negli esperimenti si scelgono fluidi, velocità e diametri di condotti tali da descrivere un ampio campo di Re per poi impiegare le leggi trovate in un qualunque caso non esplorato sperimentalmente ma avente condizioni compatibili con l'intervallo.

È possibile consultare tabelle (A16) per osservare la relazione di calcolo del Nu (dalla cui definizione si ricava h_c) per geometrie semplici ma con numerosi campi di applicazione in relazione al campo di validità in termini di Re e Pr . Occorre anche esplicitare dove calcolare le proprietà del fluido; spesso viene misurata la temperatura di film ("media aritmetica" tra T_s e T_{∞} , dove si registra la variazione di temperatura tra il fluido indisturbato e la superficie), ma alcuni esperimenti richiedono misurazioni differenti: una sfera lambita da un fluido necessita del calcolo di μ e k alla temperatura di film ma ρ a t_{∞} .

Convezione naturale

Essendo $T_s > T_{\infty}$, ogni dV si dilata (a pressione costante), diminuendo in densità; per il principio di Archimede nasce una forza (parallela all'accelerazione di gravità a meno che non ci siano superfici che alterano o bloccano il movimento, come una falda) verso l'alto (in basso se $T_s < T_{\infty}$) che nasce a causa delle forze di massa, il coefficiente di dilatazione cubica (più il dV si dilata più la forza è intensa), il ΔT e le proprietà termofisiche del fluido. Per descrivere il moto del fluido causato dallo scambio termico si utilizza un ulteriore numero adimensionale:

$Gr = \frac{g \beta (t_s - t_{\infty}) L^3}{\nu^2} = \frac{g \beta (t_s - t_{\infty}) L^3}{\nu^2}$ Grashoff.

$\beta = \frac{1}{\nu} \left(\frac{\partial \nu}{\partial T} \right) \Big|_p$ dilatazione termica

$\Rightarrow \rho, \mu$ calcolate alla stessa temperatura!

la pressione costante: quanto si dilata il volume in funzione della temperatura e a p cost.

Gli altri gruppi adimensionali utilizzati nella determinazione del problema sono Pr e Nu , con una relazione costitutiva più semplice:

$$Nu = a(Gr Pr)^b \quad a, b \in \mathbb{R}$$

Numero di Rayleigh

Come per la convezione forzata, è possibile consultare tabelle (A20) di valori per alcune geometrie semplici, con temperatura di riferimento pari alla temperatura di film.

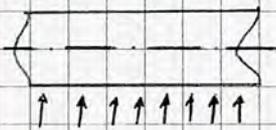
Per le proprietà termofisiche dei fluidi studiati (aria, vapore di H_2O saturo a 1 bar e acqua liquida) ci si riferisce ad ulteriori tabelle (A17-19) a diverse temperature, talvolta includendo parametri come $\rho\beta$ o $\rho^2\mu^2$.

Osservazioni: il meccanismo di convezione naturale non si instaura se $\beta = 0$ o se sono assenti forze di massa; infatti sulla I.S.S. l'aria è costantemente ventilata, altrimenti non si sarebbe riciclata, implicando che il respiro umano stagnerebbe portando gli astronauti a respirare CO_2 . Una soluzione alternativa alla ventilazione forzata è stata ipotizzata in numerosi prototipi mediatici di fantascienza attraverso stazioni spaziali rotanti: la gravità apparente realizzata attraverso la rotazione agisce anche sull'aria, garantendo il ricambio.

Per quanto riguarda la condizione $\beta = 0$, si tenga in considerazione il fatto che l'acqua a $4^\circ C$ assume valori di β prossimi allo 0: è uno dei pochi fluidi che in questo intervallo aumenta di volume se raffreddata, portando ad un solido meno denso del fluido: il ghiaccio galleggia sull'acqua, e grazie a questo fenomeno si preserva la vita acquatica (il ghiaccio agisce da isolante termico).

Esercizio

Si consideri un tubo cilindrico investito da una corrente di aria.



$D = 8,0 \text{ cm}$ $w_{\infty} = 2,0 \text{ m/s}$ a) h_c ?
 $t_s = 95^\circ C$ $t_m = 20^\circ C$ b) w'_{in} : $h'_c = 2h_c$?

Si osserva che la convezione è forzata, dunque il calcolo del numero di Nusselt si effettua tramite Re e Pr attraverso un'equazione in termini adimensionali del tipo $Nu = a Re^b Pr^c$. Dalla tabella A16 si ricavano le relazioni tenendo conto della geometria (cilindro investito ortogonalmente dal fluido) e dal campo di validità in base alla natura del fluido (nel nostro caso è un gas). Essendo il fluido un gas, la formula generale si semplifica in $Nu = a Re^b$, poiché Pr assume valori molto prossimi a 1; in questo caso il calcolo di ρ , μ , c_p si effettua a temperatura di film, ovvero a

$$t_f = \frac{t_s + t_m}{2} = \frac{95 + 20}{2} = 57,5^\circ C$$

$$Re = \frac{\rho w_{\infty} D}{\mu} = \frac{w_{\infty} D}{\nu}$$

$$Nu = \frac{h_c D}{k_f}$$

Le incognite dunque sono ν , k_f ; sono tabellate (A17) rispetto al fluido; poiché è necessario effettuare un'interpolazione si comprende la necessità di ridurre il più possibile il numero di incognite.

Entrambe calcolate a t_f è possibile considerare la viscosità cinematica

$$\nu(57,5) = \nu(50) + (\nu(75) - \nu(50)) \left(\frac{57,5 - 50}{75 - 50} \right)$$

rapporto costante nelle interpolazioni, utile da calcolare se si effettuano più interpolazioni: perché permette di velocizzare sensibilmente i calcoli.

t ($^\circ C$)	ν (m^2/s)	k_f (W/mK)
50	$0,180 \cdot 10^{-4}$	$0,0275$
57,5	$0,187 \cdot 10^{-4}$	$0,0279$
75	$0,204 \cdot 10^{-4}$	$0,0290$

$$\nu(57,5) = 0,180 \cdot 10^{-4} + ((0,204 - 0,180) \cdot 10^{-4}) \cdot 0,3 = 0,187 \cdot 10^{-4}$$

$$k_f(57,5) = 0,0275 + (0,0290 - 0,0275) \cdot 0,3 = 0,0279$$

$$Re = \frac{2,0 \cdot 8,0 \cdot 10^{-2}}{0,187 \cdot 10^{-4}} = 8,56 \cdot 10^3$$

da cui, considerando la tabella A16, si determina l'equazione con coefficienti esplicitati in base al campo di validità (in questo caso $4k < Re < 40k$); infatti si ha $Nu = 0,174 Re^{0,618}$.

$$Nu = 0,174 (8,56 \cdot 10^3)^{0,618} = 46,9 \approx 47$$

$$Nu \stackrel{def}{=} \frac{h_c D}{k_f} \Rightarrow h_c = \frac{Nu k_f}{D} = \frac{47 \cdot 0,0279}{8,0 \cdot 10^{-2}} = 16 \text{ W/m}^2 K$$

Per il calcolo di h'_c si possono utilizzare due differenti strategie: il metodo del bimezzamento di w_{∞} su una scala di estremi $2 \cdot 10^4$ da cui si calcola $Re' \rightarrow Nu' \rightarrow h'_c$ per verificare (metodo più veloce a mano oppure effettua 75

re valutazioni come di seguito:

Poiché $\frac{h_c'}{h_c} = 2$, sapendo che $D = \text{cost.}$, $kt = \text{cost.}$ (non cambia il ΔT), anche $\frac{Nu'}{Nu} = 2$. Per definizione, $Nu' = a' Re'^b$, con $a' \neq a$ e $b \neq b'$ in generale, poiché W_{∞} potrebbe far rientrare Re' in un differente campo di validità. Ne segue che in generale il rapporto esultato di seguito è $\neq 2$:

$\frac{a' Re'^b}{a Re^b}$ supponendo però di essere nello stesso intervallo della relazione precedente, ovvero imponendo $a' = a$, $b' = b$, si ottiene che $\frac{Nu'}{Nu} = 2 = \frac{Re'^b}{Re^b}$, da cui:

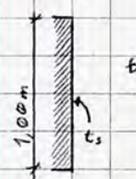
$$\left(\frac{W_{\infty}' D}{\nu'} \right)^b = \left(\frac{W_{\infty} D}{\nu} \right)^b \Rightarrow 2 = \left(\frac{W_{\infty}'}{W_{\infty}} \right)^{0,618} \Rightarrow W_{\infty}' = W_{\infty} \cdot 2^{1/0,618} = 2 \cdot 2^{1/0,618} = 6,14 = 6,1 \text{ m/s}$$

$\nu = \nu'$ poiché la temperatura di film non varia!

Posto che il risultato sia valido (calcolando Re'), si osserva che per raddoppiare h_c occorre almeno triplicare W_{∞} !

Verifica: $Re' = \frac{W_{\infty}' D}{\nu} = \frac{6,1 \cdot 8,0 \cdot 10^{-2}}{0,187 \cdot 10^{-4}} = 2,6 \cdot 10^4$ rientra nell'intervallo ipotizzato, dunque il risultato è accettabile. Altrimenti, il Re' così calcolato imponeva di determinare la relazione che include Re' nell'intervallo di validità per poi determinare la W_{∞} .

Si consideri una lastra piana riscaldante di altezza $H = 1,00 \text{ m}$ in un ambiente avente aria stagnante a temperatura $t_{\infty} = 20,0^{\circ}\text{C}$. Si calcoli la potenza termica scambiata tra l'elemento riscaldante e l'ambiente nelle seguenti condizioni:



$$\frac{\dot{Q}}{A} \Big|_{t_s=50,0^{\circ}\text{C}} \quad ; \quad \frac{\dot{Q}}{A} \Big|_{t_s=80,0^{\circ}\text{C}}$$

$$Nu = a (Gr Pr)^b$$

$$Gr \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\beta g (t_s - t_{\infty}) H^3 \rho^2}{\mu^2} \quad ; \quad Pr \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\mu Cp}{kf}$$

$$\frac{\dot{Q}}{A} = h_c (t_s - t_{\infty})$$

essendo l'ambiente composto da aria stagnante, il problema evidentemente tratta di convezione naturale, in cui la velocità del fluido dipende esattamente dallo scambio termico, che può essere valutato grazie a Gr , numero adimensionale che esplicita il confronto tra le forze archimedee (dipendenti dalla dilatazione del volume infinitesimo e dunque dal coefficiente di dilatazione cubica $\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{dV}{dT} \right)_{p, \text{cost.}}$; dalla forza di massa e quindi da g , dallo scambio termico $|\Delta T|$, dalla dimensione caratteristica al cubo e dalla densità al quadrato) e le forze viscose (μ^2).

Complessivamente, il meccanismo di scambio termico è regolato dalla equazione di Newton, che scriveremo in termini di flusso: $Nu = a (Gr Pr)^b$

⚠ Se il fluido non si dilataste o non fosse immerso in un campo di forze di massa, il meccanismo di convezione naturale non si attiverebbe!

Per determinare la relazione specifica che regola questo fenomeno si utilizza la tabella A20, che indica tra le geometrie piastre e cilindri verticali di altezza H , con due equazioni discriminare da $Gr Pr \geq 10^9$. In queste relazioni tutte le proprietà del fluido vanno calcolate a temperatura di film, dunque per ridurre il numero di incognite da interpolare è possibile scrivere Gr in termini di viscosità cinematica.

$$Gr = \frac{\beta g (t_s - t_{\infty}) H^3}{\nu^2} \quad t_f = \frac{50,0 + 20,0}{2} = 35,0^{\circ}\text{C}$$

Occorre calcolare ν e kt ; per il calcolo di Gr però è già tabellato il gruppo $\frac{g\beta\rho^2}{\mu}$. Inoltre, si osserva che Pr tra 0 e 100°C assume valore costante pari a $0,72$.

t ($^{\circ}\text{C}$)	$\frac{g\beta\rho^2}{\mu^2} \left(\frac{1}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right)$	Pr	$kt \left(\frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} \right)$
25	$1,42 \cdot 10^8$	0,72	0,0259
35	$1,25 \cdot 10^8$	0,72	0,0265
50	$9,93 \cdot 10^7$	0,72	0,0275

$$kt(35^{\circ}\text{C}) = 0,0259 + (0,0275 - 0,0259) \left(\frac{35 - 25}{50 - 25} \right) = 0,0265$$

$$\frac{g\beta\rho^2}{\mu^2}(35^{\circ}\text{C}) = 9 \cdot 14,2 \cdot 10^7 + (9,93 - 14,2) \cdot 10^7 \cdot 0,4 = 1,25 \cdot 10^8$$

Ne segue che $Gr = 1,25 \cdot 10^8 / 50,0 - 20,0 \cdot 1,00^3 = 3,75 \cdot 10^9$

$$Gr Pr \Big|_{35,0^{\circ}\text{C}} = 3,75 \cdot 10^9 \cdot 0,72 = 2,70 \cdot 10^9 \Rightarrow a = 0,13; b = 0,33 \Rightarrow Nu = 0,13 (2,70 \cdot 10^9)^{0,33} = 168$$

$$E \text{ dunque } h_c = \frac{Nu kt}{H} = \frac{168 \cdot 0,0265}{1,00} = 4,45 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}, \text{ quindi } \frac{\dot{Q}}{A} \Big|_{t_s=50,0^{\circ}\text{C}} = 4,45 (50,0 - 20,0) = 133,5 = 133 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Essendo $t_f' = 50^\circ\text{C}$, per la seconda richiesta non è necessario interpolare, e i dati sono già presenti nella tabella a pagina precedente.

$$Gr' = 9,93 \cdot 10^7 | 80,0 - 20,0 | \cdot 1,00^3 = 5,96 \cdot 10^9$$

$$Gr' Pr' = 5,96 \cdot 10^9 \cdot 0,72 = 4,29 \cdot 10^9$$

$$Nu = 0,13 (4,29 \cdot 10^9)^{0,33} = 196$$

$$\text{Da cui } h_c = \frac{196 \cdot 0,0275}{1,00} = 5,39 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

$$\text{E quindi } \frac{\dot{Q}}{A} = 5,39 (80,0 - 20,0) = 323 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Si osserva che pur raddoppiando la ΔT la h_c non varia altrettanto sensibilmente; nelle applicazioni ciò implica che la superficie piana riscaldata, ad esempio un radiatore, presenta valori di h_c prossimi malgrado le differenti temperature del fluido che la percorre; per limitare le dispersioni e avere un maggior risparmio energetico dunque è preferibile abbassare la temperatura di caldaja, ma in questo caso si riduce lo scambio termico a circa un terzo, richiedendo dunque una superficie 3 volte più ampia per garantire lo scambio richiesto.

In alternativa, si può ricorrere ad un ventilconvettore: grazie al ventilatore si instaura un regime di convezione forzata che porta $h_c \geq 10$.

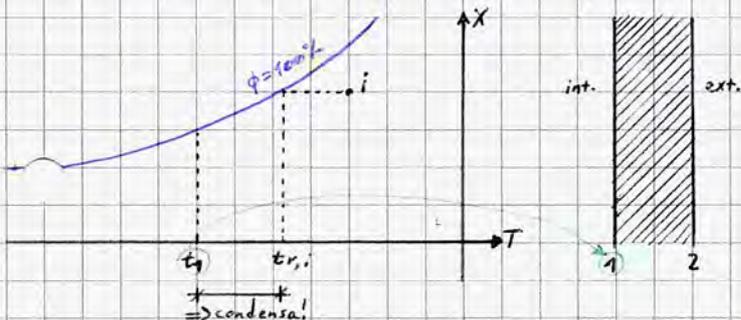
In ambito di risparmio energetico, sono sempre più utilizzate le caldaie a condensazione: un qualunque combustibile viene classificato in base

al suo potere calorifico superiore (misura anche il calore posseduto dai fumi di combustione attraverso il loro raffreddamento) e al potere calorifico inferiore (al netto dei fumi, ad esempio misurato da uno scambio termico con un recipiente di H_2O); una caldaia di questo tipo porta a condensazione il vapore d'acqua ottenuto dalla combustione degli idrocarburi incamerandone il calore latente di vaporizzazione, la cui entità è stata valutata a inizio corso, in maniera tale da avere un alto recupero energetico ed attestare l'energia effettivamente scambiata a livelli prossimi al potere calorifico superiore.

Umidità nelle murature

L'umidità nelle murature può essere per infiltrazione (impermeabilizzazione / impianti di adduzione e scarico delle acque), da risalita, da condensa, da acqua di costruzione (per edifici antichi in muratura, come il Castel Nuovo). Tra essi, il più diffuso negli edifici per civile abitazione è l'umidità da condensa, particolarmente frequente negli edifici degli anni '60 e '70 per problemi costruttivi nelle murature.

L'umidità da condensa si divide in superficiale e interstiziale: il vapore di H_2O può condensare sia sulla superficie che all'interno di una parete. Tutte le murature infatti sono permeabili al vapore; per questo motivo in inverno il fenomeno è acuito, in quanto la temperatura interna viene mantenuta a circa 20°C per garantire le attività umane, che determinano a loro volta produzione di vapore, la ΔT con l'esterno e l'umidità maggiore nell'ambiente interno determinano un flusso di vapore tra interno e esterno, causato da una differente concentrazione dello stesso ai due limiti della parete. La ΔT logicamente determina anche un flusso termico, dunque se in un dato punto la temperatura implica una p_{vs} minore della pressione parziale del vapore si verifica la condensa.



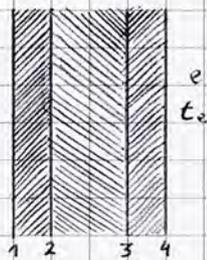
All'interno si ha temperatura e titolo più alti, mentre all'esterno (in inverno) si riscontrano temperatura e umidità assoluta minore. Ciò determina un flusso di vapore.

Nei punti della muratura in cui si verifica un flusso di calore maggiore della media si instaura un ponte termico, a causa del quale può verificarsi che la temperatura di rugiada interna sia maggiore della temperatura che investe l'interfaccia 1, che determina una condensa superficiale (i vetri si appannano o l'intonaco assorbe il vapore). Se il fenomeno è persistente, l'intonaco si bagna e resta

talmente, diventando terreno di coltura per la germinazione di spore di muffe ed altri funghi. In altre parole, si verifica condensa se

$$p_{vs}(T_1) < p_v(T_1) \quad \text{con } p_{\text{aria umida}} = p_a + p_v$$

La condensa interstiziale è il problema principale con cui ci si interfaccia nel caso di verifiche termoigrometriche della muratura.



Consideriamo una generica parete a più strati, ad esempio costituita da uno strato di muratura tra due strati di intonaco. Sapendo che in condizioni di regime permanente l'andamento della temperatura negli strati della muratura è lineare, è sufficiente calcolare solo le temperature delle diverse interfacce.

Nel problema sono generalmente considerate note le variabili $t_i, \phi_i, t_e, \phi_e, h_i, h_e$ (conduttanze totali, composte da termine convettivo e radiativo: $h = h_c + h_r$), oltre logicamente alla composizione della parete, il che implica di conoscere $S_{1,2}; k_{1,2}; S_{2,3}; k_{2,3}; S_{3,4}; k_{3,4}$ (spessore e materiale del singolo strato).

Grazie a queste informazioni è possibile calcolare e schematizzare l'andamento della temperatura nella muratura.

Ricordiamo che il flusso termico per unità di superficie è pari a $\Delta T / R_{eq}$, con $R_{eq} = R_1 + R_{1,2} + R_{2,3} + R_{3,4} + R_e$

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{t_i - t_e}{R_{eq}}$$

$$R_{eq} = \frac{1}{h_i} + \frac{s_{1,2}}{k_{1,2}} + \frac{s_{2,3}}{k_{2,3}} + \frac{s_{3,4}}{k_{3,4}} + \frac{1}{h_e}$$

il flusso termico è anch'esso noto; essendo in condizioni di regime permanente inoltre valgono allo stesso modo le equazioni di singolo strato, ovvero:

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{\dot{Q}_{1,1}}{A} = \frac{\dot{Q}_{1,2}}{A} = \dots = \frac{\dot{Q}_{4,e}}{A}$$

$hk = \frac{k}{s}$

$Ah\Delta T$

$$\frac{\dot{Q}_{i,j}}{A} = \frac{\dot{Q}}{A} \Rightarrow \left(\frac{\dot{Q}_{i,j}}{A} = h_i(t_i - t_{i-1}) \right) \Rightarrow t_i = t_{i-1} - \frac{\dot{Q}}{A} \left(\frac{1}{h_i} \right)$$

da cui,

$$\frac{\dot{Q}_{1,2}}{A} = \frac{t_1 - t_2}{\frac{s_{1,2}}{k_{1,2}}} = \frac{\dot{Q}}{A} \Rightarrow t_2 = t_1 - \frac{\dot{Q}}{A} \left(\frac{s_{1,2}}{k_{1,2}} \right)$$

...

Alternativamente, la determinazione delle temperature all'interno della muratura può avvenire secondo il seguente metodo, che tiene conto del bilancio di energia e della resistenza equivalente:

$$\frac{\dot{Q}_{i,1}}{A} = h_i(t_i - t_{i-1})$$

$$\frac{\dot{Q}_{i,3}}{A} = \frac{t_i - t_3}{\frac{1}{h_i} + \frac{s_{1,2}}{k_{1,2}} + \frac{s_{2,3}}{k_{2,3}}}$$

$$\frac{\dot{Q}_{i,2}}{A} = \frac{(t_i - t_2)}{\frac{1}{h_i} + \frac{s_{1,2}}{k_{1,2}}}$$

Se invece non si vuole tener conto del flusso termico, in pareti ad n strati valgono le seguenti relazioni:

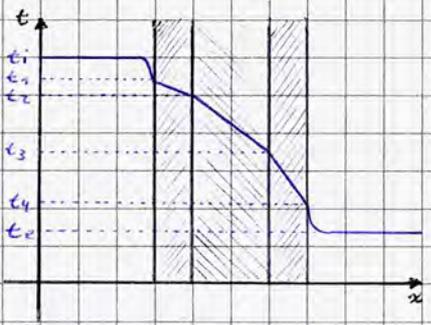
$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{\Delta T}{R_{eq}} = \frac{Q_{i,j}}{A} = \frac{\Delta T_j}{R_{eq,j}}$$

con j = strato di interesse

Da ciò si segue che $t_j = t_i - (t_i - t_e) \frac{R_{eq,j}}{R_{eq}}$

ad esempio, $t_3 = t_i - (t_i - t_e) \frac{\frac{1}{h_i} + \frac{s_{1,2}}{k_{1,2}} + \frac{s_{2,3}}{k_{2,3}}}{\frac{1}{h_i} + \frac{s_{1,2}}{k_{1,2}} + \frac{s_{2,3}}{k_{2,3}} + \frac{s_{3,4}}{k_{3,4}} + \frac{1}{h_e}}$

Una volta note le temperature alle varie interfacce è possibile tracciarne l'andamento nella muratura.



Confrontando la tensione di vapore $p_{vs}(t_i)$ con la pressione parziale di vapore nel medesimo strato si verifica se c'è condensa. Con i dati a disposizione si è in grado di calcolare la pressione di saturazione di vapore in ogni punto della muratura.

Per analizzare l'eventuale formazione di condensa occorre calcolare il flusso di vapore attraverso la parete, avente calcolo formalmente analogo a quello di un flusso termico:

$$\Psi = A \frac{\Delta p_v}{R_{eq,v}} \quad [=] \frac{kg}{s}$$

↳ differenza di pressione parziale, forza spingente (di massa, non energia)

↳ resistenza al vapore

↳ unità di misura di una portata $\Rightarrow \frac{\Psi}{A} = \frac{\Delta p_v}{R_{eq,v}} [=] \frac{kg}{m^2 s}$

in condizioni di regime permanente valgono bilanci del tutto analoghi a quelli scritti in questa pagina, in alto.

Esistono norme che riportano, oltre a densità e conducibilità, la permeabilità al vapore S del materiale. In un problema analogo a quello specificato alla pagina precedente dunque sono noti anche $S_{1,2}; S_{2,3}; S_{3,4}$ (sono dati tabellati per ogni materiale, come per le conducibilità).

ad esempio, $R_{1,2,v} = \frac{s_{1,2}}{S_{1,2}} \left[\frac{m^2 s Pa}{kg} \right] \Rightarrow S_{1,2} [=] \frac{kg}{s m Pa}$

↳ grandezza vnggiante

↳ unità di forza spingente

$$\left(R_{eq,v} = \frac{\Delta p_v}{\Psi/A} [=] \frac{Pa}{kg/m^2 s} = \frac{m^2 s Pa}{kg} \right)$$

⚠ L'aria è ritenuta perfettamente permeabile al vapore; in tutta la massa d'aria la pressione parziale è costante (diversamente dallo scambio termico).

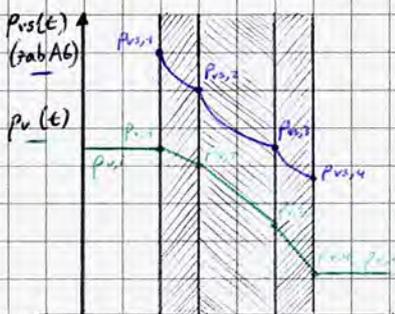
$$\frac{\Psi}{A} = \frac{\Delta p_v}{R_{eq,v}} = \frac{p_i - p_e}{\frac{S_{1,2}}{S_{1,2}} + \frac{S_{2,3}}{S_{2,3}} + \frac{S_{3,4}}{S_{3,4}}}$$

come per la temperatura, si può conoscere la pressione parziale di vapore per ogni strato della muratura:

$$p_{v,i} = p_{v,i} - (p_{v,i} - p_{v,e}) \frac{R_{eq,v,j}}{R_{eq,v,tot}}$$

ad esempio, se $j=2$, $p_{v,2} = p_{v,i} - (p_{v,i} - p_{v,e}) \frac{S_{1,2}/S_{1,2}}{\frac{S_{1,2}}{S_{1,2}} + \frac{S_{2,3}}{S_{2,3}} + \frac{S_{3,4}}{S_{3,4}}}$

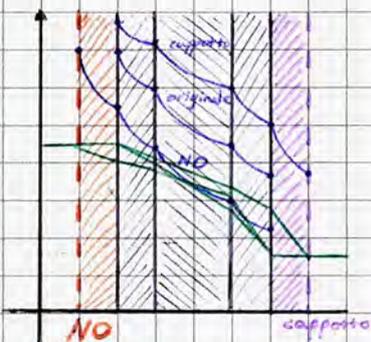
Ora è possibile effettuare una completa verifica termoigrometrica del nostro sistema muratura, effettuata tramite il diagramma di Glazer in cui si riportano gli strati e le pressioni parziali/di saturazione:



La p_{vs} è una funzione con andamento esponenziale rispetto alla temperatura, dunque per ricordare i punti calcolati sulle interfacce occorrono leggi esponenziali (come la curva T_e nel diagramma pressione-temperatura); viceversa in condizioni di regime permanente la pressione parziale di vapore cade linearmente.

Nel caso di diagramma a fianco, la parete è termoigrometricamente ben dimensionata, in quanto in ogni punto si ha che $p_v < p_{vs}$ e dunque non si ha condensa.

Se invece si dovesse verificare che in una determinata sezione $p_v \geq p_{vs}$, si avrà condensa in quella sezione (poiché, in via del tutto analogo, si ha che $t < t_r$); la condensa interstiziale è un fenomeno particolarmente problematico perché si autoalimenta: incide sull'isolamento termico aumentando la conducibilità del materiale abbassando la tensione di vapore saturo (p_{vs}) e portando alla condensa di una mole maggiore di vapore, portando ad un progressivo peggioramento delle condizioni della muratura.



Per rimediare alla problematica dell'umidità per condensa interstiziale in edifici già realizzati si è soliti apporre un cappotto termico, uno strato isolante aggiuntivo ESTERNO (se fosse interno provocherebbe un effetto inverso catastrofico: essendo solitamente un isolante con proprietà migliori dei componenti della muratura, dunque al suo interno si verifica il salto termico principale: inserire detto strato all'interno contribuirebbe sensibilmente all'acuirsi del fenomeno!) che inserisce a sua volta una nuova S , richiedendo un'ulteriore verifica. Solitamente si cercano materiali eventi alta permeabilità al vapore ed elevata resistenza termica.

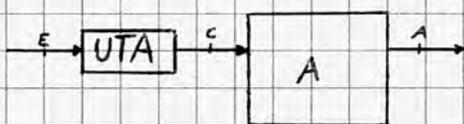
La principale caduta di temperatura avviene in questo strato, alzando le temperature degli strati più interni della parete e, di conseguenza, la curva delle p_{vs} ; inoltre si riducono gli scambi termici con l'esterno.

non si registrano valori più elevati di umidità relativa.

Un altro intervento solitamente attuato è quello dell'interposizione di una barriera al vapore, ovvero uno strato sottile di polietilene/PVC/alluminio e altri materiali a bassa permeabilità al vapore che fa cadere la curva della pressione parziale di vapore evitando la condensa (essendo strati molto sottili non influenzano sensibilmente l'andamento della temperatura nella muratura). In seguito all'applicazione, all'interno si registrano valori più elevati di umidità relativa.

Condizionamento degli Ambienti

Consideriamo un ambiente A che si vuole mantenere in determinate condizioni termoigrometriche (note ai sensi della risoluzione del problema); per il condizionamento e ricircolo dell'aria si utilizza un'unità di trattamento aria (UTA) che preleva l'aria esterna, la trasforma e la trasporta nell'ambiente interno.



Le condizioni termoigrometriche da dover mantenere nell'ambiente A dipendono dalla sua destinazione d'uso: ad esempio, in un ambiente destinato a civile abitazione si persegue il comfort termoigrometrico, mentre in un ambiente industriale è necessario rispettare le condizioni ideali per l'attuazione dello specifico processo industriale. Si definisce comfort uno stato psicofisico in cui una persona non ha motivo di lamentarsi (dell'ambiente, nel caso di comfort termoigrometrico).

I primi studi sul comfort ambientale iniziano nel 1970, con studi condotti in base ad analisi sperimentali in maniera tale da permettere di valutare a priori le condizioni che permettano di raggiungere il comfort termico e progettare di conseguenza.

Nelle analisi sperimentali l'uomo è stato schematizzato come una macchina termica operante con ciclo diretto (considerando l'energia in ingresso come prodotto dell'attività metabolica e le attività umane come lavoro meccanico prodotto), di cui è possibile effettuare un bilancio di energia: il metabolismo è uguale alla somma tra il lavoro meccanico prodotto e l'energia scambiata con l'ambiente sotto forma di calore (distinta in più termini: poiché ogni voce incide diversamente sul comfort termico).

$$M = L + C + R + K + C_{res} + E_{res} + E + S \implies S = M - (L + C + R + C_{res} + E_{res} + E)$$

M: metabolismo
 L: conduzione (escrpe)
 C: convezione
 R: irraggiamento
 K: convezione dovuta alla respirazione
 C_{res}: energia trasmessa sotto forma di calore nella respirazione
 E_{res}: energia trasmessa superficialmente dalla pelle (pore, sudore o vaporizzazione se a riposo)
 E: energia accumulata
 S: bilancio netto

Normalmente, il termine conduttivo è trascurabile rispetto agli altri, salvo se in condizioni particolari come quelle di un corpo a contatto con ghiaccio o corpi molto freddi.

Per sopravvivere in ambienti inhospitali a lungo (e, in ogni caso, per garantire la sopravvivenza umana) bisogna avere accumulato di energia nulla; una persona viva non è a rischio vita se si rispetta questa condizione, altrimenti si rischia di uscire dai limiti di temperatura interna corporea (32°C → 41-42°C, entro i quali non si decompongono proteine fondamentali per la vita).

Sapendo che le condizioni ambientali esterne sono variabili, si deduce che l'organismo è in grado di adattarsi; difatti il corpo umano è dotato di un sistema di termoregolazione tale da mantenere accumulato nulla e conservando la temperatura interna facendo variare altre grandezze. Si hanno due differenti meccanismi di termoregolazione:

- Vasomotorii:** le valvole capillari variano la portata di sangue, modificando la temperatura superficiale corporea e, di conseguenza, lo scambio termico: in un ambiente freddo si riduce la portata, diminuendo la temperatura superficiale ma riducendo anche lo scambio termico con l'esterno; in un ambiente caldo avviene l'inverso.
- Compartamentali:** Varin il comportamento di ghiandole e tessuti; un esempio eclatante è la sudorazione, meccanismo che stimola l'evaporazione dell'acqua per sottrarre calore al corpo sotto forma di calore latente di vaporizzazione, intervenendo fortemente su E ed R nel bilancio.
In ambienti freddi solitamente il meccanismo vasomotorio non è sufficiente a garantire comfort, dunque si attiva il brivido, costituito da una contrazione incoerente della muscolatura che produce un aumento della energia interna e dunque di temperatura, producendo calore. Il fenomeno ha però efficacia limitata.

Per essere in condizioni di comfort termometrico devono verificarsi contemporaneamente le seguenti condizioni:

$$\begin{cases} S=0 \\ \text{il sistema di termoregolazione funziona al minimo} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{la persona è viva} \\ \text{il s. di termoregolazione è sempre attivo!} \end{array}$$

Negli ambienti severi (banchisa artica, lavori stradali in estate), a differenza degli ambienti moderati, non è possibile raggiungere condizioni di comfort termico; si punta dunque esclusivamente a garantire un accumulato nulla, per evitare di trovarsi in pericolo di morte.

Logicamente, gli individui non sono uguali tra loro, e rispondono diversamente alle medesime condizioni ambientali. Per questo motivo gli esperimenti sono stati effettuati su un vasto campione statistico in una camera climatica (che permette di scegliere le condizioni termometriche dell'ambiente) con gli stessi vestiti (stesso isolamento termico); lasciando i soggetti seduti e facendo variare le condizioni ambientali si chiedeva di compilare un questionario valutativo (con una scala di sensibilità termica a 7 valori, da molto freddo = -3 a molto caldo = +3) ogni 30 minuti.

Come è noto, $C = Ah_c(t_{sk} - t_a)$

→ temperatura superficiale della pelle
 → A_{0n}: area del corpo umano calcolata dal francese Dubois scrivendo corpi morti: $A_{0n} = \alpha m^b H^f$ (corpo nudo)
 A_{cl} = f_{cl} A_{0n} (corpo vestito)
 → fattore di area dell'abbigliamento, dipende dallo isolamento degli abiti (R_{eq} = somma R abiti)

La temperatura superficiale della pelle è di difficile misura perché è rugosa; la misura dipende dalla forza applicata ed è variabile per ogni punto; per una stima più precisa si utilizzano 14 punti di misura in diverse condizioni di lavoro.

Inoltre, in ambienti sia moderati che severi, si ha che:

$$S = S(t_{a0}, w_{a0}, UR_{a0}, t_{ra}, M, I_{cl}, t_{sk}, E)$$

var. ambientali: t_{a0}, w_{a0}, UR_{a0}
 var. soggettive: M, I_{cl}
 var. fisiologiche: t_{sk}
 → t_{ra}: temperatura media radiante
 → I_{cl}: isolamento termico dell'abbigliamento

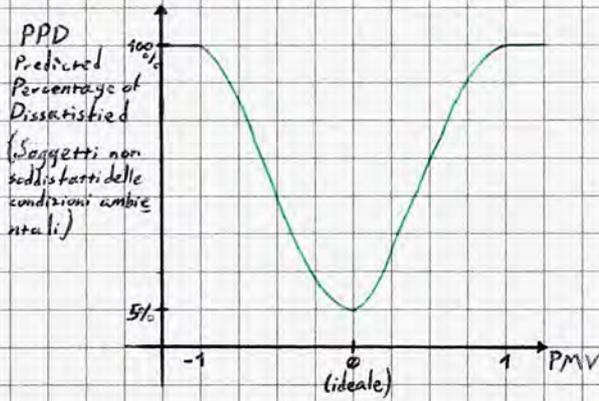
La temperatura media radiante (utilizzata nel calcolo di R) è la temperatura di un ambiente fittizio isoterma in cui il corpo scambierebbe per irraggiamento la stessa quantità di calore scambiata con le superfici isoterme dell'ambiente reale.

Durante l'esperimento, ci si è resi conto che in ambienti moderati (ovvero in condizioni termogrimaltriche non estreme) le variabili fisiologiche sono esclusivamente funzione del metabolismo.

In ambienti moderati, dunque:

$$S = S(t_{\infty}, w_{\infty}, UR_{\infty}, t_{ra}, M, I_{cl}) = 0$$

Da ciò si riesce a legare la sensazione espressa al variare delle grandezze, che costituiscono una grandezza detta **carico termico**, rispondente al loro medio per ogni ambiente, da cui si riesce a elaborare una grandezza di progetto detta **voto medio previsto (PMV)**, funzione delle stesse variabili della espressione di S in ambienti moderati.



$PPD = f(PMV)$ il PMV costituisce un indice di valutazione termica, in ambienti moderati non dipende dalle variabili fisiologiche.

Dal grafico a fianco si osserva come anche in condizioni ideali esiste una percentuale di insoddisfatti; in generale tale percentuale varia a

seconda delle condizioni ambientali, in particolare del PMV.

Oltre alle condizioni generali di comfort, esistono cause di **discomfort localizzato**, ad esempio a causa di un gradiente di temperatura verticale troppo elevato (l'organismo umano si trova in condizioni di comfort se si trova con maggior calore ai piedi e meno al volto, contrariamente al principio fisico; nei progetti dunque si tende a ridurre la variazione della temperatura; si determina una curva di gradimento simile a quella del PPD al variare del Δ), correnti d'aria localizzate (spifferi, più fastidiosi se a temperature inferiori rispetto a quella ambientale, meno fastidiosi se pressoché costanti nel tempo: il comfort dipende dalla temperatura dello spiffero, la velocità dello spiffero, l'intensità di turbolenza ovvero la variabilità dello spiffero), temperatura del pavimento (piacevole se a $24^{\circ}C$), simmetria radiante (condizione per cui si si trova ad assorbire un elevato carico radiante per poi vederlo altrettanto rapidamente ad un'altra superficie, come quando si è seduti tra un camino ed una finestra d'inverno).

La temperatura media radiante dipende da come è stato realizzato l'edificio: si può incidere solo parzialmente con l'impianto di condizionamento; inoltre si osserva che poiché il PMV è funzione di 6 variabili esistono infinite sestuple tali da determinare un PMV nullo. Nel caso di ambienti non moderati non è possibile adottare il PMV come indicatore, si utilizzano degli indici che permettano di determinare se ci si trova in condizioni di stress termico (accumulo $\neq 0$), utilizzati ad esempio in altiforno o sul ghiaccio (o, solitamente, nei luoghi di lavoro: attraverso dati calcoli si determinano le ore di lavoro e i tempi di recupero eventualmente necessari). Negli ambienti né moderati né severi, in cui $|PMV| > 1$ ma l'ambiente non è severo, non esistono indicatori specifici per descrivere numericamente le condizioni e progettare l'ambiente, dunque si verifica, per sicurezza se ci si potrebbe trovare in condizioni di stress termico.

Con un impianto di climatizzazione si riescono a fissare t_{ra} , w_{ra} , UR . Oltre a ciò, l'impianto incide sulla qualità dell'aria interna.

Qualità dell'aria interna

Fino a 20 anni fa si riteneva che negli ambienti civili gli inquinanti presenti fossero dovuti all'ambiente esterno (a causa della ventilazione naturale degli ambienti tra interna ed esterna); con la crisi del petrolio degli anni '70 si studia il risparmio energetico, e di conseguenza gli studi sull'isolamento termico delle pareti, tra cui gli infissi a taglio termico/a tenuta stagna che hanno portato a minor rumore e minor scambio termico a discapito della qualità dell'aria interna: in realtà esistono sostanze inquinanti prodotte all'interno delle abitazioni.

Dall'introduzione di simili pacchetti tecnologici datati si sviluppano varie sindromi dovute all'abbassamento della qualità dell'aria (senza una causa precisamente riscontrabile; si avverte un malessere che scompare se ci si allontana dall'ambiente inquinato, come nel caso della sick building syndrome).

Inquinanti esterni: sono principalmente i prodotti di combustione, naturale o antropica

Idrocarburi

CO/CO₂

SO₂/SO₃

N₂O/NO/NO₃

VOC

O₃

R_n

particolato atmosferico (liquido + solido)

principale attore nella pioggia acida

composti organici volatili (C₁₀)

prodotto del decadimento dell'uranio, il suo decadimento produce particelle di (nuclei di elio), cui la pelle resista; se inalato però il R_n produce particelle di nei polmoni, modificando il DNA e provocando tumori.

Ossidante, si forma con forti radiazioni solari dove l'aria è stagnante e in presenza di idrocarburi. Viene anche utilizzato per sanificare gli ambienti.

Inquinanti interni e loro fonti

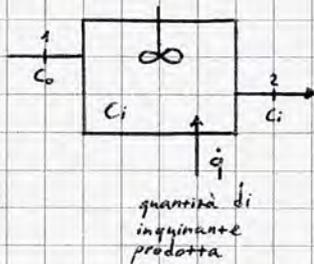
- Occupanti (anche animali): respirazione/perspirazione $\Rightarrow H_2O + CO_2$, bioeffluenti (sostanze organiche che determinano cattivi odori negli ambienti particolarmente affollati)
- Arredi: finiture, rivestimenti ed altri trattamenti superficiali sono composti da polimeri e solventi organici $\Rightarrow VOC$
- Moquette: fibre, distaccandosi aumentano il particolato atmosferico
- Materiali da costruzione: in particolare tute e spugne in poliuretano producono o isolano il Rn , la formica i VOC
- Attività culinarie: H_2O (vapore), CO_2 , VOC (odori della cucina)
- Stampanti e fotocopiatrici: presentano una zona ad alta energia in cui sono contemporaneamente presenti raggi UV, laser ed luci molto intense che portano N_2 ed O_2 a reagire tra loro sintetizzando $N_2O + NO + NO_2 + O_3$, determinando rischi per la salute in ambienti poco ventilati.
- Prodotti per la pulizia: candeggina, viakal, acidi etc.

Per rimuovere gli inquinanti è possibile applicare tre diverse strategie che non si escludono tra loro:

- Rimozione delle fonti (esempio: rimuovere la moquette)
- Rimozione alla fonte (esempio: cappa sui fornelli della cucina)
- Diluizione (esempio: ventilazione, che incide sulla portata di rinnovo - fissata per legge, deve essere garantita tramite il prelievo di aria esterna).

Attraverso la ventilazione, l'impianto di condizionamento controlla anche la portata di rinnovo. Facendo riferimento ad un ambiente perfettamente miscelato in condizioni di regime permanente e con una portata di un inquinante di riferimento in ingresso, si effettua un bilancio di massa per comprendere l'entità della portata di ricambio (inquinanti di riferimento: CO in un garage, H_2O in cucina, CO_2 in un'aula...).

Nel bilancio di massa sull'inquinante logicamente figura, oltre alla portata di immissione, una quota percentuale della portata d'aria in ingresso dall'esterno (calcolata come nel caso dell'aria umida: $\% CO_2 : portata\ aria = CO_2, i$)



$$\dot{V}C_o + \dot{q} = \dot{V}C_i + \frac{dC_i}{dt}$$

concentrazione di CO_2 nell'ambiente

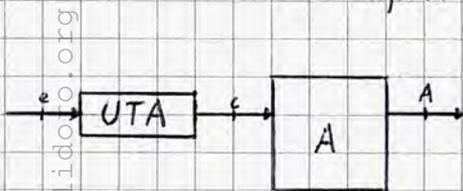
transitorio termico, nullo in regime permanente

quantità di inquinante prodotta

una C_i prossima a quella esterna è necessario garantire una portata pressoché infinita; per questo motivo solitamente si considera $C_i = 600\text{ ppm} + C_o$, per un valore complessivo di circa 1000 ppm in ambienti poco inquinati.

In fase di progetto, C_i viene fissata come la concentrazione limite tollerabile dell'inquinante nell'ambiente.

Essendo noti / conoscibili tutti i dati dunque si risava la portata di ricambio $\dot{V} = \frac{\dot{q}}{C_i - C_o}$ in condizioni di regime permanente e di perfetto mescolamento; la relazione si considera ora a termini variabili in maniera tale da osservare che per aver



Poiché ciò che attraversa una UTA è aria umida, nella progettazione di impianti di climatizzazione si utilizzano i bilanci visti nella sezione ad essa dedicata.

Effettuiamo il bilancio sull'ambiente in condizioni A; in quell'ipotesi di regime permanente il bilancio di massa dell'aria secca sarà logicamente un'identità:

$$a) m_{a,c} = m_{a,A} = m_a \quad ; \quad w) m_a X_c + m_{w,w} = m_a X_a \quad ; \quad e) m_a h_c + m_{w,w} + Q^* = m_a h_a$$

$\hookrightarrow H_2O$ in ingresso (es. respirazione)

\hookrightarrow potenza termica in ingresso, dovuta ad esempio alle persone ($t > t_{amb}$).

Si osserva che, poiché la prima relazione è un'identità, si ha un sistema di due equazioni in tre incognite, che ammette infinite possibili soluzioni ipotizzando di conoscere a priori $m_{w,w}$ e Q^* , ovvero l'apporto dovuto a impianti, dispositivi, occupanti e scambi termici tra superfici. Per chiudere il calcolo si utilizzano due differenti criteri che limitano i valori accettabili della temperatura del flusso C di aria in ingresso rispetto al valore dell'aria dell'ambiente (limitando dunque il grado di libertà del problema).

• Criterio Estivo: $|t_c - t_A| \leq 8 - 10^\circ\text{C}$

• Criterio Invernale: $|t_c - t_A| \leq 15 - 25^\circ\text{C}$
radiatori

Si restringe l'intervallo entro cui ricercare la soluzione; inoltre per garantire qualità dell'aria, la portata (massica) dell'aria non può essere minore (per legge) di quella di ventilazione: $m_a > m_v$

Esistono diversi metodi risolutivi, di cui vengono esplicitati i più utilizzati di seguito:

① Per tentativi:

Si fissa $m_a = m_v$, in maniera tale da rendere il sistema determinato $\Rightarrow \left. \begin{matrix} h_c' \\ X_c' \end{matrix} \right\} \rightarrow t_c'$

Si confronta t_c' con le condizioni sulla limitatezza della temperatura, se non è conforme si effettua un secondo tentativo:

$m_a > m_v \Rightarrow \left. \begin{matrix} h_c'' \\ X_c'' \end{matrix} \right\} \rightarrow t_c''$ etc.

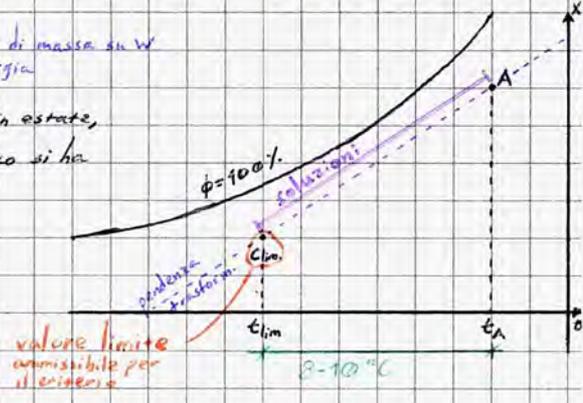
② Si studia la pendenza della trasformazione di mescolamento dell'aria dalle condizioni C alle condizioni A attraverso una serie di stati termodinamici: dai bilanci si ricava $\frac{\Delta h}{\Delta X}$:

$$\frac{\Delta h}{\Delta X} = \frac{m_v h_w + Q^*}{\frac{m_a}{m_v}} = h_w + \frac{Q^*}{m_v}$$

stato note

↳ bilancio di massa su w
↳ bilancio di energia

Supponendo di trovarsi in estate, nel diagramma psicrometrico si ha che:



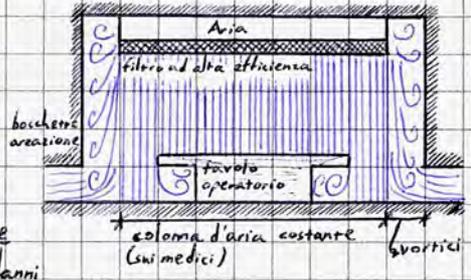
La scelta della soluzione ideale per lo specifico progetto dipende dalla destinazione d'uso e dal budget a disposizione; studiamo il caso limite $C \equiv A$:

da w) si ha che $m_a = \frac{m_v}{X_A - X_c}$, dunque $C \equiv A \Rightarrow X_c = X_A \Rightarrow m_a = \infty$

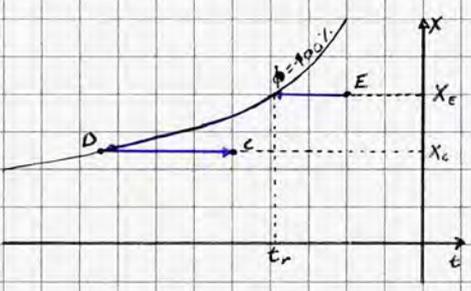
Ne segue che si riscontrano costi maggiori di impianto (canaline maggiori e ventilazione maggiore) e di esercizio (maggiori consumi) quanto più ci si avvicina alle condizioni dello stato A, ovvero all'aumentare del comfort termigrometrico; a seconda dell'ambiente da condizionare si seleziona la strategia più adatta.

Se ci si avvicina alle condizioni di C_{lim} si ha un comfort globale, in prossimità delle bocchette di areazione però è possibile avere zone di discomfort localizzato.

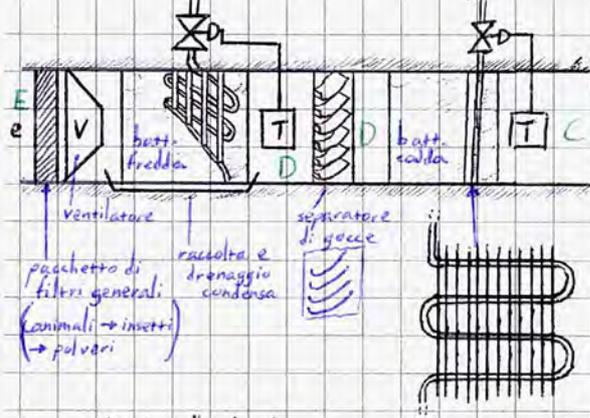
Ad esempio, a seconda delle tipologie di sala operatoria: nel caso di sale operatorie a flusso turbolento è possibile allontanarsi da A, mentre le sale più specializzate - come quelle utilizzate per il trapianto di organi (in generale schematizzate in figura) - è necessario avvicinarsi ad A: la colonna d'aria è costantemente attiva durante le attività operatorie, se non fosse prossima alle condizioni ambientali ciò potrebbe comportare dei danni ai medici.



Una volta fissato il punto C di riferimento per il progetto, si studia come dimensionare l'impianto di condizionamento per trasformare l'aria dalle condizioni esterne a quelle di progetto utilizzando vari dati tabellati in funzione dell'area geografica e ottenuti tramite indagini storiche sulle temperature e i valori igrometrici, considerando come riferimento i valori peggiori più probabili (NON assoluti altrimenti l'impianto sarebbe sovradimensionato) nelle varie stagioni. A Napoli ci si riferisce a condizioni estive esterne di 32°C con umidità relativa del 60%.



In estate, come intuibile dal diagramma a fianco, è necessario un raffreddamento con deumidificazione: nella scambiatore di calore si attua un raffreddamento a titolo costante fino alla temperatura di rugiada; l'aria poi condensa seguendo la curva di saturazione fino a raggiungere un valore del titolo pari a X_c ; l'aria viene in seguito riscaldata in un secondo scambiatore per giungere alle condizioni C: le unità di trattamento sono dunque costituite essenzialmente da una successione di batteria fredda e batteria calda, aventi uno schema simile.



Nello schema a fianco si osserva come una UTA sia costituita da una successione di elementi: un primo pacchetto di filtri screma gran parte delle impurità per evitare di arrecare danni ai ventilatori (ad essi possono essere aggiunti dei filtri "assoluti", da applicare solo nei punti in cui l'aria viene immessa nell'ambiente).

Le due batterie sono degli scambiatori di calore, che trasformano il fluido tramite una serpentina con fluido freddo [caldo], normalmente H₂O, disposta ortogonally al flusso, con una serie di alette di alluminio che aumentano la h_c.

All'uscita delle batterie è sempre presente un termostato che autoregola tramite una valvola modulante la portata di fluido nella serpentina.

A causa della g condensa, la batteria fredda è dotata di una vaschetta di raccolta e drenaggio dell'acqua ed è seguita da un separatore di gocce: l'acqua condensata sulle lamelle di alluminio potrebbe essere parzialmente investita dal flusso ed entrare in sospensione; se raggiungesse la batteria calda il riscaldamento avverrebbe a titolo crescente impedendo il raggiungimento delle condizioni C. Il separatore di gocce è un dispositivo costituito da lamelle curve che modificano bruscamente la direzione del flusso d'aria, intercettando le gocce di H₂O (aventi inerzia maggiore) che scendono in un'area soggetta ad un flusso meno intenso per poi essere drenate.

sata sulle lamelle di alluminio potrebbe essere parzialmente investita dal flusso ed entrare in sospensione; se raggiungesse la batteria calda il riscaldamento avverrebbe a titolo crescente impedendo il raggiungimento delle condizioni C. Il separatore di gocce è un dispositivo costituito da lamelle curve che modificano bruscamente la direzione del flusso d'aria, intercettando le gocce di H₂O (aventi inerzia maggiore) che scendono in un'area soggetta ad un flusso meno intenso per poi essere drenate.

Il movimento di aria nelle apparecchiature di condizionamento avviene solitamente a velocità molto basse, nell'ordine di 1 m/s: l'ostacolo caratterizzato dai filtri richiederebbe potenze sensibilmente maggiori per aumentare la velocità del fluido (ricordiamo che in generale per raddoppiare la velocità del fluido occorre quadruplicare la potenza del ventilatore), oltre ad implicare livelli di rumore sensibilmente maggiori. Gli impianti ad alta velocità (HVAC) viaggiano a 15-20 m/s, trasportando aria in grandi edifici dalla centrale termica al singolo gruppo di ambienti, in cui l'aria viene riportata a una velocità di ~ 1 m/s.

Effettuiamo i bilanci sull'aria nelle due batterie:

• Batteria fredda:

$$a) \dot{m}_{a,E} = \dot{m}_{a,D}$$

$$w) \dot{m}_a X_E = \dot{m}_a X_D + \dot{m}_w$$

$$e) \dot{m}_a h_E + \dot{Q}_f = \dot{m}_a h_D + \dot{m}_w h_w$$

↳ calore in uscita per l'aria e in ingresso per w (il nostro interesse è però il bilancio di aria); è al primo membro in maniera tale da poter studiare la potenza della batteria: $\dot{m}_w = \dot{m}_a (X_E - X_D)$ da w), che sostituito in e) diventa:

$$\dot{Q}_f = \dot{m}_a (h_D - h_E) + \dot{m}_a (X_E - X_D) h_w$$

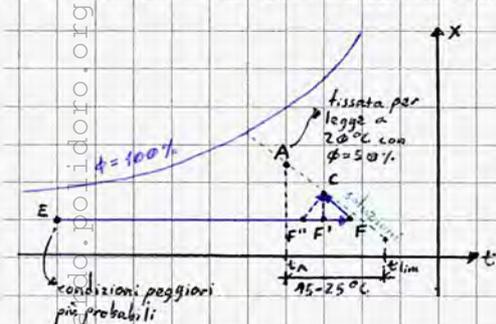
↳ dovrebbe essere pari alla media integrale tra il punto in cui inizia la condensa dell'H₂O. D nel diagramma psicrometrico, in realtà si considera la media aritmetica tra t_r e t_D; i progettisti invece usano direttamente t_D (la variazione della potenza termica è molto piccola)

• Batteria calda: si ha identità anche su w);

$$e) \dot{m}_a h_D + \dot{Q}_c = \dot{m}_a h_E$$

$$\dot{Q}_c = \dot{m}_a (h_E - h_D)$$

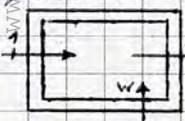
Avendo risolto l'analisi e il dimensionamento di una UTA applicando il criterio invernale, estivo, osserviamo cosa accade ora nel caso in cui le condizioni esterne siano invernali, iniziando da uno studio delle trasformazioni da dover realizzare.



La pendenza della retta per AC delinea gli stati termodinamici attraversati dall'aria nel passaggio dalle condizioni C alle condizioni A; essendo necessario un riscaldamento con umidificazione si osserva che C presenta temperatura maggiore e φ minore. Individuato C coerentemente con le esigenze di comfort e budget, si dimensiona l'impianto.

Le trasformazioni da attuare per portare l'aria dalle condizioni esterne a C sono dunque un riscaldamento a titolo costante e un'umidificazione; detta seconda trasformazione coincide per motivi didattici con un'umidificazione adiabatica, che segue una trasformazione dipendente dalle condizioni di immissione dell'H₂O (liquida o aeriforme).

Riscaldamento: Umidificazione Adiabatica.



$$a) \dot{m}_{a,1} = \dot{m}_{a,2} = \dot{m}_a$$

$$w) \dot{m}_a X_1 + \dot{m}_w = \dot{m}_a X_2$$

$$e) \dot{m}_a h_1 + \dot{m}_w h_w = \dot{m}_a h_2$$

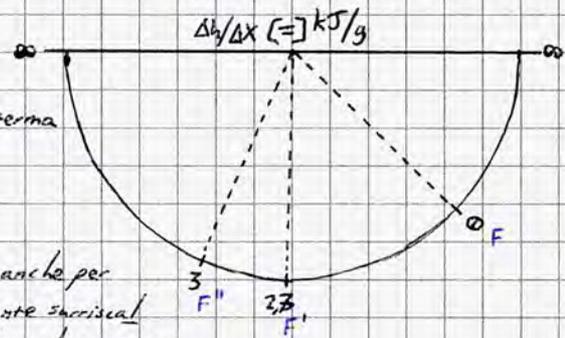
$$\Delta h / \Delta X = h_w$$

ipotesi: regime permanente, no H₂O liquida in uscita.

I dati del problema sono le condizioni in E ed in C, da cui si ricava il punto F:

• Nel caso in cui vi sia immissione di H₂O liquida, l'umidificazione adiabatica è pressoché isoentalpica; $h_w \sim 0 \text{ kJ/kg}$. Dall'indice del diagramma psicometrico è possibile ricavare la pendenza della trasformazione e dunque individuare il punto F sul diagramma come intersezione tra la retta corrispondente al riscaldamento a titolo costante e la parallela per C alla trasformazione.

• H₂O aeriforme \rightarrow Vapore saturo secco $\Rightarrow h_w \sim 2700 \text{ kJ/kg} \sim$ isoterma
 \rightarrow Vapore surriscaldato $\Rightarrow h_w >> 2700 \text{ kJ/kg}$
 solitamente $h_w \sim 3 \text{ kJ/g}$

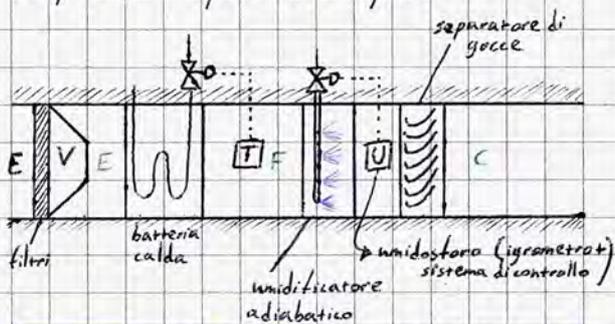


La trasformazione pressoché isoterma del vapore saturo secco si preserva anche per vapori leggermente surriscaldati ($< 110^\circ\text{C}$), mentre per vapori fortemente surriscaldati si consiglia di determinare esplicitamente h_w ; nelle applicazioni industriali si attesta intorno a 3 kJ/g .

Osservazione: Nel caso di immissione con acqua liquida, $t_c < t_e$. Ciò è dovuto al calore latente di vaporizzazione da fornire alla H₂O per portare l'aria umida alle condizioni richieste; l'aria cede calore sensibile ma acquista calore latente incamerando vapore, dunque la trasformazione è isoentalpica.

Come anticipato in precedenza, gli impianti di climatizzazione ad uso civile normalmente impiegano H₂O liquida per l'umidificazione, mentre in ambienti sanitari si utilizza il vapore saturo secco o leggermente surriscaldato in maniera tale da non avere microrganismi in sospensione in microgocce di H₂O liquida; infatti le UTA delle sale operatorie (solitamente poste sul tetto, per questo motivo negli ospedali di ultima generazione le sale operatorie occupano l'ultimo livello dell'edificio) sono sempre accompagnate da una caldaia per l'immissione del vapore nella UTA.

Il vapore fortemente surriscaldato viene utilizzato unicamente se e dove disponibile, ad esempio per la climatizzazione di uffici di un impianto industriale attuata mediante il recupero del vapore utilizzato dai generatori per un determinato processo industriale: il vapore surriscaldato umidifica e riscalda l'aria contemporaneamente, risultando particolarmente conveniente se disponibile; la sua produzione è però molto dispendiosa.



Particolare novità della UTA nel caso invernale è l'umidificatore adiabatico, costituito da un condotto con ugelli che immette H₂O (liquida o aeriforme), controllato da una valvola modulante teoricamente regolata da un sensore igrometrico.

In realtà, detti sensori sono particolarmente costosi e poco precisi, determinando oscillazioni sensibili anche in strumenti di laboratorio; nelle applicazioni civili dunque si tende ad utilizzare uno schema differente, più complesso ma più economico ed efficiente.

Convenzione grafica: le linee degli impianti di controllo sono sempre tratteggiate.

Effettuiamo i tipici bilanci sulla batteria calda:

$$a) \dot{m}_a h_e + \dot{Q}_{risc.} = \dot{m}_a h_f [F/F']$$

da cui si ricava la potenza termica per il riscaldamento $\dot{Q}_{risc.} = \dot{m}_a (h_f [F/F'] - h_e)$

w) $\dot{m}_a X_e + \dot{m}_w = \dot{m}_a X_c$ da cui si ricava la portata minima di H₂O da fornire per garantire un'umidificazione compatibile con i requisiti:

$$\dot{m}_w = \dot{m}_a (X_c - X_e)$$

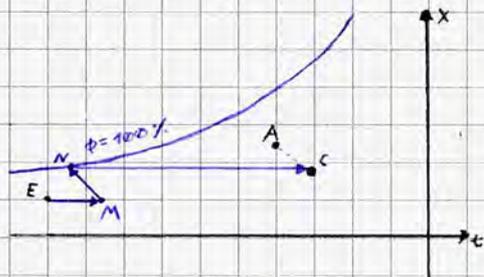
Nelle applicazioni di ambito civile:



Si osserva che l'aria è soggetta ad un maggior numero di trasformazioni, come diagrammato alla pagina successiva.

Detto impianto presenta 2 batterie calde invece di un umidostato. Pur richiedendo una potenza termica complessiva invariata rispetto alla UTA precedente il costo di esercizio è leggermente maggiore a causa delle regole della spartita: per la maggior parte delle apparecchiature il raddoppiamento della potenza implica un aumento del costo di $1/10$, e non un raddoppiamento. Ne segue che una pompa da 100 l/s costa meno di due pompe da 50 l/s .

Logicamente, le macchine che operano a grandi pressioni non rispettano la regola: il costo scala maggiormente!
 Questa UTA è però più precisa, e può essere utilizzata anche in ambito sanitario-non specializzato.



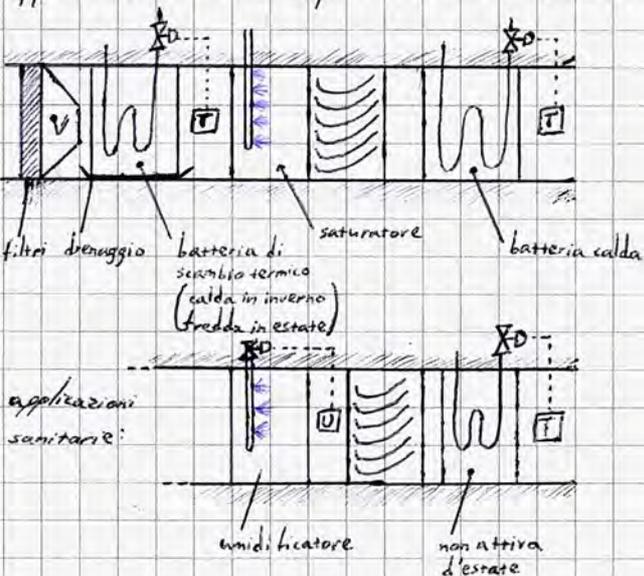
Per essere certi del titolo raggiunto dall'aria senza utilizzare l'umidostato è necessario portare l'aria in condizioni di saturazione; al posto dell'umidificatore dunque si utilizza un saturatore, che immette una portata di H₂O molto maggiore di quella minima necessaria per raggiungere la saturazione (in maniera tale da essere certi del raggiungimento di detto stato) per poi recuperare l'acqua in eccesso tramite il drenaggio e il separatore di gocce in maniera tale da permettere una reinmissione.

⚠ Questa umidificazione **NON** può essere attuata con vapore: esso attraverserebbe il separatore di gocce, condensando nei tratti seguenti o immettendo nebbia negli ambienti.

Nel passaggio dalle condizioni E alle condizioni C si determina il punto N dall'intersezione tra l'isotipo passante per C e la curva di saturazione, da cui si ottiene M come intersezione tra l'isotipo passante per E e l'umidificazione adiabatica con H₂O liquida che si conclude in N. Riassumendo, avvengono le seguenti trasformazioni:

- EM: riscaldamento a titolo costante
- MN: umidificazione (saturazione) adiabatica con acqua liquida
- NC: riscaldamento a titolo costante.

Poiché non ha alcun senso pratico né economico impiegare due differenti UTA a seconda della stagione, il dispositivo - nel caso di applicazioni civili - è complessivamente costituito da:

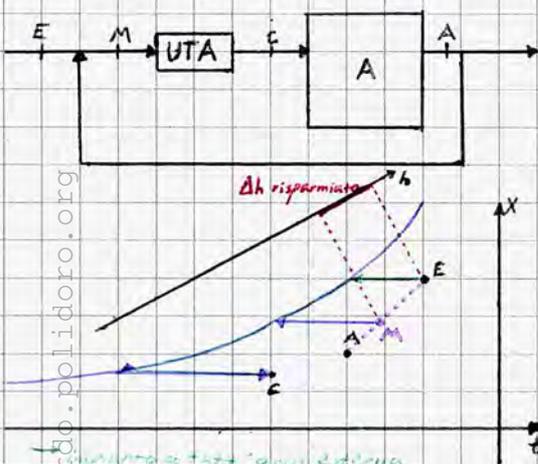


A seconda della stagione, alcune componenti non entrano in funzione.

Nel caso in cui si voglia sterilizzare il dispositivo, si tende ad inserire delle lampade UV a monte e a valle delle batterie fredde: poiché sono molto umide al loro interno, potrebbero diventare terreno di coltura per microrganismi la cui proliferazione potrebbe occupare le alette e ostruire i vari interstizi diminuendo l'efficienza dell'impianto e richiedendo interventi di manutenzione, che con questa applicazione vengono sensibilmente dilazionati nel tempo.

Eccezion fatta per particolari applicazioni - come le sale operatorie - l'impianto a tutt'aria esterna appena studiato, pur essendo la tipologia di UTA più semplice, non viene utilizzata a causa degli elevati costi di esercizio: per garantire i limiti di legge di portata di areazione e portata di ricircolo con sola aria esterna sono necessarie portate e potenze termiche molto elevate!

Per questo motivo, l'applicazione civile più tipica prevede il ricircolo di parte dell'aria interna in maniera tale da avere un considerevole risparmio energetico.



L'aria in condizioni M è data dal mescolamento tra aria esterna e parte della corrente recuperata dall'ambiente A. Sul diagramma psicrometrico, detto punto appartiene alla congiungente tra E ed A, con posizione dipendente dal rapporto tra le due portate.

Si osserva come il recupero determini un risparmio di entalpia e dunque di potenza termica.

Se la portata di aria da condizionare è sensibilmente maggiore rispetto alla portata di ventilazione, si può teoricamente ricircolare una portata d'aria sufficientemente grande da portare la portata di aria in condizioni E a valori prossimi ad inv, portando le condizioni M vicine alle condizioni A. Rimuovendo gli inquinanti dall'aria ricircolata dunque è possibile ottenere un impianto di climatizzazione con aria percepita come gradevole e un importante risparmio energetico (in particolare d'estate).

Per questo motivo, la stragrande maggioranza degli impianti di climatizzazione è dotata di sistemi di ricircolo.

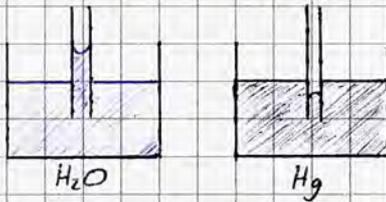
www.riccardo.polidoro.org

Altre cause di Umidità nelle murature

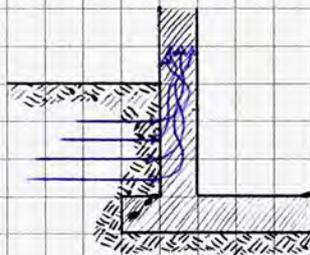
La problematica umidità da condensa è la principale causa di umidità nelle murature del patrimonio edilizio recente, dagli inizi del XX secolo fino agli anni '70 ed '80; gli edifici storici solitamente non soffrono simili condizioni ad eccezione di interventi di restauro errati (come iniezioni di G.S. in un tessuto in muratura), ma possono presentare umidità nelle murature, imputabile a cause differenti.

Oltre al cappotto termico, un'altra strategia efficace nel ridurre il fenomeno di umidità da condensa è la parete ventilata: si fa passare una lama d'aria tra il nuovo strato isolante e la parete preesistente, con flusso controllato; essa sposta e fa evaporare rapidamente il vapore, riducendo il fenomeno.

- **Umidità da risalita capillare:** solitamente presenta come sintomo evidente una prima fascia (dal piano di campagna fino a circa 1 m di altezza) di intonaco rovinato o con distacchi; d'inverno essa raggiunge livelli maggiori. La risalita d'acqua dal sottosuolo segue la legge di Jurin: essendo i materiali da costruzione porosi, fungono da capillari; al diminuire del diametro del capillare si innalza il livello raggiunto dall'acqua. Il fenomeno logicamente dipende anche dal materiale di cui è fatto il capillare, oltre che dal liquido: se si verifica una risalita, il liquido bagna il materiale del capillare e presenta un pelo libero con menisco concavo. Viceversa, se il liquido forma un pelo libero con menisco convesso il livello nel capillare sarà inferiore rispetto al resto dell'ambiente. Si osserva dunque che l' H_2O bagna i materiali lapidei, con un'altezza dipendente dal bilancio di massa tra evaporazione e risalita d'acqua dal sottosuolo (motivo per cui l'altezza è maggiore in inverno).



- **Umidità da terrapieno:** tipico dei locali seminterrati, l'acqua penetra nella muratura per capillarità e a causa di una spinta idrostatica. Si associa alla risalita capillare sul piano di campagna.



- **Umidità meteorica:** nel caso di finiture ammalorate, l'acqua piovana penetra nella muratura provocando distacchi.
- **Umidità accidentale:** dovuta a perdite di H_2O (da impianti di adduzione o scarico, impermeabilizzazione sbagliata o rovinata o massi di pendenza non ben calcolati, con zone stagnanti). Il rimedio è semplice, ma l'individuazione della fonte è estremamente difficile: l'acqua percorre il cammino che oppone resistenza minima, può manifestare una macchia superficiale in un punto molto lontano dalla sorgente.
- **Umidità da costruzione:** alcuni vecchi edifici sono stati realizzati con più acqua del necessario, la cui evaporazione può richiedere anche secoli nel caso di murature molto spesse (Castel Nuovo).

Le manifestazioni dell'acqua nelle murature sono sempre le stesse, caratteristiche della specifica dinamica. A seconda della causa dell'umidità nella muratura varia l'intervento risolutivo (tecniche sempre costose), dunque è fondamentale saper determinare con precisione la natura del fenomeno.

Primo passo in quest'ottica è l'osservazione degli edifici circostanti, dei dati fognari o degli impianti di adduzione della acqua, cercare di scoprire le aree in cui vi è maggiore o minore quantità d'acqua...

Successivamente, si procede con l'effettiva misurazione del quantitativo di umidità nelle murature tramite uno dei metodi elencati di seguito, tra cui il più affidabile è il carotaggio con analisi in laboratorio, che implica però un intervento distruttivo, non applicabile in edifici vincolati. Gli interventi non distruttivi effettuano misure solo negli strati superficiali, con poca discretizzazione.

L'asportazione di campioni può essere effettuata in tre modi:

- Scalpello: metodo "universale" ma che produce fori particolarmente umpi
- Carotatrice: dispositivo applicabile solo su materiali teneri, è raffreddato ad acqua ed opera ad altissimi rpm, rischiando di far riscaldare eccessivamente il campione
- Trapano: opera a bassi rpm, si effettua la misura su polveri; il prelievo si effettua con punte affilate, utilizzando una punta nuova (fredda) al raggiungimento della zona del prelievo. Con una punta da 20mm è sufficiente prelevare circa 10g di campione; logicamente nel caso in cui non fosse possibile effettuare un'analisi immediata è necessario riporre il campione in un apposito recipiente, di volume confrontabile con quanto prelevato in maniera tale da ridurre l'evaporazione.

La misura del contenuto di umidità si effettua pesando il campione, inserendolo in un'apparecchiatura simile ad una stufa per poi misurare periodicamente il peso fino al raggiungimento di un valore costante di massa, pari alla massa asciutta ma (contrapposta alla massa umida mu).

$$U_a = 100 \cdot \frac{m_u - m_a}{m_a}$$
 umidità riferita alla massa asciutta ; $\exists U_u = 100 \cdot \frac{m_u - m_a}{m_u}$ solo alcuni strumenti (più usata)

L'essiccazione del campione non deve avvenire a temperature troppo elevate: esiste dell'acqua contenuta in alcuni materiali per natura chimica, che contribuisce alla relativa integrità strutturale. Esempio lampante è il gesso, avente formula bruta $CaSO_4 \cdot 12H_2O$: a $140^\circ C$ evapora l'acqua strutturale, restituendo valori elevati ma sbalziati di umidità.

Inoltre, un qualunque materiale poroso esposto all'umidità dell'ambiente esterno presenta un'umidità fisiologica (più propriamente detta umidità di equilibrio) che non arreca danni; è parte della natura del materiale, in equilibrio con l'aria umida esterna.

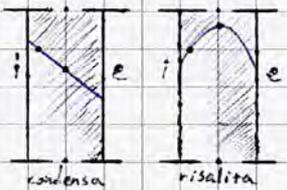
La misura dell'umidità fisiologica si effettua inserendo un campione essiccato in un'atmosfera controllata (umidità e temperatura costanti e pari ai valori dell'ambiente in cui si trovava il campione al momento del prelievo) e pesandolo periodicamente finché non si raggiunge una misura costante della massa, determinando la massa fisiologica m_f ; il provino è stato condizionato in atmosfera controllata.

$$u_f = 100 \cdot \frac{m_f - m_a}{m_a}$$

Per quanto riguarda i prelievi, solitamente si prelevano 18 campioni da 9 fori (a due profondità differenti), in maniera tale da poter leggere il profilo di umidità nella muratura.

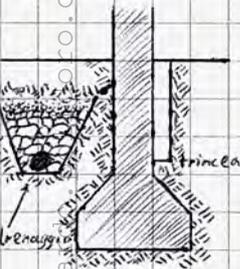


Schema di prelievo



Esistono tre differenti norme UNI che regolano la misura: il metodo ponderale (stufa), la determinazione dell'umidità fisiologica con condizionamento dei provini in cella climatica o con soluzioni saline saturate, che nell'intorno della temperatura ambiente mantengono una concentrazione (e un'umidità) costante, dipendente dallo specifico sale.

Una volta individuata la causa è possibile attuare dei rimedi; nel caso della risalita capillare si può ricorrere a diverse strategie, come l'allontanamento dell' H_2O dalle pareti attraverso impianti di drenaggio verticale (trincea ricoperta in t.nit. per prevenire l'attacco di terreno e un materiale non capillare), che non può raggiungere la fondazione: esempio è la trincea, eventualmente ventilata. Metodo più efficace è l'impermeabilizzazione intorno alla parete e la fondazione (per la sottofondazione è sufficiente una miscela di sabbia e bentonite).



Altra tecnologia utilizzata è il taglio, meccanico o chimico: si utilizza una lastra sottile in un materiale impermeabile o una specie chimica impermeabilizzante iniettata per prevenire l'innalzamento del livello. È fondamentale non ritardare l'intonaco, altrimenti l'acqua scappa! Il taglio chimico si effettua a lenta infusione (per gravità) salvo per solventi organici (infiammabili \Rightarrow insufflazione a pressione); le specie chimiche si dividono in consolidanti (chiodano i pori) o idrorepellenti (modificano il contatto tra H_2O e capillare: il capillare non è bagnabile).

Infine, nel caso di progetti grandi si utilizza l'elettrosmosi, che impone una ΔV inversa a quella naturalmente presente attraverso due elettrodi. Se gli ioni disciolti nell' H_2O polarizzano il sistema, il dispositivo inverte brevemente la polarità per ripristinare le condizioni. Principale problematica è l'interferenza con correnti disperse (es. linea tranviaria).

19.05.22

Fine Fisica Tecnica Ambientale - prof. Giuseppe Piccio