

Il laboratorio si incentra sul dimensionamento e calcolo strutturale di edifici, senza però interessarsi delle fondazioni.

Appunti di Riccardo Maria Polidoro  
riccardo.polidoro.org

Un progetto strutturale si compone di due diversi elementi:

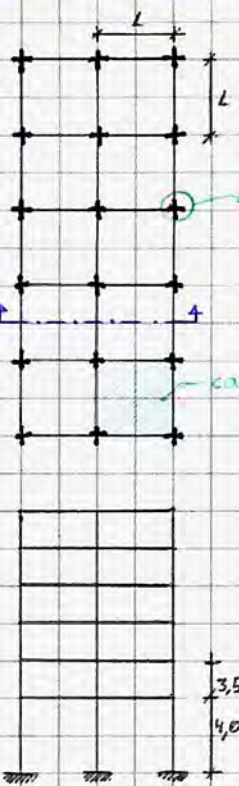
- Calcoli, da esporre in una relazione di calcolo (consultabile in sede d'esame)
- Elaborati grafici, in particolare planimetrie e sezioni strutturali oltre che dettagli costruttivi.

A ciò si aggiunge una relazione strutturale, che deve seguire un flusso logico standardizzato (elencato di seguito) ma che non viene mai compilata "cronologicamente": il processo della progettazione strutturale è iterativo, inizia con valutazioni per tentativi; la relazione si completa nell'istante in cui è ultimato il progetto stesso.

Ogni relazione strutturale, anche nella professione, segue il flusso riportato di seguito:

- Premessa (descrizione dell'incarico)
- Descrizione (descrizione sintetica dell'edificio nei suoi aspetti tecnologici e architettonici e più estesa sulle strutture)
- Norme (elenco dei riferimenti normativi, di cui principale apparato è costituito dalle NTC 2018, che consentono l'uso di altre normative per problematiche aggiuntive, da inserire in questa sezione).
- Materiali (elenco dei materiali usati, individuandone la tipologia: classe di resistenza, consistenza, diametro massimo degli aggregati sono solo alcuni dei dati richiesti, a titolo esemplificativo, per un calcestruzzo).
- Azioni e Combinazioni di Carico (Si valutano tutti i carichi agenti sulla struttura e come essi si combinano: una azione è un termine generico che racchiude carichi, cedimenti, effetti dovuti ad un sisma... Dette azioni, agendo contemporaneamente, in genere non si compongono attraverso una somma, dunque si parla di combinazioni).
- Modello di Calcolo (indica la schematizzazione della struttura, esplicitando vincoli e carichi)
- Analisi della struttura: risoluzione del modello strutturale (spostamenti, caratteristiche della sollecitazione...)
- Verifiche: Si dividono in due differenti categorie:
  - Verifica agli stati limite ultimi (SLU): la struttura è in condizioni ultime
  - Verifica agli stati limite di esercizio/servizio (SLE/SLS)Ciò perché una struttura può avere problemi per collasso (sicurezza e salvaguardia della vita) o per l'utilizzo (deformazioni/vibrazioni eccessive per le attività da svolgere).

## Edificio residenziale multipiano in Acciaio



Si presenta di seguito un tipico esempio di elaborato grafico strutturale in acciaio, che mostra un edificio avente  $L$  assegnata, numero di piani variabile, carico  $q$  dovuto all'utilizzo dell'edificio (una modifica nella destinazione d'uso implica un diverso carico di utilizzo).

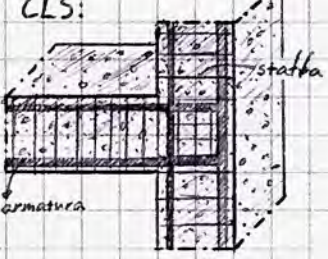
In questo preciso progetto verranno utilizzati i seguenti materiali:

- CLS C 25/30 per solette e fondazioni
- Acciaio per calcestruzzo armato: B6450C
- Acciaio per carpenteria: S275 ( $\sigma_{snervamento} = 275 \text{ MPa}$ )
- Bulloni di classe 8.8

Si noti la differente nomenclatura per i due acciai, dovuta alle funzioni differenti.

I collegamenti tra elementi strutturali in acciaio si possono effettuare per saldatura o per bullonatura. La saldatura avviene tipicamente con un materiale uniforme rispetto al progetto, la bullonatura dipende invece dal tipo di bullone utilizzato. Nel nostro progetto attuiamo le seguenti semplificazioni: non si progettano le fondazioni, il progetto viene condotto solo per carichi verticali (gravitazionali, non dovuti a vento o sisma). Gli edifici in acciaio hanno un comportamento molto differente da quelli in CLS; varia anche la nomenclatura (pilastro  $\neq$  colonna). Tipico elemento di distinzione tra le due strutture è il nodo trave-pilastro, come vedremo alla pagina successiva.

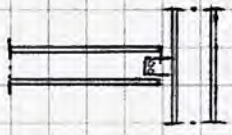
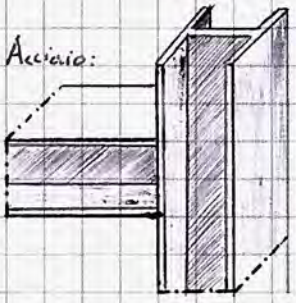
CLS:



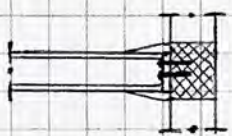
Nel calcestruzzo ogni nodo è monolitico, determinando condizioni di incastro perfetto: si parla di struttura intelaiata a nodi rigidi. Presenta elevata iperstaticità, resistendo bene a carichi verticali e orizzontali

Le strutture in acciaio, essendo montabili a secco, presentano ovviamente un numero maggiore di collegamenti possibili; modificando il collegamento cambia il nodo e, di conseguenza, il vincolo che lo schematizza (cerniera, incastro perfetto o vincoli che vi si avvicinano). La definizione esatta del vincolo è complessa tranne in alcuni casi noti e palesi:

Acciaio:



Cerniera (collegamento a sghadretta): resiste poco alla rotazione rispetto all'entità di rotazione della trave



Incasso: più rigido ma più costoso, richiede l'utilizzo di piastre, tirafondi e elementi in calcestruzzo per tendere al comportamento di incastro perfetto.

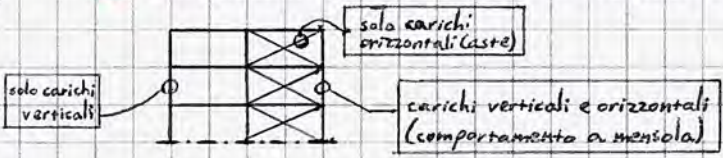
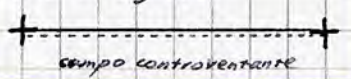
Per motivi di costo dunque i nodi trave-pilastro nelle strutture in acciaio assumono tipicamente il comportamento di una cerniera nel caso di un telaio a nodi rigidi ci si riconduce allo stesso metodo risolutivo del CLS (con diverse inerzie). Nel caso della struttura presa in esame a pagina 1 lo schema strutturale è il seguente:



Questo schema è isostatico se si ipotizzano spostamenti orizzontali nulli; si dice che essa assume comportamento pendolare. Tale approccio costituisce il primo passaggio di una verifica strutturale: si studia lo schema per i soli carichi verticali per poi introdurre un sistema che si oppone agli spostamenti orizzontali, ovvero un sistema controventante (aste diagonali, tipicamente in campi verticali). Si effettuano dunque due calcoli, distinti tra carichi verticali e orizzontali.

⚠ Alcuni elementi assorbono carichi sia verticali che orizzontali!

I campi controventanti verticali si indicano in pianta come di seguito:



### Classificazione dei Carichi

I carichi si distinguono tra carichi fissi e carichi mobili; i primi vengono distinti ulteriormente in due gruppi in quanto alcuni carichi fissi - come quelli dovuti a tramezzi interni - possono subire una variazione nel medio e lungo termine; questa seconda categoria viene dunque calcolata in base a norme.

I carichi fissi coincidono tipicamente con il peso proprio degli elementi, si distinguono in:

- $G_1$  carichi fissi dovuti ad elementi strutturali
- $G_2$  carichi fissi dovuti ad elementi non strutturali, possono variare nel lungo termine!

A questi si aggiungono dei carichi variabili  $Q_i$ , determinati dalla norma e spesso agenti contemporaneamente, che esplicano il carico di utilizzo (ambienti residenziali di [non] affollamento, carico di vento, carico da neve...)

Combinazioni di carico: nelle norme sono inclusi studi statistico-probabilistici tenendo conto della probabilità che più azioni si esplicano contemporaneamente; in alcuni casi per massimizzare l'effetto delle azioni sull'elemento strutturale occorre sottrarre carichi, e non sommarli; per questo motivo si parla di combinazioni.

I  $\gamma_i$  si dicono coefficienti di sicurezza per le azioni: aumentano o diminuiscono il contributo delle azioni per tener conto dell'aleatorietà.

Le combinazioni di carico vengono calcolate diversamente in base allo stato limite di nostro interesse: un'analisi SLU valuta un carico decisamente più elevato rispetto alla SLS secondo l'ottica della filosofia di progettazione multiprestazionale: si richiede alla struttura di rispettare più stati limite contemporaneamente, ovvero di rispondere ad esigenze diverse (in area sismica sono 4 stati).

Una possibile combinazione allo SLU segue uno schema del tipo  $\gamma_{G1} G_1 + \gamma_{G2} G_2 + \gamma_{Q1} Q_1 + \dots$   
 ("combinato con", NON somma!)

I limiti sui  $\gamma_i$  variano in piccoli intervalli al variare dell'edizione delle NTC in virtù di nuovi studi:

	NTC 2018	NTC 2008
$\gamma_{G1}$	1,0 - 1,3	1,0 - 1,3
$\gamma_{G2}$	1,0 - 1,5	1,0 - 1,5
$\gamma_Q$	1,0 - 1,5	1,0 - 1,5

\* in realtà la norma distingue tra  $\gamma_{G2}$  [non] completamente definiti, ovvero [non] abbastanza probabili, [non] restano all'incirca fissi nel tempo. Un  $\gamma_{G2}$  non completamente definito assume gli stessi valori considerati per  $\gamma_Q$  (maggiori libertà progettuali in virtù della minor frequenza/intensità del carico).

Nell'approccio multiprestazionale si considerano 2 condizioni di carico (almeno):

• SLU:  $\gamma_{G1} G_1 + \gamma_{G2} G_2 + \gamma_{Q1} Q_1 + \gamma_{Q2} Q_2 + \dots$

• SLS:  $G_1 + G_2 + \psi_{Q1} Q_1 + \psi_{Q2} Q_2 + \dots$

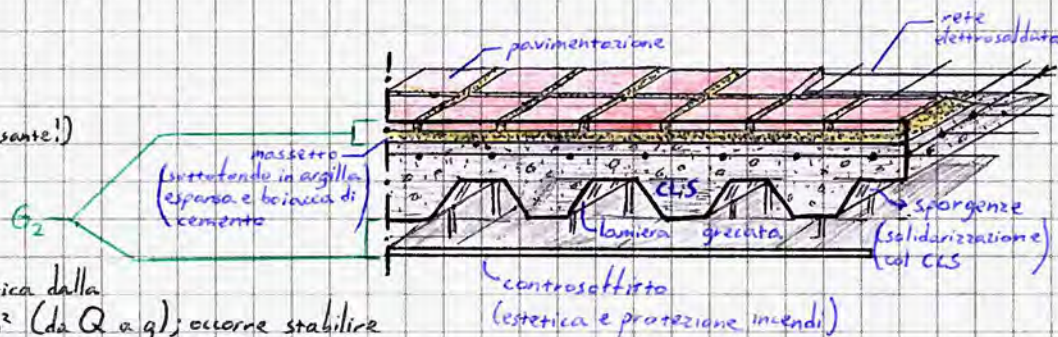
⚠ Gli esercizi svolti adottano le NTC 2008, gli esercizi DA FARE dovranno essere conformi alla NTC 2018!

## Procedimento: studio di un solaio

① Si effettua un'analisi di carico unitaria (da effettuarsi, in generale, per ogni elemento costruttivo appartenente a una stessa categoria: solai, tamponature esterne, tramezzature interne, eventuali altri carichi); si calcola cioè il peso di un elemento unitario (se areale,  $1m^2$  - nel caso di solai e tamponatura - se lineare si considera il singolo metro lineare; se l'elemento è tridimensionale - come un terrapieno - si definisce il peso del singolo  $m^3$ ) ottenuto dal prodotto tra peso specifico e volume dell'elemento unitario. Il peso proprio della struttura ( $G_1$ ) è però il peso di un elemento da progettare e dimensionare: ecco che si svela la componente iterativa della progettazione.

Agli scopi dell'esercizio, ipotizziamo sia presente come unica tipologia un solaio collaborante in lamiera grecata e getto di calcestruzzo:

- $G_1 = ?$
- $G_2$  sottotondo =  $0,30 \text{ kN/m}^2$
- $G_2$  c. sovrappeso =  $0,20 \text{ kN/m}^2$  (pesante!)
- $G_2$  pav. (gres) =  $0,20 \text{ kN/m}^2$



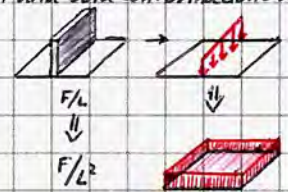
Occorre valutare il  $G_2$  dei tramezzi, stabilito per via statistica dalla norma determinando il peso per  $m^2$  (da  $Q$  a  $q$ ); occorre stabilire il peso del singolo tramezzo, in base al volume  $V = 1m^2 \cdot \text{altezza netta interna}$ . Considerando  $Q_{\text{tramez}} \approx 2,00 \text{ kN/m}$  (circa  $200 \text{ kg}$  per metro lineare di tramezzo), si utilizza la tabella fornita dalla norma per ricavare  $q_{\text{tramez}} = G_2 \text{ tram.} = 0,80 \text{ kN/m}^2$ .

Si consiglia di impiegare elementi non strutturali, particolarmente leggeri per le strutture in acciaio in maniera tale da ridurre le vibrazioni.

Sommando i vari apporti si ha che  $G_2 = 1,50 \text{ kN/m}^2$ . Consideriamo carichi variabili pari a  $2 \text{ kN/m}^2$  (area residenziale non sottoposta a attollamento). A ciò va aggiunto il peso delle tamponature, di  $0,60 \text{ kN/m}^2$  (muratura a secco, simil-cartongesso ma per esterni).

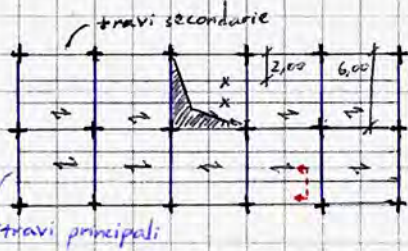
⚠ L'analisi appena effettuata interessa il solaio al finito; in questo specifico progetto ci interesserà però studiare anche la fase transitoria, durante la realizzazione dell'opera (che segue l'iter fondazioni → colonne → travi → lamiera autoportante e rete elettrosaldata → Getto di CLS → presa e indurimento → ...): durante il getto la lamiera è l'unico elemento strutturale a dover sopportare il getto di CLS come elemento partato; occorre effettuare dunque una verifica in fase di getto (e una ulteriore analisi dei carichi).

Il calcolo di  $G_2$  tram. svincola dalla posizione dei tramezzi, altrimenti obbligati in una sola conformazione.

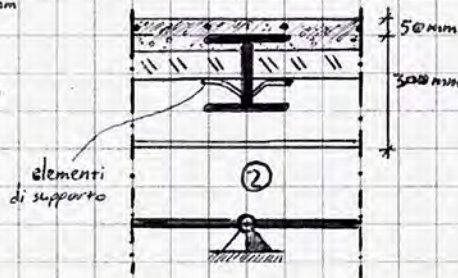
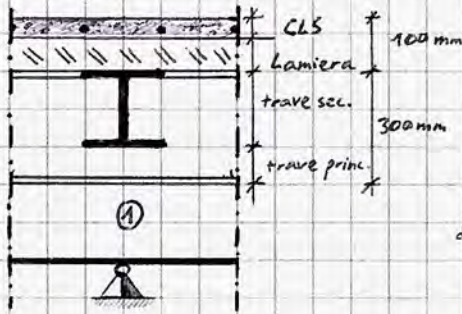


## ② Progettazione del Solaio

La luce di applicabilità dei solai con lamiera grecata è ordinariamente di 2-3m, distanza piccola per le colonne; il solaio dunque scarica su una trave secondaria che a sua volta scarica su una trave principale (o una colonna), poi su una colonna e infine in fondazione. Lo schema a fianco, con un'unica orditura, è più economico, di veloce realizzazione, con stridi minori; carica alcuni elementi maggiormente, dunque viene utilizzata per strutture particolarmente semplici. Alternativamente è possibile ordire i solai a scacchiera, determinando una ripartizione di carico più uniforme. Esistono delle travi miste, sia secondarie che principali



Oltre allo schema, è di fondamentale importanza il particolare costruttivo di come poggia il solaio sull'elemento di supporto. In questo caso si hanno 2 possibilità:

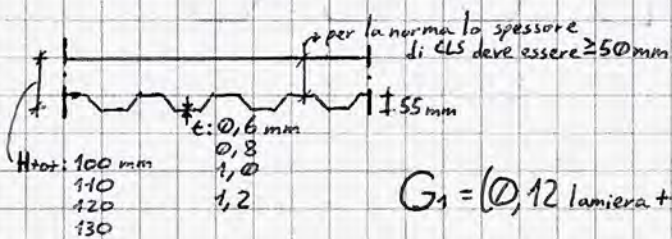


Nel secondo caso conviene che l'estradosso della lamiera coincida con l'estradosso delle travi; si hanno spessori minori e un miglior effetto architettonico; gli schemi strutturali sono però differenti.

A prescindere dalla soluzione scelta si utilizza un getto comune (collaborante) di CLS, auspicabile in zona sismica per avere un comportamento migliore del solaio; inoltre varia lo schema strutturale: nel primo caso il solaio non ha discontinuità perché non è interrotto dalle travi secondarie, nel secondo dal punto di vista flessionale i travetti sono punti di debolezza.

Si osserva dunque come nell'acciaio i particolari costruttivi individuano le condizioni di vincolo: lo schema 2 NON è utilizzabile su sbalzi, poiché la struttura sarebbe LABILE.

Nel progetto considereremo un solaio ad orditura singola e una soluzione del particolare costruttivo ②. Il progetto segue due approcci: manuale (calcoli) o tabellare (su tabelle in base alle dimensioni garantite dai fornitori); in questo caso impieghiamo il secondo metodo. Supponiamo di scegliere una lamiera HI BONP ASS-P77-G6 con le seguenti caratteristiche:



Scegliamo un'altezza totale di 110 mm; assegnamo uno spessore  $t$  di 1,0 mm. Su queste ipotesi effettueremo una validazione con una verifica; dopodiché si torna su un'analisi dei carichi per poi trovare  $G_1$ .

$$G_1 = (0,12 \text{ lamiera} + 2,15 \text{ CLS} + \text{armatura}) \text{ kN/m}^2 \text{ dati forniti dal produttore}$$

## ③ Verifiche della fase ① (getto di CLS)

Sono presenti:  $G_1 \text{ lamiera} = 0,12$

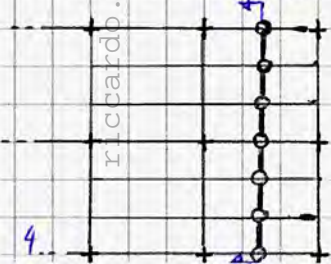
$G_2 \text{ CLS} = 2,15$

Operai + macchine + accumulo di CLS (poi livellato): questi carichi sono forniti da una norma sovranazionale detta Eurocodice, in particolare la EN 1991-1-6: se un argomento non è coperto da norme italiane si usa detta norma.

European norm anni 90  
parte 1-6: azioni nella costruzione delle opere  
codice 1, legato alle azioni

L'Eurocodice afferma che su un'area  $3 \times 3 \text{ m}$  prospiciente al getto si considera un carico di  $1,50 \text{ kN/m}^2$ ; sulla parte restante si considera un carico dimezzato (dove si getta il CLS c'è più spessore!)

Nello schema abbiamo un solaio del tipo:



Essendo la luce delle lamiere di soli 2,0m si può considerare un carico uniforme di  $1,50 \text{ kN/m}^2$  (se di poco maggiore la situazione non varia: si effettua una verifica a vantaggio di sicurezza). Nell'approccio tabellare è il produttore a verificare SLS e SLU, come nell'esempio alla pagina successiva.

FASE 1		$L = 1,50\text{m}$	$L = 2,00\text{m}$	$L = 2,50\text{m}$	...
$t$ (mm)					
0,8					
1			7,34 kN/m <sup>2</sup>		
1,2					

Nella tabella viene riportata la resistenza  $P_{rd}$ , anche detta portanza, del solaio: indica tutto ciò che il solaio può portare eccetto il suo peso proprio.

Poiché ci si sta occupando di una verifica allo SLU, occorre confrontare il valore trovato con la combinazione di azioni allo SLU.

Se è presente un \* è NECESSARIO verificare la SLS

$$P_{Ed} = 1,3(2,15) + 0 + 1,5(1,5) = 5,20 \text{ kN/m}^2$$
 (massimizzò  $\gamma$  per la verifica SLU)  
 (EN)  
 (tetto)  $\rightarrow$  carico di progetto che agisce sul solaio  
 $\rightarrow$  trascurò il peso proprio della lamiera per definizione di portanza  
 $\rightarrow G_2$  assente: verifica intermedia

Confrontiamo  $P_{Ed}$  e  $P_{rd}$ :  $\frac{P_{Ed}}{P_{rd}} = \frac{5,20}{7,34} = 0,71$  OK: è  $< 1$ , il solaio allo stato limite ultimo lavora al 71% delle sue capacità; il rapporto restituisce il grado di sicurezza della verifica.

Se la SLU è verificata, salvo altre precisazioni anche la SLS è verificata. Analizziamo ugualmente il solaio nella fase 2, di utilizzo: si hanno più elementi con ruolo strutturale e la presenza di carichi legati all'utilizzo. In questo caso abbiamo:

$G_1 = 2,15 \text{ (CLS)} + 0,12 \text{ (lamiera)} = 2,27 \text{ kN/m}^2$   
 $G_2 = 1,50 \text{ kN/m}^2$   
 $Q = 2,00 \text{ kN/m}^2$

Consideriamo la combinazione di carichi allo SLU:

$P_{Ed,SLU} = \gamma_{G1} G_1 + \gamma_{G2} G_2 + \gamma_Q Q = 1,3 \cdot 2,27 + 1,5 \cdot 1,50 + 1,5 \cdot 2,00 = 8,20 \text{ kN/m}^2$

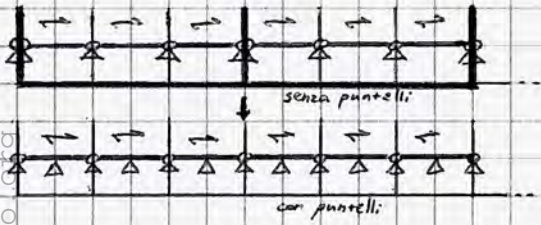
Per utilizzare le tabelle fornite dal produttore è necessario calcolare la portanza del solaio  $= P_{Ed,SLU} - \gamma_{G1} G_1 = 5,45 \text{ kN/m}^2$ , valutando in base allo schema di riferimento e la luce tra gli appoggi la dimensione da considerare per l'elemento lamiera: lo schema di riferimento è la trave semplicemente appoggiata, la luce è di 2m, l'altezza dell'elemento di 110mm; si ottiene un carico resistente  $P_{rd,SLU} = 16,80 \text{ kN/m}^2$ .

Ne segue che  $P_{Ed,SLU}/P_{rd,SLU} = 5,45/16,80 = 0,32 < 1 \Rightarrow$  OK

Osservazione: in fase 1 il rapporto tra domanda (Ed) e capacità (Rd) è 0,71;  
 in fase 2 il rapporto tra domanda (Ed) e capacità (Rd) è 0,32.

Ne segue che in questo caso la fase 2 condiziona sensibilmente il progetto, pur essendo una fase transitoria: gli elementi vengono dimensionati principalmente per la fase intermedia!

Nel caso in cui si voglia intervenire in merito (la lamiera ha dimensioni minori, ma il cantiere ha una durata maggiore!) si possono utilizzare dei puntelli, che riducono la luce libera nella fase di getto del CLS:



Luce senza puntelli: Fase 1 = 2,00m  
 Fase 2 = 2,00m

Luce con puntelli: Fase 1 = 1,00m  
 Fase 2 = 2,00m

Con i puntelli dunque si riduce il rapporto  $P_{Ed}/P_{rd}$  nella fase di realizzazione del solaio perché, riducendo le luci, ne aumenta la capacità: si tende ad una resistenza simile a quella della fase 2. Nel nostro caso, il progetto non prevede l'uso di puntelli.

Nella fase conclusiva del progetto strutturale di edifici in acciaio si definiscono e studiano i particolari costruttivi, riportati nel manuale del produttore. In questo esercizio ci soffermiamo sull'armatura di ripartizione  $A_t$ ; si ha che  $A_t = 0,9\% A_{cls}$  se sono presenti i puntelli e  $A_t = 0,2\% A_{cls}$  se non sono presenti puntelli, con  $A_t$  = area occupata dal ferro e  $A_{cls}$  = area del CLS.

$S_s$  = spessore soletta

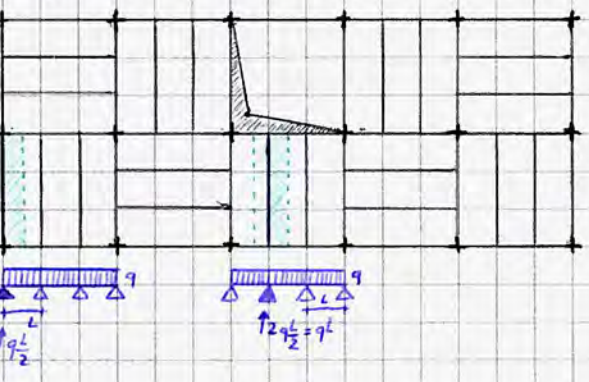
La tabella del produttore riporta:

$S_s$	$A_t$ (0,2%)
45	
55	1,10 cm <sup>2</sup> /m
65	

Da cui si ricava che:  $1,10 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \phi 6/15 \times 15 \text{ cm}$  (piccola!)

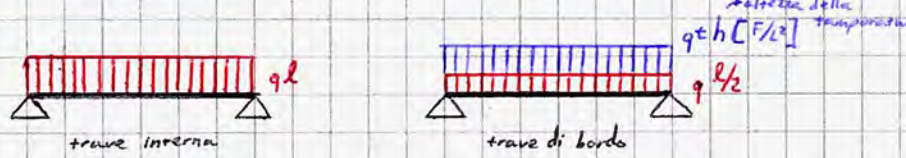
### ③ Progettazione di Travi Secondarie

Supponiamo di ordinare a scacchiera la planimetria fissata in precedenza.



Come è noto, si definisce trave secondaria una trave che porta come unico carico dovuto ad elementi strutturali quello del solaio.

Nella figura a fianco sono rappresentate le aree d'influenza (aree in cui si concentrano tutti i carichi portati dalla trave nell'ipotesi di semplice appoggio) di due travi secondarie; considerando il solo carico dovuto al solaio si osserva che la trave interna è più sollecitata rispetto alla trave di bordo, sulla quale però insiste direttamente la tamponatura esterna (carico uniformemente ripartito):



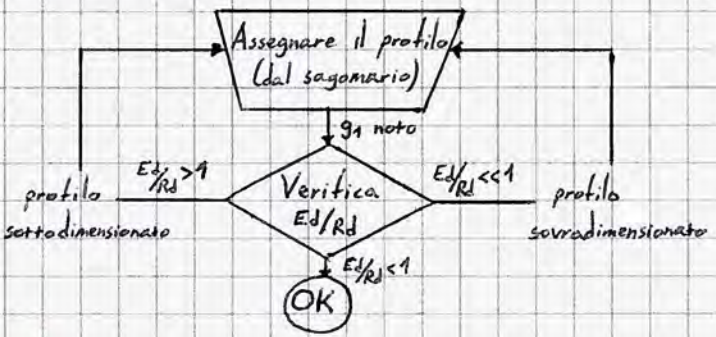
Consideriamo ai fini dell'esercizio una trave interna: ogni metro lineare di trave resiste ad un carico di  $1m \cdot q_b$ , anche esso uniformemente distribuito.

Nelle strutture in acciaio i vincoli sono sempre di semplice individuazione: essendo costituito da un collegamento a squadretta, è elementare riconoscere che il nodo trave secondaria - trave principale costituisce un vincolo cerniera, dunque ci si riconduce allo schema della trave semplicemente appoggiata.

Valutiamo i carichi agenti sulla trave secondaria interna:

- $G_1 \text{ solaio} = 2,27 \text{ kN/m}^2$
- $G_2 = 1,50 \text{ kN/m}^2$
- $q = 2,00 \text{ kN/m}^2$
- $g_1 = ?$  peso proprio della trave secondaria

Nuovamente,  $g_1$  risulta incognito; è necessario attuare un procedimento iterativo che, per ogni applicazione, segue il seguente diagramma:



Il procedimento si attua più volte a parità di profilo: ad esempio, allo SLU si effettuano verifiche di:

- flessione
- taglio
- flessione + taglio
- stabilità

La condizione  $Ed/Rd \ll 1$  costituisce sovradimensionamento unicamente nel caso in cui il maggiore dei valori ottenuti dalle verifiche (flessione, taglio, flessione + taglio, ...) è  $\ll 1$ : non sempre è possibile ottimizzare una struttura a tal punto da avere elementi strutturali in grado di operare in maniera ottimale, con  $Ed/Rd \ll 1$  in ogni verifica; il problema verte dunque sull'ottimizzazione.

Fissiamo il profilo IPE 270; dal sagomario si ricava che:

- peso: 36,1 kg/m
- classe del profilo: 1 (flessione)
- $W_{pl} = 484 \text{ cm}^3$  (modulo plastico)
- $A_v = 22,14 \text{ cm}^2$  (area resistente a taglio)
- $I = 5789,8 \text{ cm}^4$  (intorno all'asse forte)

I profili sono divisibili in 4 classi rispetto al loro comportamento strutturale; varia la loro resistenza a flessione e la dinamica di rottura; la classe dunque informa la formula da impiegare per il calcolo della resistenza a flessione.

Studiamo le combinazioni di carico:

SLU:  $\gamma_{G1} G_1 + \gamma_{G2} G_2 + \gamma_{Q1} Q$

$G_1 = 0,361 \text{ kN/m} + 2,27 \text{ kN/m}^2 \cdot 2,00 \text{ m} = 4,90 \text{ kN/m}$

SLS:  $G_1 + G_2 + Q$

$G_2 = 1,50 \text{ kN/m}^2 \cdot 2,00 \text{ m} = 3,00 \text{ kN/m}$

$Q = 2,00 \text{ kN/m}^2 \cdot 2,00 \text{ m} = 4,00 \text{ kN/m}$

Si ha dunque che:

$$P_{Ed, SLU} = 1,3 \cdot 4,90 + 1,5 \cdot 3,00 + 1,5 \cdot 4,00 = 16,9 \text{ kN/m}$$

$$P_{Ed, SLS} = \begin{cases} g_{Ed, SLS} = 4,90 + 3,00 = 7,90 \text{ kN/m} \\ q_{Ed, SLS} = 4,00 \text{ kN/m} \end{cases}$$

⚠ conviene tenere separati i contributi legati a  $G_2$  e  $q$  per il procedimento di verifica imposto dalla norma.

Effettuiamo ora le verifiche:

• SLU per flessione: si verifica la risposta della trave a flessione; lo schema è quello di una trave semplicemente appoggiata soggetta al carico uniforme  $P_{Ed, SLU}$  per una luce  $L = 6,00 \text{ m}$ .



① Si cerca il momento agente  $M_{Ed} = M_{MAX}$ , che sappiamo essere nel generico schema notevole pari a  $qL^2/8$ :

$$M_{Ed} = \frac{P_{Ed, SLU} \cdot L^2}{8} = \frac{16,9 \cdot 6^2}{8} = 76,1 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

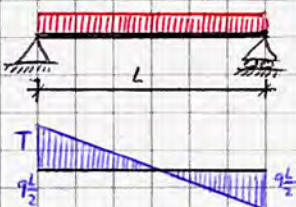
$$M_{Rd} = M_{C, Rd} \text{ Classe 1} = \frac{W_{pl} \cdot f_{yk}}{\gamma_{Mo}} = \frac{484 \cdot 275 \cdot 10^{-3}}{1,05} = 126,8 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

*parametro geometrico (dipende dalla sezione)* → *tensione di snervamento caratteristica*  
*cross section (dipende dalla sezione!)* ← *coefficiente di sicurezza (destato dalla norma)*

la resistenza a flessione dipende solo dalla sezione!

$$\frac{E_d}{R_d} = \frac{M_{Ed}}{M_{Rd}} = 0,60 < 1 \text{ OK}$$

• SLU a taglio: il procedimento è analogo, si considerano i valori del taglio ricavati da schemi notevoli.



$$P_{Ed, SLU} = 16,9 \text{ kN/m}$$

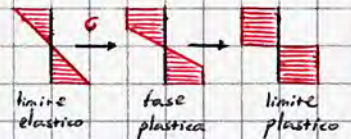
$$V_{Ed} = \frac{qL}{2} = \frac{P_{Ed, SLU} \cdot L}{2} = \frac{16,9 \cdot 6}{2} = 50,7 \text{ kN}$$

$$V_{Rd} = \frac{A_v \cdot f_{yk} / \sqrt{3}}{\gamma_{Mo}} = \frac{22,14 \cdot 277}{1,05} = 334,7 \text{ kN}$$

*parametro geometrico* → *parametro meccanico*  
*tensione resistente a Taglio (Hencky von Mises)*

$$\frac{E_d}{R_d} = \frac{V_{Ed}}{V_{Rd}} = \frac{50,7}{334,7} = 0,15 < 1$$

**I** il momento implica una distribuzione di  $G$  simmetrica rispetto ad esso. La  $\sigma_{max} \stackrel{def}{=} M/W_{el}$ , con  $W_{el}$  modulo elastico, da cui è possibile calcolare il valore del momento al limite elastico:  $M_{el} = W_{el} \cdot f_{yk}$ . Se il momento aumenta oltre il limite elastico, la sezione entra in campo plastico e le aree terminali si plasticizzano, determinando una distribuzione di  $G$  che evolve fino al limite plastico, in cui il momento al limite plastico è pari a  $M_{pl} = W_{pl} \cdot f_{yk}$  per travi di classe 1 e a  $W_{el} \cdot f_{yk}$  per travi di classe 3, in cui si ha rottura prima di entrare in campo plastico.



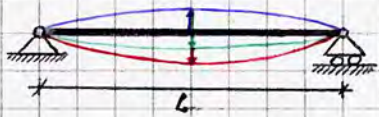
Sarebbe ora necessario calcolare lo SLU a flessione e taglio insieme; in realtà si osserva che dove il taglio è massimo [nullo], il momento è nullo [massimo], dunque detto calcolo non incide sulla verifica; nelle travi principali non sarà possibile effettuare detta approssimazione.

• Verifica di stabilità: essendo la trave inflessa, è necessario effettuare una verifica per instabilità latero-torsionale: essendo in flessione, la sezione trasversale in mezz'aria della trave si abbassa; ciò può determinare una condizione di instabilità perché la zona compressa della sezione può determinare un brusco allungamento della deformata ottenuta per la sollecitazione principale in virtù della snellezza dell'elemento; il fenomeno non avviene nel caso di elementi tesi.

La parte tesa della sezione tende ad equilibrare detto allungamento, di cui il termine di deformazione latero-torsionale (il baricentro si sposta lateralmente) torsionale (la trave torce). Solitamente detta verifica non si effettua su travi secondarie: poiché portano unicamente il carico dei solai esse non tendono ad assumere detto comportamento.



• Verifica allo SLS → deformabilità



↑  $\Delta_c$ , detta premona; è una deformata permanente "al contrario" la cui freccia è detta, per l'appunto, premona. Essa contribuisce a sopportare i carichi.

↓ deformata effettiva dopo i carichi  $G \rightarrow \delta_1$

↓ deformata effettiva dopo i carichi  $Q \rightarrow \delta_2$

Da detta osservazione risulta evidente come mai sia necessario separare l'apporto dei carichi allo SLS: se agiscono  $G$  e  $Q$  contemporaneamente si considera  $\delta_{max} = \delta_1 + \delta_2 - \Delta_c$ , verificando che  $\delta_{max}/L \leq 1/250$ .

Se invece si considera unicamente l'azione  $Q$  occorre verificare che  $\delta_2/L \leq 1/300$ .

$$\delta_G = \frac{5}{384} \frac{q L^4}{EI} = \frac{5}{384} \frac{7,90 \cdot 6,00^4}{210000 \cdot 5789,8} \cdot 10^8 = 11,0 \text{ mm}$$

inflessione in mezzaria

$$\delta_G + \delta_Q = 11,0 + 5,6 = 16,6 \text{ mm}$$

$$\delta_Q = \frac{5}{384} \cdot \frac{4,0 \cdot 6^4}{210000 \cdot 5789,8} \cdot 10^8 = 5,6 \text{ mm}$$

Verifica 1:  $\frac{\delta_{max}/L}{1/250} = \frac{16,6/6000}{1/250} = 0,69 < 1 \text{ OK}$

è anch'esso un rapporto tra domanda e resistenza! (limite)

2:  $\frac{\delta_2/L}{1/300} = \frac{5,6/6000}{1/300} = 0,28 < 1 \text{ OK}$

Si osserva che il massimo rapporto ottenuto tra TUTTE le verifiche sulla trave è quello relativo alla  $\delta_{max}$ , superiore anche alla verifica allo SLU:

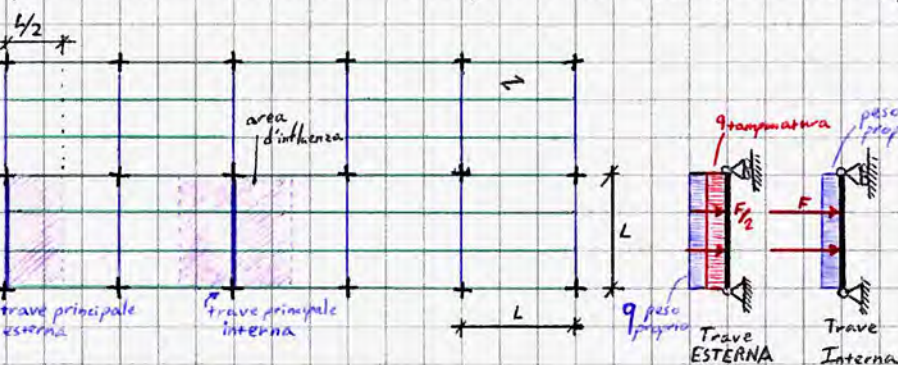
- $SLU_{fless} = 0,60$
- $SLU_{taglio} = 0,15$
- $\delta_{max} = 0,69$
- $\delta_2 = 0,28$

Un valore di  $\approx 0,70$  è accettabile, ma il rapporto si potrebbe ridurre ulteriormente: il caso ottimale della verifica di questo elemento prevede valori tra  $0,8 - 0,9$ : più le verifiche riguardano elementi importanti più conviene allontanarsi dall'unità nel rapporto  $Ed/Rd$ : in questo modo la struttura risente meno degli effetti; essa si dice robusta e resiste meglio ad eventuali anomalie.

#### ④ Progettazione di Travi Principali

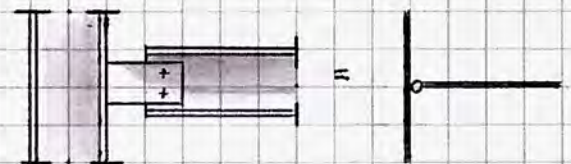
Consideriamo la soluzione con unica orditura lungo la dimensione prevalente della planimetria.

L'area d'influenza di una trave principale si costruisce tenendo conto del fatto che essa è soggetta ai carichi trasmessi dalle travi secondarie, dunque del solaio. Risulta evidente che l'area d'influenza di una trave principale interna è  $L \cdot L$ , mentre quella di una trave principale esterna è  $L \cdot L/2$ . Allo stesso modo di quanto osservato nelle travi secondarie però la trave principale esterna supporta anche il peso della trappanatura esterna.

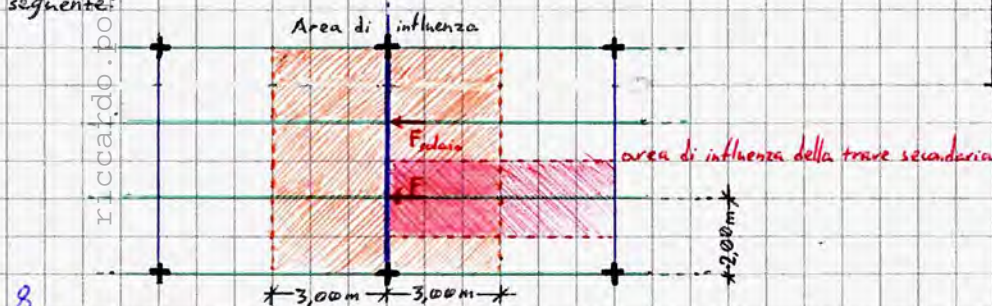


In questa specifica condizione, si osserva che i carichi puntuali applicati dalle travi secondarie sulle travi principali risultano dimezzati sulla trave di bordo. In generale ciò non è garantito, ma i carichi puntuali dovuti alle travi secondarie hanno sempre entità minore sulle travi esterne.

Per individuare efficacemente lo schema strutturale della trave occorre identificarne i vincoli attraverso una analisi dei nodi. Studiando il nodo trave-colonna, si osserva facilmente che la condizione di vincolo permette di ricondursi allo schema di trave semplicemente appoggiata:



Come nel caso precedente, in questa esercitazione ci soffermiamo sul calcolo per la trave interna; in realtà va dimensionata anche la trave esterna. Per meglio comprendere l'analisi dei carichi, si osservi lo schema seguente:





Effettuiamo dunque l'analisi dei carichi:

Essendo le  $F$  sollecitazioni puntuali, occorre scrivere gli appoggi nella unità di misura opportuna.

$$G_1 \text{ solaio} = 2,27 \text{ kN/m}^2 (6,00 \text{ m} \cdot 2,00 \text{ m}) = 27,2 \text{ kN}$$

$$G_1 \text{ trave II} = 0,367 \cdot 6,00 \text{ m} = 2,2 \text{ kN}$$

$$G_2 \text{ solaio} = 1,50 \text{ kN/m}^2 \cdot 2,00 \text{ m} \cdot 6,00 \text{ m} = 18,0 \text{ kN}$$

$$Q \text{ solaio} = 2,00 \text{ kN/m}^2 \cdot 2,00 \text{ m} \cdot 6,00 \text{ m} = 24,0 \text{ kN}$$

$$q [g_1 = ? \text{ IPE } 300] = 0,491 \text{ kN/m}$$

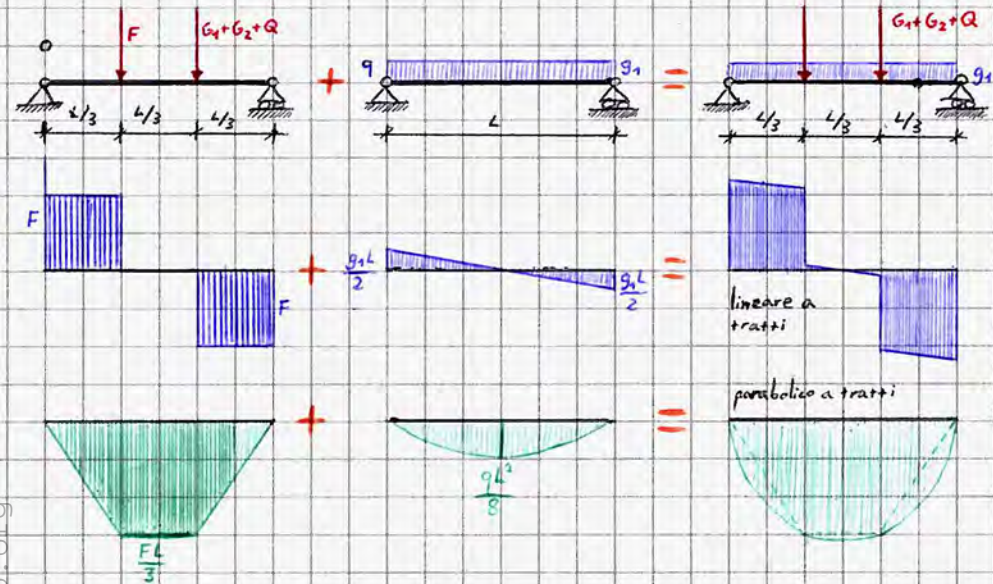
Nuovamente, il peso proprio dell'elemento preso in esame è incognito. Ipoteizziamo di adottare un profilo IPE 300, le cui proprietà sono riportate di seguito tenendo conto dell'imminente verifica di stabilità latero-torsionale.



- Peso:  $49,1 \text{ kg/m} = 0,491 \text{ kN/m}$
- Classe 1 a flessione
- $W_{pl} = 804,3 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$
- $A_v = 30,8 \cdot 10^2 \text{ mm}^2$
- $I_y = 11770 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$
- $I_z = 788,1 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$
- $I_t = 28,2 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$  momento d'inerzia torsionale
- $I_w = 199 \cdot 10^9 \text{ mm}^6$  momento d'inerzia settoriale

verifica di stabilità latero-torsionale

Studiamo ora lo schema strutturale della trave; in particolare, consideriamo i diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione applicando il principio di sovrapposizione degli effetti. Come osserveremo, essendo  $F \gg ql$ , il diagramma sarà pressoché coincidente con quello indotto dai carichi concentrati, con una lieve variazione dovuta al peso proprio.



Si osserva dalla costruzione dei diagrammi a funzo che una trave caricata [non] simmetricamente implica un andamento del taglio emisimmetrico [simmetrico] e un andamento del momento simmetrico [emisimmetrico]. Poiché prevalgono le forze concentrate, i diagrammi effettivi sono molto più simili al primo caso analizzato; sulle travi di bordo invece il contributo dei carichi distribuiti è più importante.

riccardo.polignoro.org

Effettuiamo l'analisi strutturale contemporaneamente alle verifiche:

Verifica allo SLU

Verifica alla SLS

- flessione
- taglio
- flessione + taglio
- stabilità

- deformabilità

**SLU** • Flessione

$$M_{Ed} = \frac{FL}{3} + q \frac{L^2}{8} \stackrel{SLU}{=} \frac{\gamma_{G1} G_1 + \gamma_{G2} G_2 + \gamma_{Q1} Q_1}{3} \cdot 6,00 + \frac{\gamma_{G1} q_1}{8} \cdot (6,00)^2$$

$$M_{Ed} = (202,4 + 2,9) \text{ kN}\cdot\text{m} = 205,3 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

è evidente quanto il contributo dovuto al peso proprio sia minimo!

$$M_{Rd} = M_{c,Rd} = \frac{W_{pl} f_{yk}}{\gamma_{Mo}} = \frac{804,3 \cdot 275 \cdot 10^{-3}}{1,05} = 210,7 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{Rd}} = \frac{205,3}{210,7} = 0,97 \text{ OK}$$

la verifica è superata, ma alla SLU la trave lavora al 97% della propria capacità!

• Taglio

$$T_{Ed} = F + q \frac{L}{2} \stackrel{SLU}{=} (1,3 \cdot 29,4 + 1,5 \cdot 18,0 + 1,5 \cdot 24,0) + (1,3 \cdot 0,491 \cdot \frac{6,00}{2}) = (101,2 + 1,9) \text{ kN} = 103,1 \text{ kN}$$

$$T_{Rd} = T_{c,Rd} = \frac{A_v \cdot f_{yk} / \sqrt{3}}{\gamma_{Mo}} = \frac{30,8 \cdot 275 / \sqrt{3}}{1,05} \cdot 10^{-1} = 477,2 \text{ kN}$$

nuovamente, il contributo di  $q_1$  è minimo.

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd}} = \frac{103,1}{477,2} = 0,22 \ll 1 \text{ OK}$$

• Flessione + Taglio: Nello schema a pagina precedente si osserva che esistono determinate sezioni in cui le caratteristiche di momento flettente e taglio sono entrambe di notevole entità: a  $L/3$  e  $(2/3)L$  infatti il taglio assume valore prossimo al proprio massimo e lo stesso dicasi per il momento; è dunque possibile che il taglio riduca la capacità di resistenza a flessione della trave.

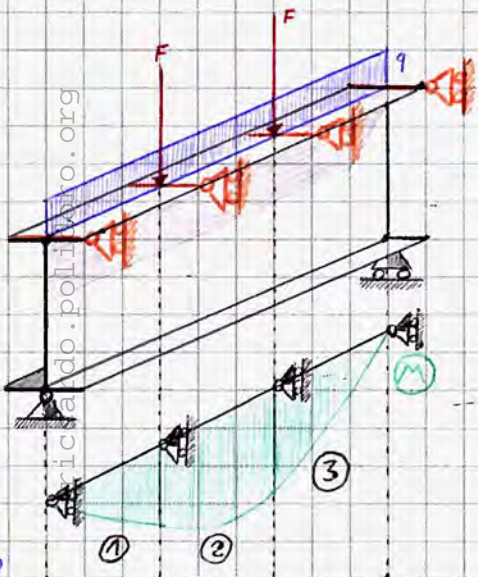
Per verificare detta condizione si considerano i valori ottenuti nella verifica a Taglio: in particolare, se  $T_{Ed} < T_{Rd}/2$  (nelle sezioni in cui il momento è presente, ovvero in cui si effettua la verifica) l'effetto del Taglio sulla resistenza a flessione è trascurabile.

Solitamente una simile verifica va attuata per travi tozze, che spesso richiedono un maggior approfondimento. La condizione appena esplicitata infatti equivale a richiedere che nella sezione presa in esame risulti  $T_{Ed}/T_{Rd} < 0,50$ .

Nel nostro caso, essendo  $T_{Ed}(L=1/3; 2/3) < T_{Ed,tot}$  avremo che  $T_{Ed}/T_{Rd} < 0,22 < 0,50$ , dunque non è necessaria approfondire ulteriormente la verifica.

• Stabilità Latero-Torsionale (perché la trave è un elemento inflesso)

È una verifica di membratura: non interessa la singola sezione di trave ma il suo intero sviluppo.



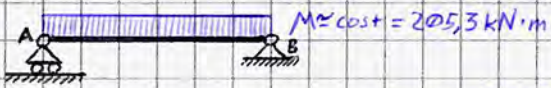
→ Vincoli laterali o ritegni: si considerano solo durante la verifica di instabilità, sono dovuti alla presenza di travi secondarie e colonne che si oppongono alla traslazione laterale delle sezioni su cui insistono.

Nel nostro caso ogni coppia di ritegni adiacenti stacca una lunghezza libera di inflessione sempre pari a  $L/3$ ; detti tratti coincidono con gli intervalli in cui può verificarsi un fenomeno di instabilità latero-torsionale.

Essendo i 3 tratti di pari lunghezza, attraverso deduzione è possibile semplificare e velocizzare la verifica: ① ≡ ③ poiché hanno la stessa forma del momento, e il tratto ② è quello in cui  $M$  è più gravoso.

Ne segue che è sufficiente considerare il tratto ② per la verifica; adottare uno schema di instabilità con carico uniformemente ripartito e pari a  $M_{MAX}$  a vantaggio di sicurezza; in questo modo è possibile applicare le formule di verifica di un carico lineare determinando al tempo stesso una verifica più stringente del necessario.

Tratto ②: Schema di instabilità



Verifica:  $\frac{M_{Ed}}{M_{Rd}} = \frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}}$

•  $M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot W_{pl} \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_{M1}}$   
resistenza a flessione  
norma  $\gamma_{M1}$   
buckling, distinto da c perché interessa la membratura

•  $\chi_{LT} = \frac{1}{f} \cdot \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2}}$   $\leq \begin{cases} 1,0 \\ \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \cdot \frac{1}{f} \end{cases}$

coefficiente riduttivo per instabilità latero-torsionale ( $\leq 1$ ): riduce la resistenza a flessione in funzione dell'instabilità.

•  $\phi_{LT} = 0,5 [1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \bar{\lambda}_{LT}^2]$

•  $\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_{pl} \cdot f_{yk}}{M_{CR}}} \sim \sqrt{\frac{\text{resistenza elastica (limite elastico)}}{\text{resistenza critica (limite plastico)}}$

snellezza normalizzata

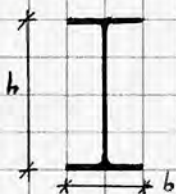
•  $M_{CR}$ : il suo calcolo dipende dalla sezione e dall'andamento del momento; alle volte può non avere formula chiusa. Nel caso di una sezione a doppio T con andamento lineare del momento si ha che:

$$M_{CR} = \frac{\Psi \pi^2 \sqrt{EI_z \cdot GI_t}}{L_{CR}} \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{L_{CR}}\right)^2 \frac{EI_w}{GI_t}}$$

Ricordiamo dalla teoria Euleroiana che  $N_{CR} = (\pi^2 EI) / (L_{CR})^2$ ; il calcolo era sempre possibile noto  $I$ !

•  $\Psi$ : è il parametro dipendente dalla forma del momento flettente. Nel caso di un andamento lineare si ha:

$$\Psi = 1,75 - 1,05 \frac{M_B}{M_A} + 0,3 \left(\frac{M_B}{M_A}\right)^2 = 1 \quad (M_B = M_A, \text{ sono i momenti all'estremità dello schema})$$



Abbiamo ora tutti i dati per procedere nei calcoli, sapendo che:

•  $\alpha_{LT}$ : coefficiente di perfezione, dipende dal tipo di profilo e dal rapporto  $h/b$ ; nel nostro caso il profilo è laminato con  $h/b \leq 2$ , dunque  $\alpha_{LT} = 0,34$  e segue una curva di stabilità di tipo b.

•  $\bar{\lambda}_{LT,0}$ : è anch'essa funzione del tipo di profilo; essendo laminato  $\bar{\lambda}_{LT,0} = 0,4$

•  $\beta$ : anch'essa funzione del tipo di profilo; laminato  $\Rightarrow \beta = 0,75$ .

Per calcolare  $\chi_{LT}$  è necessaria ancora il coefficiente  $f$ , dipendente dalla distribuzione del momento:

$$f = 1 - 0,5 (1 - K_c) [1 - 2,0 (\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2] = 1$$

$\hookrightarrow M = cost \Rightarrow K_c = 1 \Rightarrow f = 1$

Procediamo dunque nel calcolo delle grandezze necessarie a ultimare la verifica:

$$M_{CR} = \frac{1}{2000} \sqrt{210000(788,1 \cdot 10^4) \cdot 81000 \cdot 28,2 \cdot 10^4} \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{2000}\right)^2 \frac{210000 \cdot 199 \cdot 10^9}{81000 \cdot 28,2 \cdot 10^4}} = 1682,8 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$\lambda_{LT} = \sqrt{\frac{804,3 \cdot 10^3 \cdot 275}{1682,8 \cdot 10^6}} = 0,36$$

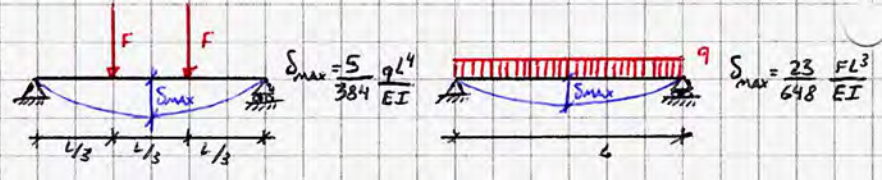
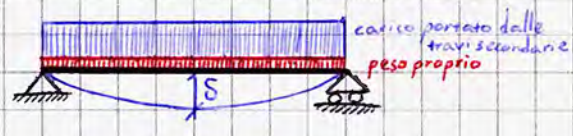
$$\phi_{LT} = 0,5 [1 + 0,34(0,36 - 0,4) + 0,75(0,36)^2] = 0,54$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{0,54 + \sqrt{0,54^2 - 1(0,75 \cdot 0,36^2)}} = 1,02 \leq \begin{cases} 1 \\ \frac{1}{0,36^2} \cdot \frac{1}{1} = 6,6 \end{cases} \Rightarrow \chi_{LT} = 1$$

Il risultato  $\chi_{LT} = 1$  implica che la resistenza flessionale NON si riduce per effetto dell'instabilità. Detta condizione era altresì deducibile tenendo conto della verifica a flessione: operando al 97% delle proprie capacità, se  $\chi_{LT}$  fosse stato di poco inferiore rispetto all'unità LA TRAVE NON SAREBBE VERIFICATA A FLESSIONE ALLO SLU!

**SLS** - Deformabilità: lo schema strutturale rispetto alle travi secondarie è logicamente differente:

Anche in questo caso il calcolo della freccia  $S$  si attua separatamente per i carichi di tipo  $G$  e i carichi di tipo  $Q$ ; si utilizzano i seguenti schemi notevoli:



$$S_G = \frac{23}{648} \frac{(29,4 \cdot 10^3 + 18,0 \cdot 10^3) \cdot (6000)^3}{210000 \cdot 11770 \cdot 10^4} + \frac{5}{384} \frac{0,491 \cdot (6000)^4}{210000 \cdot 11770 \cdot 10^4} = 15,0 \text{ mm} + 0,3 \text{ mm} = 15,3 \text{ mm}$$

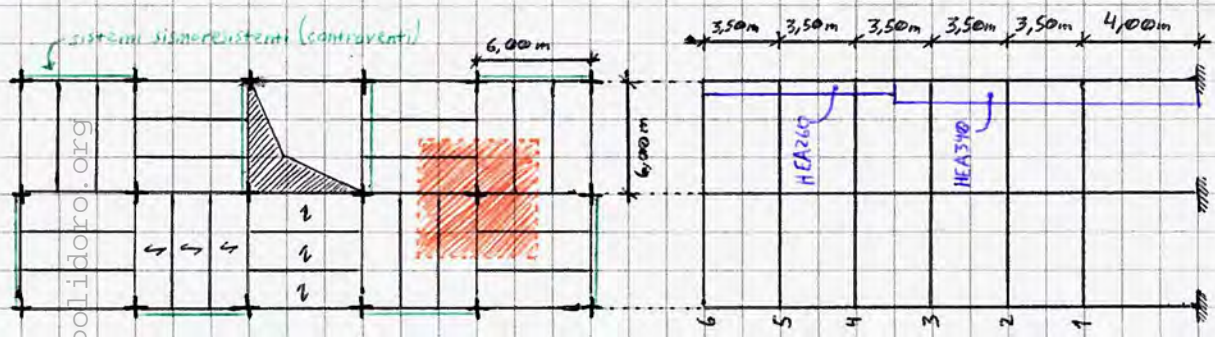
$$S_Q = \frac{23}{648} \frac{24,0 \cdot 10^3 \cdot (6000)^3}{210000 \cdot 11770 \cdot 10^4} = 7,4 \text{ mm} \quad \text{dev'ata alle side forze}$$

Verifiche di deformabilità:

$$1: \frac{Ed}{R_d} = \frac{S_{max}/L}{1/250} = \frac{(15,3 + 7,4)/6000}{1/250} = 0,93 < 1 \quad \text{OK}$$

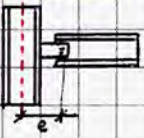
$$2: \frac{Ed}{R_d} = \frac{S_Q/L}{1/300} = \frac{7,4/6000}{1/300} = 0,40 < 1 \quad \text{OK}$$

### 5) Progettazione di Colonne

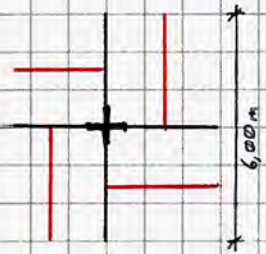


Consideriamo nuovamente l'ipotesi di orditura a scacchiera, in cui sono anche previsti sistemi controventanti. Si osserva che tutte le colonne tranne 2 sono interessate da detti sistemi; ne segue che solo in queste colonne i calcoli effettuati per la sola struttura pendolare sono rigorosi; negli altri casi sarà necessario effettuare calcoli ulteriori che tengano conto della partecipazione della colonna ad un sistema controventante. In questa fase dunque opereremo su una delle colonne non interessate dai detti fenomeni la cui area d'influenza è rappresentata in figura.

**Osservazione:** Nei collegamenti reali esiste eccentricità tra l'asse della colonna e il punto su cui la trave scarica; propri carichi su di essa; detta distanza viene ritenuta trascurabile in maniera tale da effettuare calcoli sul solo sforzo normale centrale.



Riportiamo di seguito un ingrandimento dell'area d'influenza per i passaggi imminenti, ipotizzando una distribuzione egua di travi principali e secondarie, e di conseguenza le sezioni ad esse relative (valutate in precedenza). Effettuiamo di conseguenza un'ipotesi sulla sezione della colonna: essendo l'edificio di altezza maggiore di 12m (misura massima di un elemento costruttivo standard per esigenze di trasporto) e poiché il carico aumenta al diminuire del livello di piano considerato, è logico considerare due sezioni differenti "tagliando" la colonna tra terzo e quarto ordine, come schematizzato nella sezione a pagina precedente. Ipotizziamo dunque le seguenti sezioni:



HEA 260: peso 0,68 kN/m ; HEA 340: peso 1,05 kN/m

**travi IPE** La scelta tra i due profili è differente per gli elementi strutturali in virtù della inerzia; le travi devono resistere principalmente al momento flettente in un unico piano, dunque richiedono un'inerzia prevalente; le colonne invece devono resistere ad un'instabilità lungo entrambi gli assi. Le sezioni HE hanno delle inerzie confrontabili, dunque sono evidentemente più adatte delle IPE per questo scopo. Idealmente, si ricercano profili con inerzie uguali come scatolari quadrati o profili circolari o, in altri casi, a croce austriaca

Essendo lo schema statico ormai noto (come intuibile dallo schema a pagina precedente: si ha una cerniera in corrispondenza di ogni nodo), possiamo procedere nell'analisi dei carichi.

Ciò avviene tipicamente per strutture particolarmente sollecitate; nel caso di strutture semplici in contesti meno drammatici le HE lavorano egregiamente.

Nel caso delle colonne può essere particolarmente significativo l'approccio tabellare, che permette di valutare il contributo dei vari carichi ad ogni livello della struttura. Essendo il caso in esame particolarmente semplice, nelle tabelle risulteranno molti casi con valori coincidenti; la massima efficacia del metodo si osserva nel caso di geometrie e pacchetti differenti.

Le voci  $G_i$  e  $A_i/L_i$  (Area/Lunghezza d'influenza), moltiplicate tra loro, restituiscono la voce  $N_{G_i}$ . L'ultima colonna riporta la sommatoria di  $N_{G_i}$  sul piano in esame: include tutti gli apporti della riga sommati al carico trasportato dai livelli superiori.

Tabella di  $G_1$

Piano	Solaio			Trave Secondaria			Trave Principale			Colonna			$\Sigma N_{G_i}$
	$G_i$	$A_i (m^2)$	$N_{G_i}$	$G_i$	$L_i (m)$	$N_{G_i}$	$G_i$	$L_i (m)$	$N_{G_i}$	$G_i$	$L_i (m)$	$N_{G_i}$	
6	2,27	36	81,7	0,36	12,00	4,3	0,49	12,00	5,9	0,68	3,5	2,4	94,3
5	2,87	36	81,7	0,36	12,00	4,3	0,49	12,00	5,9	0,68	3,5	2,4	188,6
4	2,87	36	81,7	0,36	12,00	4,3	0,49	12,00	5,9	0,68	3,5	2,4	282,9
3	2,87	36	81,7	0,36	12,00	4,3	0,49	12,00	5,9	1,05	3,5	3,7	378,5
2	2,87	36	81,7	0,36	12,00	4,3	0,49	12,00	5,9	1,05	3,5	3,7	474,1
1	2,27	36	81,7	0,36	12,00	4,3	0,49	12,00	5,9	1,05	4,0	4,2	570,2

*Handwritten notes on the table:*  
 - Above the table:  $4 \times 3,00m$  (vedi area infl.)  
 - Above the column section: interciproco  
 - Between rows 3 and 4: HEA 260 / HEA 340  
 - Between rows 2 and 3:  $\downarrow$   
 - Between rows 1 and 2:  $\downarrow$   
 - At the bottom right: a vantaggio di sicurezza si considera la HE 340 su tutto l'interciproco: semplifica i calcoli

Nella tabella di  $G_2$ , alla pagina successiva, considereremo i soli carichi dovuti al solaio: travi e colonne non portano alcun carico  $G_2$ , salvo se sono elementi di bordo: in questo caso occorre riportare il peso della tamponatura esterna.

La situazione è analoga per la tabella di  $Q_i$ ; per completezza riportiamo tabelle generiche, in cui i carichi assenti verranno indicati in virtù della loro assenza dall'area d'influenza.

## Tabella di $G_z$

Piano	Solaio			Tamponatura			$\Sigma N_{Gi}$ (kN)
	$G_i$	$A_i$	$N_{Gi}$	$G_i$	$A_i$	$N_{Gi}$	
6	1,20	36	43,2	0	0	0	43,2
5	1,50	36	54,0	0	0	0	97,2
4	1,50	36	54,0	0	0	0	151,2
3	1,50	36	54,0	0	0	0	<u>205,2</u>
2	1,50	36	54,0	0	0	0	259,2
1	1,50	36	54,0	0	0	0	<u>313,2</u>

Essendo il solaio del 6° livello un solaio di copertura, logicamente è progettato per sopportare carichi minori. Nella tabella  $G_z$  abbiamo considerato la medesima tipologia costruttiva per tutti i livelli.

Dove la tamponatura è presente, si ha che:

- $G_i$  = peso della tamponatura
- $A_i = L_i \cdot \text{interpiano}$ , ad es.  $6,00 \cdot 3,50$

## Tabella di $Q$

Piano	$Q_{\text{residenziale}} = 2,00 \text{ kN/m}^2$		$Q_{\text{neve}} = 0,50 \text{ kN/m}^2$		$Q_{\text{scale}} = 4,00 \text{ kN/m}^2$		$\Sigma N_{QR}$	$\Sigma N_{QN}$	$\Sigma N_{QS}$
	$A_i$	$N_{Qi}$	$A_i$	$N_{Qi}$	$A_i$	$N_{Qi}$			
6	36	72	36	18,0	0	0	72	18,0	0
5	36	72	0	0	0	0	144	18,0	0
4	36	72	0	0	0	0	216	18,0	0
3	36	72	0	0	0	0	<u>288</u>	<u>18,0</u>	<u>0</u>
2	36	72	0	0	0	0	360	18,0	0
1	36	72	0	0	0	0	<u>432</u>	<u>18,0</u>	<u>0</u>

In questo caso la  $A_i$  della scala è nulla: la colonna non porta il carico della scala.

Supponendo che il solaio dell'ultimo livello sia praticabile, è lecito considerarci un pari  $Q_{\text{residenziale}}$

Si hanno dunque i seguenti carichi:

	Piede della colonna	3 livello
$N_{G1}$	570,2	378,5
$N_{G2}$	313,2	205,2
$N_{QR}$	432,0	288
$N_{QN}$	18,0	18,0
$N_{QS}$	0	0

Occorrerà effettuare due verifiche: una per la HE 260 al piede del terzo livello (a vantaggio di sicurezza si considera il carico dovuto all'intero interpiano) e una per la HE 340 alla base dell'edificio.

Solitamente, la verifica allo SLS non viene effettuata per colonne che lavorano a compressione: esse tendono ad avere una sezione moderatamente ampia in risposta all'instabilità, il che implica un'elevata rigidità assiale EA che implica che le deformazioni da sforzo normale sono trascurabili. Nel caso di "false colonne", che lavorano a trazione e dunque non sono soggette ad instabilità per tarze di compressione si possono dimensionare elementi con sezioni molto minori, in cui la verifica a SLS diviene necessaria.

Le verifiche allo SLU che saranno effettuate verteranno, come intuibile, su resistenza e instabilità. Essendo però presenti più carichi variabili, occorre studiare la combinazione di azioni migliore per la verifica: la norma prevede di selezionare un carico variabile "principale"; gli altri vengono considerati in base a un coefficiente di combinazione  $\psi$ , variabile in base al carico in esame e in base a parametri intrinseci al parametro stesso (per il carico da neve,  $\psi$  varia a seconda che ci si trovi in alta montagna o meno, ad esempio).

Logicamente, tra tutte le combinazioni possibili si seleziona quella che determina un carico maggiore.

Combinazioni di carichi alla SLU:

$\gamma_{G1} G_1 \quad \gamma_{G2} G_2 \quad \gamma_{Q1} Q_1 \quad \gamma_{Q2} Q_2 \quad \psi$  (coefficiente in montagna)

•  $Q_1 \equiv Q_R: 1,3 \cdot 570,2 + 1,5 \cdot 313,2 + 1,5 \cdot 432,0 + 1,5 \cdot 0,5 \cdot 18,0 = \dots = 1872,6 \text{ kN}$   $\ominus$  + graviosa.


•  $Q_2 \equiv Q_N: 1,3 \cdot 570,2 + 1,5 \cdot 313,2 + 1,5 \cdot 18,0 + 1,5 \cdot 0,7 \cdot 432 = \dots = 1691,7 \text{ kN}$   
 $\psi$  persone

Individuata la composizione di azioni più adatta, prima di procedere nelle verifiche vere e proprie la norma richiede una valutazione della snellezza massima dell'elemento, richiedendo in particolare  $\lambda_{MAX} \leq 200$ .

Ricordando che:

$$\lambda = \frac{\beta L}{\rho} \quad \begin{array}{l} \text{lunghezza di libera inflessione} \\ \text{raggio giratore d'inerzia} \end{array}$$

Si ha che  $\lambda_{MAX} = \frac{\beta_{MAX} L}{\rho_{min}}$  in generale è possibile avere inerzie e vincoli di più specie da dover considerare; esistono dunque differenti valori di snellezza in una struttura. In questo caso le condizioni di vincolo (e dunque  $\beta$ ) non variano nella struttura; variano invece le inerzie.



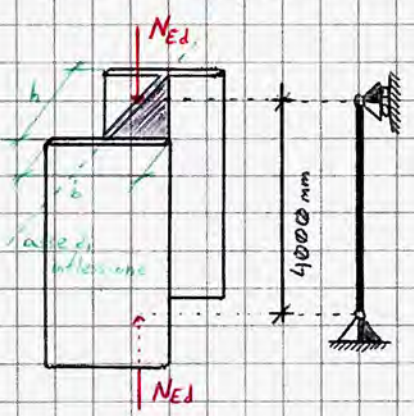
$\lambda_{MAX} = \frac{\beta L}{\rho_{min}} = \frac{1 \cdot 4000}{74,6} = 54 < 200 \text{ OK}$

$I_z > I_y$  La condizione  $\beta = \cos^2 = 1$ , tipica della trave semplicemente appoggiata, costituisce una schematizzazione del caso reale; essa è accettabile in strutture dal comportamento prossimo a quello di strutture a nodi fissi; essendo la struttura in esame opportunamente controventata l'assunto è verificato.



Verificata la snellezza è possibile effettuare le consuete verifiche alla SLU, che riguardano lo sforzo normale di compressione:

**SLU** • Compressione



Sappiamo che  $N_{Ed} = 1872,6 \text{ kN}$ ; nell'effettuare la verifica a compressione si osserva che essa incide sulla sola sezione trasversale:

$$N_{Rd} = N_{G,Rd} = \frac{A f_{yk}}{\gamma_{M0}} = \frac{133,5 \cdot 10^3 \text{ mm}^2 \cdot 275 \text{ MPa} \cdot 10^{-3}}{1,05} = 3496,4 \text{ kN}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0,54 < 1 \text{ OK}$$

Detta verifica è particolarmente efficace nel caso di ampi margini di sicurezza; a differenza delle verifiche a flessione - in cui l'instabilità latero-torsionale modifica di poco la condizione di pura flessione - l'instabilità dovuta a fenomeni di compressione incide marcatamente sulla resistenza dell'elemento:

• Instabilità: È anch'essa una verifica di membratura perché è dipendente dalla snellezza normalizzata (proprietà di membratura):

$N_{Ed} = 1872,6 \text{ kN}$

$$N_{Rd} = N_{b,Rd} = \frac{\chi \cdot A f_k}{\gamma_{M1}}$$

$\chi$   $N_{b,Rd}$ : da norma  $\gamma_{M1} = 1,05 = \gamma_{M0}$

Si osservi l'analogia di calcolo rispetto a  $M_{b,Rd}$ ; cambia la modularità di calcolo del coefficiente di riduzione  $\chi$ .

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 + \bar{\lambda}^2}} \leq 1 \quad \begin{array}{l} \phi = 0,5 [1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] \\ \bar{\lambda} = \frac{\text{resistenza al limite elastico}}{\sqrt{\text{resistenza critica euleriana}}} = \frac{A_{eff} f_{yk}}{\sqrt{\frac{\pi^2 E I_{min}}{(\beta L)^2}}} \end{array}$$

SEMPRE!  
 Normale (Eulero)

$$N_{kR} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 7436 \cdot 10^4}{(1 \cdot 4000)^2} \cdot 10^{-3} = 9632,5 \text{ kN}$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{133,5 \cdot 10^2 \cdot 275}{9632,5}} = 0,62$$

Analogamente al caso dell'instabilità latero-torsionale,  $\alpha$  è un coefficiente di imperfezione dipendente dal tipo di profilo (doppio T laminato), rapporto  $h/b$  ( $< 1,2$ ), asse di inflessione (asse debole), spessore della flangia ( $t_f < 100 \text{ mm}$ ) e tipo di acciaio (S275).

Nel nostro caso,  $\alpha = 0,49$  e corrisponde a una curva di instabilità di tipo C.

Avendo tutti i dati, è possibile calcolare  $\phi = 0,80$ . Ne segue che  $\chi = 0,76 \Rightarrow N_{b,Rd} = 2657,3 \text{ kN}$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0,70 < 1 \quad \text{si osservi come il margine si sia ridotto di circa il 20\%}$$

## ⑥ Progettazione dei Collegamenti

I collegamenti da considerare attualmente per il progetto sono di 4 specie; intervengono su altrettante tipologie di nodo. Nella pratica, sarà necessario progettare ciascuna delle seguenti tipologie; essendo però la logica applicativa simile nei vari casi - particolarmente tra la prima e la seconda condizione nell'elenco successivo - ci si limiterà ad una rappresentazione grafica dei nodi, risolvendo unicamente la connessione trave principale - trave secondaria.

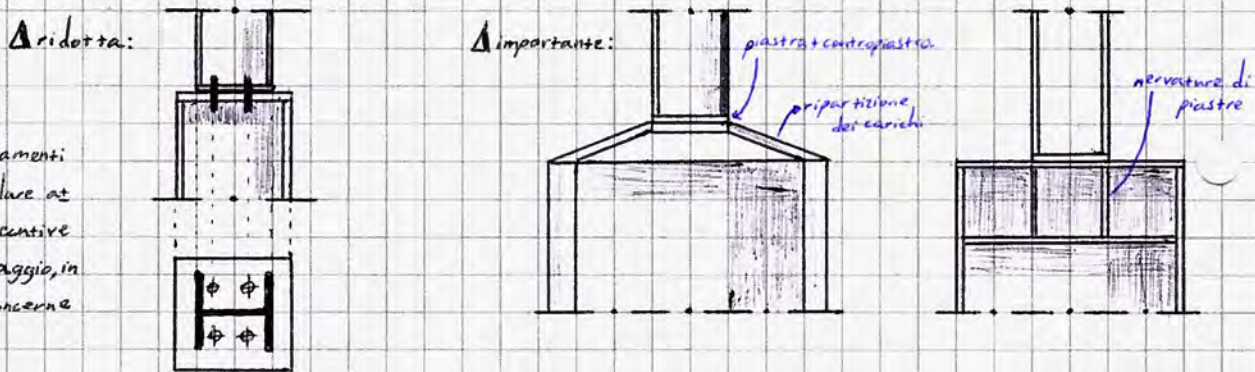
I collegamenti da considerare allo stato attuale sono:

- Trave secondaria - Trave principale
- Trave principale - Colonna
- Colonna - Colonna
- Colonna - Fondazione

elencati in ordine crescente di carico e nella direzione di trasmissione di dette azioni.

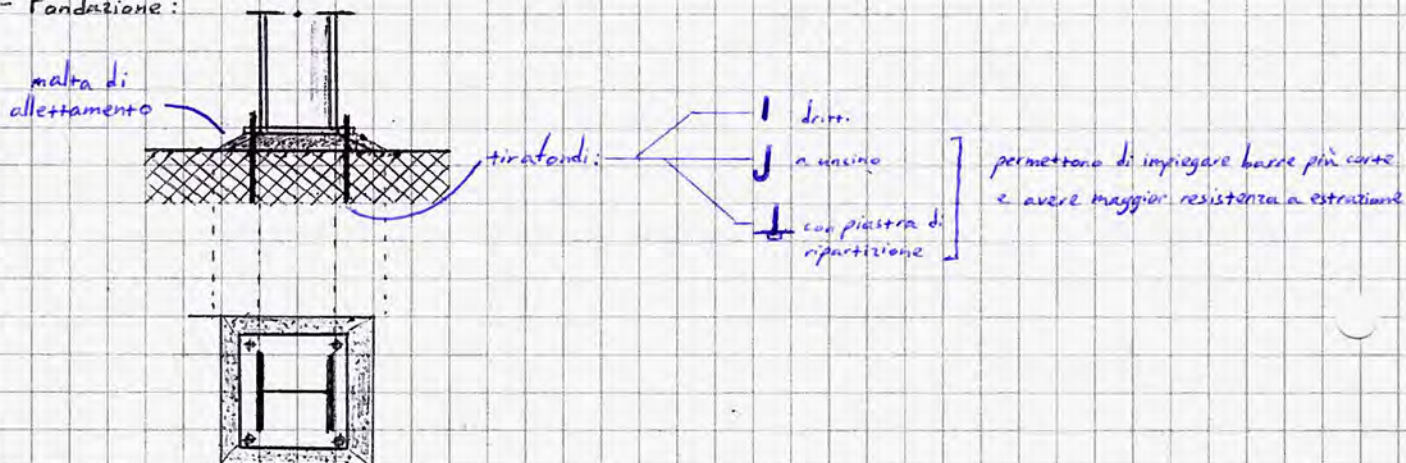
Studieremo il primo dei collegamenti suddetti; il secondo è del tutto analogo. A titolo esemplificativo, si rappresentano brevemente degli esempi dei restanti casi:

- Colonna - Colonna: si distinguono in due categorie a seconda dell'entità della variazione di sezione tra i due elementi:



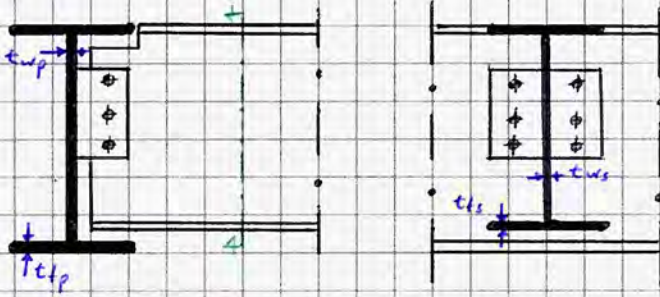
⚠ Nel progetto dei collegamenti bisogna prestare particolare attenzione alle modalità esecutive di realizzazione del serraggio, in particolare per ciò che concerne l'accessibilità.

- Colonna - Fondazione:





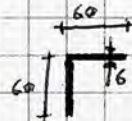
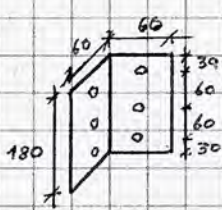
# Trave Secondaria - Trave Principale



p => principale	s => secondaria
IPE 300	IPE 270
H <sub>p</sub> = 300 mm	H <sub>s</sub> = 270 mm
B <sub>p</sub> = 150 mm	B <sub>s</sub> = 135 mm
t <sub>wp</sub> = 7,2 mm	t <sub>ws</sub> = 6,6 mm
t <sub>tp</sub> = 10,7 mm	t <sub>ts</sub> = 10,2 mm

Bulloni: Classe 10.9  
 $f_{yb} = 900 \text{ MPa}$  *snerciamento*  
 $f_{t,b} = 1000 \text{ MPa}$  *rottura*

Particolarmente importante è lo studio della geometria delle componenti che realizzano il collegamento a sghadretta. Iniziamo dalle sghadrette:



$d_o = 15 \text{ mm}$  diametro dei fori

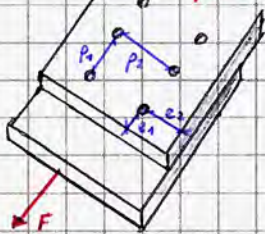
Studiamo dunque i bulloni: il loro diametro deve essere minore di  $d_o$  per garantire tolleranza; per diametri non troppo importanti si accetta una tolleranza di 1 mm.



$d = 14 \text{ mm}$

$A_{res} = 115 \text{ mm}^2$  (area resistente, tabellata)

Altra operazione di particolare rilievo è stabilire le distanze dei bulloni dai bordi e tra loro; la norma considera le seguenti distanze:



- $e_1$ : distanza dal bordo parallela alla direzione della forza
- $e_2$ : distanza dal bordo ortogonale alla direzione della forza
- $p_1$ : interasse parallelo alla direzione della forza
- $p_2$ : interasse ortogonale alla direzione della forza

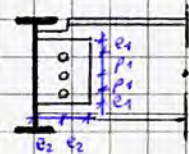
La norma appone dei limiti di minimo e di massimo su detti valori, in misura dipendente dal diametro: se una delle distanze è inferiore al valore minimo, il bordo della piastra influenza la risposta o i bulloni interferiscono tra loro; la distanza massima viene invece fissata perché un'eccessiva distanza tra bulloni implica un serraggio insufficiente delle piastre, rendendo l'area di contatto permeabile e favorendo di conseguenza fenomeni di condensa, accentuando la corrosione. In generale detti limiti variano a seconda dell'ambiente considerato e del tipo di acciaio impiegato; in questo caso si assume tutto come ordinario.

### limiti di minimo

$e_1 \geq 1,2 \cdot d_o = 18 \text{ mm}$   
 $e_2 \geq 1,2 \cdot d_o = 18 \text{ mm}$   
 $p_1 \geq 2,2 \cdot d_o = 33 \text{ mm}$

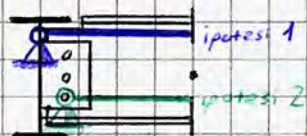
### limiti di massimo

$e_1 \text{ MAX} = 4t + 40 \text{ mm} = 64 \text{ mm}$   
 $p_1 \text{ MAX} = \min \left\{ \begin{array}{l} 14t = 84 \text{ mm} \\ 200 \text{ mm} \end{array} \right. \Rightarrow p_1 \text{ MAX} = 84 \text{ mm}$



Già perché, evidentemente, nel caso in esame la forza agente sulla piastra è verticale (per la trasmissione dei carichi dalla trave secondaria alla trave principale, che avviene come una reazione vincolare su un appoggio).

Nella valutazione dello schema strutturale può essere significativo valutare entrambe le ipotesi sul posizionamento del vincolo cerniera:



Come vedremo, in realtà ciò non comporta differenze significative nel calcolo.

Valutiamo la prima ipotesi, apponendo il vincolo cerniera sull'asse della trave principale. In tal caso, la reazione vincolare  $R = 50,7 \text{ kN}$  si esplicherà lungo detto asse. In particolare, nel punto in cui è fissata la cerniera. È ora necessario effettuare una verifica a taglio sui bulloni:



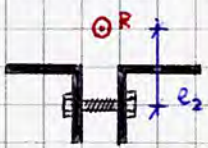
$$e_2 + \frac{t_{ws}}{2} \approx e_2$$

Si effettua un' approssimazione sulla valutazione delle due grandezze

$$e_2 + \frac{t_{wp}}{2} \approx e_2$$

La trasposizione della forza lungo l'asse dei bulloni viene effettuata con il metodo dell'equilibrio, che opera nelle ipotesi di comportamento rigido delle piastre e comportamento deformabile dei bulloni.

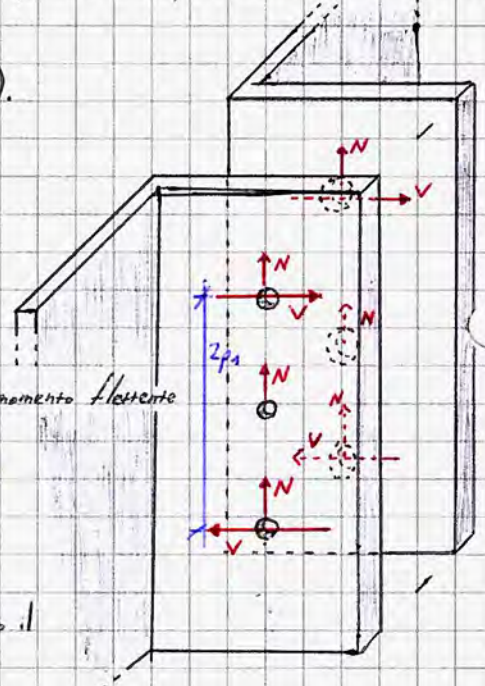
Essendo presenti 2 squadrette,  $R$  viene equamente distribuita su di esse ( $2R/2$ ). Consideriamo i bulloni dell'asse ①:



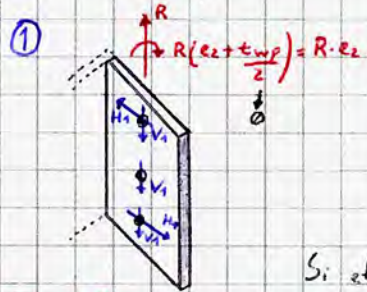
Sui bulloni agiscono le seguenti sollecitazioni:

•  $N = \frac{R}{6}$  sollecitazione di TAGLIO!  
 ↳ 6 bulloni assorbito R

•  $M = R \cdot e_2 \Rightarrow V = \frac{M}{2 \cdot 2p_1} = \frac{R \cdot e_2}{4p_1}$  dovuta al momento flettente  
 ↳ braccio della coppia di modulo V  
 ↳ il momento flettente è assorbito da entrambe le squadrette



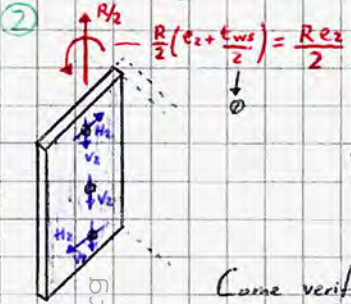
Le verifiche si effettuano riportando la forza nel baricentro della bulloneria, considerando il momento del trasporto:



non si divide la reazione perché viene assorbita da un'unica bulloneria (anche l'approccio precedente è corretto; si considererà però un diverso numero di sezioni di taglio rispetto ai passaggi successivi).

$$V_1 = \frac{R}{3} ; H_1 = \frac{(R \cdot e_2) \cdot 1}{p_1} ; F_1 = \sqrt{H_1^2 + V_1^2}$$

Si effettua la verifica a taglio rispetto ad  $F_1$ , sollecitazione di entità maggiore

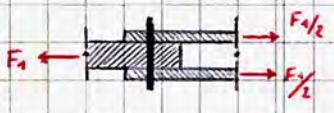


la reazione è divisa a metà perché in questo caso la reazione è ripartita sui due piattini connesso con la trave principale.

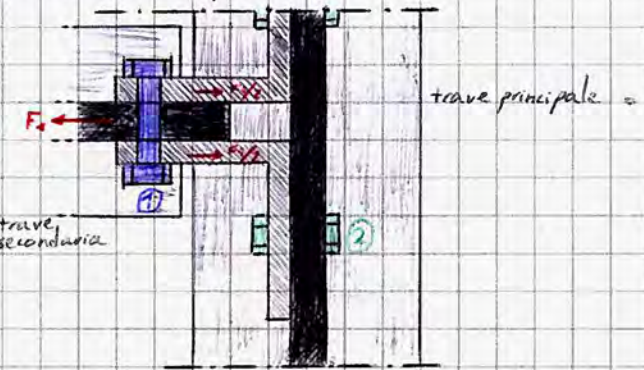
$$V_2 = \frac{R}{2} \cdot \frac{1}{3} ; H_2 = \left( \frac{R}{2} \cdot e_2 \right) \cdot \frac{1}{p_1} ; F_2 = \sqrt{H_2^2 + V_2^2}$$
 studiata per la verifica a taglio

Come verificabile dallo svolgimento dei calcoli, il carico più gravoso è  $F_1 = 21,1 \text{ kN}$ ; in base al carico suddetto vengono effettuate tutte le verifiche a taglio.

Tali verifiche vengono effettuate su uno schema strutturale di questo tipo:



Infatti:



Esistono tre possibili tipi di collasso nei collegamenti:

- Rottura a taglio del bullone (intuitivo);
- Ritallamento: ovalizzazione dei fori che consentono il collegamento;
- Rottura a trazione del piatto (rottura della sezione netta/sezione indebita) dei fori



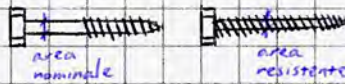
Decorre dunque calcolare le sollecitazioni resistenti nei tre meccanismi e considerare il caso con la minor resistenza (meccanismi di collasso in serie).

• Rottura a taglio: la forza resistente si calcola con la seguente formula:

$$F_{v,Rd} = \frac{\gamma_{M2} \cdot d \cdot n \cdot A_{res} \cdot f_{tb}}{\gamma_{M2}}$$

geometrico    meccanico  
coefficiente di sicurezza

$d$ : coefficiente dipendente dal tipo di bullone e dalla sua classe; è pari a 0,5 o 0,6, ovvero a circa  $1/\sqrt{3}$ ; il criterio di Hencky von Mises considera resistenza a trazione  $/\sqrt{3}$ ;  $d \approx 1/\sqrt{3}$  perché i bulloni sono elementi torsi e non travi.



le due tipologie di bullone

$A_{res}$ : area resistente, sostituibile con l'area nominale nel caso in cui si usi un bullone senza filettatura nell'ultimo tratto; in questo specifico caso consideriamo la condizione meno favorevole  $\Rightarrow A_{res} = 115 \text{ mm}^2$ .

$f_{tb}$ : resistenza a taglio del bullone. Classe 10.9  $\Rightarrow f_{tb} = 1000 \text{ MPa}$ .

$\gamma_{M2} = 1,25$  coefficiente di sicurezza sui collegamenti, più gravoso dei coefficienti visti finora poiché la rottura del collegamento è più fragile.

Effettuando i calcoli,  $F_{v,Rd} = 92,0 \text{ kN} \Rightarrow \frac{F_d}{F_{v,Rd}} = 0,09$

• Ritallamento: avviene nei piatti esterni o nell'anima della trave. In questo caso, poiché  $t_{ws} = 6,6 \text{ mm}$  e  $t_{squadretta}$  è uguale a  $6 \text{ mm}$  il ritallamento si verifica nell'anima della trave (la forza si ripartisce sulle 2 squa-drette  $\Rightarrow 12 \text{ mm} > 6,6 \text{ mm}$ )



$$F_{b,Rd} = \frac{f_{tk} \cdot d \cdot t \cdot k \cdot d}{\gamma_{M2}}$$

bearing (ritallamento)



$d$  e  $k$  aumentano all'aumentare di  $e_1, e_2, p_1, p_2$  rapportati a  $d$ : più c'è spazio libero, più si verifica il ritallamento.

$f_{tk}$  è la resistenza a rottura della trave: il gioco esistente tra foro e bullone implica l'applicazione di una pressione nella trasmissione che insiste su un'area inizialmente nulla (non essendovi contatto tra i due componenti), il che determina  $\sigma_0 = \infty$  e dunque un'istantanea plasticizzazione fino al contatto col bullone, la cui area laterale coincide con l'area resistente.

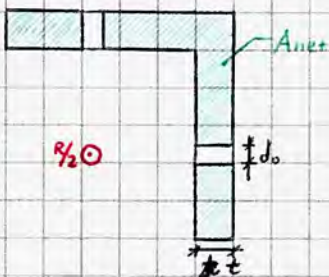
$d$  è il diametro del bullone.

$t$  è lo spessore della lastra in esame (anima/piatto della squadretta).

$f_{tk} = 430 \text{ MPa}; t = 6,6 \text{ mm}; d = 14 \text{ mm}; k = 2,5; \alpha = 0,67 \Rightarrow F_{b,Rd} = 53,2 \text{ kN}$

$\frac{F_1}{F_{b,Rd}} = 0,40$

• Verifica a trazione della lamiera:



Area netta =  $A_{\text{quadrata}} - 2 \cdot d \cdot t = 691 - 2 \cdot 15 \cdot 6 = 511 \text{ mm}^2$

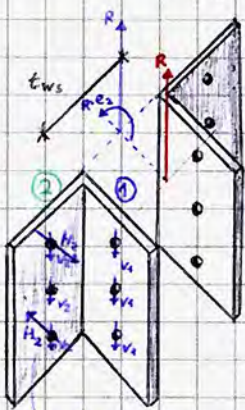
$F_{net,Rd} = \frac{0,9 \cdot A_{net} \cdot f_{tk}}{\gamma_{M_2}} = 158,2 \text{ kN}$   
coefficiente riduttivo costante

$\frac{F_1}{F_{net,Rd}} = 0,16$

Osservazioni: • Il ritollamento è il fenomeno più gravoso in questo progetto.

- Non tutti i meccanismi di collasso evolvono allo stesso modo: alcuni sono più duttili - il materiale si deforma plasticamente prima di collassare - di altri.
- Il fenomeno più fragile è la rottura a taglio del bullone, che si plasticizza poco prima di collassare: difatti è il meccanismo con il maggior vantaggio di sicurezza, essendo i sintomi del fenomeno poco visibili.
- Il progetto è ben proporzionato: il ritollamento è il fenomeno più duttile!

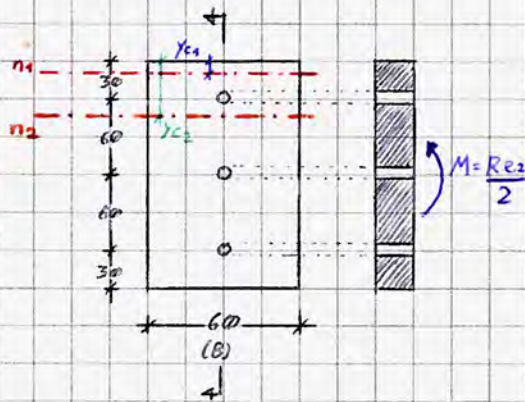
Consideriamo ora la seconda ipotesi sull'ubicazione di R (p. 17). Le formule sono le stesse viste in precedenza; si modificano però distanze e alcune giaciture.



Allineamento ①:  $V_1 = R \cdot \frac{1}{3} = \frac{R}{3} = 16,9 \text{ kN} \rightarrow$  sola verifica a taglio   
t. bullone, ritollamento, sezione netta

Allineamento ②:  $V_2 = \frac{R \cdot 1}{2} = \frac{R}{2} = 8,5 \text{ kN}$   
 $H_2 = \frac{R \cdot e_2}{2 \cdot p_2} = 6,3 \text{ kN}$    
 verifiche a   
t. bullone, ritollamento, sezione netta, trazione, taglio + trazione

le H in questa casua non lavorano a taglio: il momento del trasporco è un momento flettente!



In questo caso il piatto è sottoposto a flessione. Sappiamo che in questa tecnologia i bulloni resistono a trazione, mentre al piatto sono imputati gli sforzi di compressione. Per effettuare la verifica occorre procedere per tentativi, ipotizzando la posizione dell'asse neutro della sezione (la cui equazione è definita ponendo il momento statico pari a 0 rispetto all'asse stesso) e ricavando la  $y_c$ : se è conforme, la sua posizione è identificata così come i contributi della parte tesa.

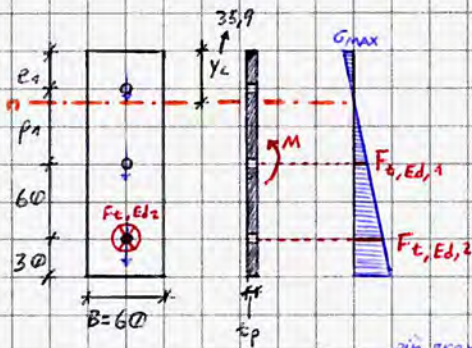
$S_{n_1} = \frac{B y_c^2}{2} - 3 A_{res} [(e_1 + 2p_1 - y_c) + (e_1 + p_1 - y_c) + (e_1 - y_c)] = 0 \Rightarrow y_c = 41,1 \text{ mm}$    
numero di barre resistenti a trazione  
ma  $y_c < 30 \text{ mm}$  per costruzione grafica  $\Rightarrow$  No

$S_{n_2} = \frac{B y_c^2}{2} - 2 A_{res} [(e_1 + 2p_1 - y_c) + (e_1 + p_1 - y_c)] = 0 \Rightarrow y_c = 35,9 \text{ mm} \Rightarrow 30 \text{ mm} < y_c < 90 \text{ mm}$  OK

Da cui è possibile calcolare l'inerzia della sezione (rispetto all'asse n):

$$I_{yc} = \frac{By_c^3}{3} + 2A_{res} [(e_1 + 2p_1 - y_c)^2 + (e_1 + p_1 - y_c)^2] = 459,3 \text{ cm}^4$$

Da cui è possibile calcolare lo  $\sigma$  di compressione massima e gli sforzi di trazione sui bulloni:



La  $G_{max}$  di contatto tra le lastre si ricava dalla formula di Navier:

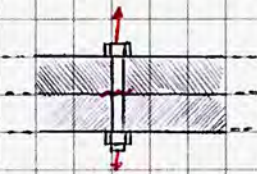
$$\sigma_{max} = \frac{M}{I_{yc}} y_c = \frac{1500 \cdot 35,9}{459,3} = 0,012 \frac{\text{kN}}{\text{mm}^2} = 12 \text{ MPa}$$

$$F_{t,Ed,2} = \left[ \frac{M}{I_{yc}} (e_1 + 2p_1 - y_c) \right] \cdot A_{res} = \frac{1500(30 + 2 \cdot 60 - 35,9)}{459,3} \cdot 115 = 4,3 \text{ kN}$$

più gravosa tra le due

Effettuiamo dunque le verifiche a trazione. Come per il taglio, è necessario analizzare tutti i possibili meccanismi di collasso per valutarne la resistenza: quello con resistenza minore è il più probabile. In questo caso, i possibili meccanismi di collasso sono 2:

• Rottura del bullone a trazione:

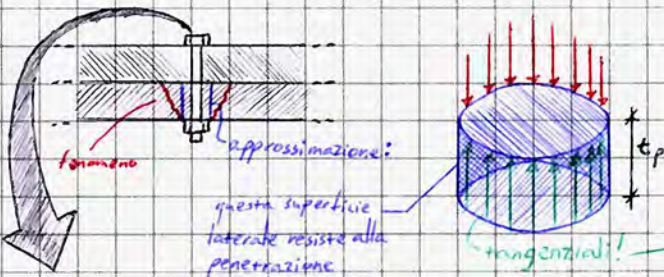


$$F_{t,Rd} = \frac{A_{res} \cdot f_{t,b} \cdot 0,9}{\gamma_{M2}} = \frac{0,9 \cdot 1000 \cdot 115}{1,25} = 82,8 \text{ kN}$$

costante per ogni prova a rottura

$$\frac{F_{Ed}}{F_{t,Rd}} = 0,05$$

• Puntamento: un elemento bidimensionale soggetto a una forza concentrata su un'area ridotta può subire un'insolazione in detto area. In questo caso, la testa o il dado del bullone possono penetrare nella lamiera.



$$B_{p,Rd} = \frac{d_m \pi t_p \cdot 0,6 \cdot f_{tk}}{\gamma_{M2}} = \frac{0,6 \pi \cdot 22 \cdot 430}{1,25} = 85,6$$

1/2 (Hencky/Mises) le tensioni superficiali infatti sono tangenziali!

$$\frac{F_{Ed}}{B_{p,Rd}} = 0,05$$

area in cui viene esercitata la sollecitazione, schematizzata con la circonferenza in verde (che identifica la sezione resistente)

Si osserva dunque come il fenomeno più duttile sia il puntamento (più facilmente visibile e con una grande escursione plastica rispetto al taglio del bullone); ne segue che in questo caso il nudo non è ben proporzionato: pur avendo resistenze simili, quella del fenomeno duttile è maggiore!

Per la verifica a taglio + trazione si usa la seguente formula di combinazione:

$$\frac{F_{v,Ed}}{F_{v,Rd}} + \frac{F_{t,Ed}}{1,4 F_{t,Rd}} \leq 1 \Rightarrow \frac{3,5}{92,0} + \frac{4,3}{1,4 \cdot 82,8} = 0,13 < 1 \text{ OK}$$

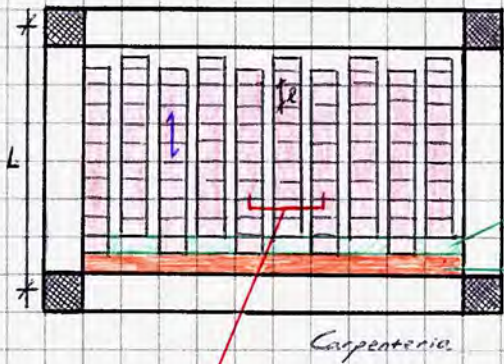
$$= \min \{ F_{t,Rd}; B_{p,Rd} \}$$

Progetto Acciaio

Fine

# Solajo Laterocementizio Armato

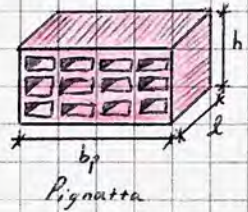
Parametri che influenzano il progetto strutturale:



PARAMETRI

- FISSI**
- Interasse tra i travetti (tipicamente 50 cm)
  - Base dei travetti  $b_0$  (tipicamente 10 cm)
  - Base della pignatta  $b_p$  (tipicamente 40 cm)
  - Protondità della pignatta  $l$  (tipicamente 25 cm)

- VARIABILI**
- Altezza della pignatta  $h$
  - Spessore/caldana  $s$
  - Luce del solajo  $L$  (rispetto all'orditura)
- Altezza del solajo  $H$



Circa i parametri variabili, l'altezza del solajo  $H$  è in realtà considerabile come funzione della sola altezza della pignatta: ad eccezione di casi particolari, dovuti ad esempio alla presenza di forti azioni concentrate, lo spessore della caldana è tipicamente di 4 cm. Circa l'altezza delle pignatte, essa dipende dalle misure fornite dai produttori che solitamente si differenziano di 2 cm in 2 cm (16 cm, 18 cm, 20 cm, 22 cm, ...)

Al momento di valutare la struttura, dimensionare in un secondo momento. Poiché l'armatura nel calcestruzzo viene impiegata per conferire resistenza a trazione, ci si

aspetta una maggior concentrazione di armature nelle porzioni tese di sezione; in generale si hanno delle armature disposte longitudinalmente nei travetti ed altre, ad esse trasversali, nella caldana per ripartire i carichi gravanti sul solajo. Alle armature trasversali è però preferibile per facilità e rapidità di montaggio l'installazione di una rete elettrosaldata. Si noti, inoltre, come gli spessori di fascia piena e fascia riempita esulino dalla determinazione strutturale del solajo: esse non vengono di norma considerate nelle verifiche salvo i casi di verifiche non soddisfatte, in cui la modifica della  $H$  implicherebbe un considerevole onere computazionale; l'intervento sulle fasce risulta particolarmente efficace per verifiche effettuate in prossimità delle travi.

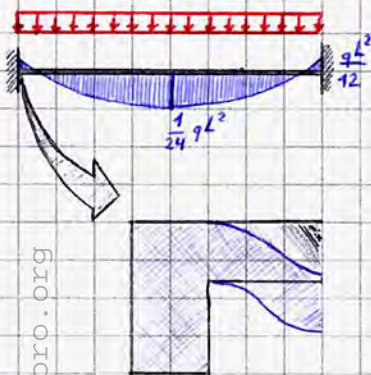
A differenza delle strutture in acciaio, per il calcestruzzo è fondamentale un buon predimensionamento; nella pratica si utilizza una formula tratta da una norma tecnica del 1996, il cui risultato viene corretto per eccesso per garantire la rispondenza ai criteri della norma attuale, più stringenti.

$$H \geq \frac{L}{25}$$

ad es. se  $L=6,00\text{ m}$ ,  $H \geq 24\text{ cm}$

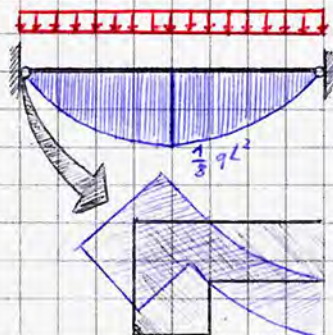
- 20+4 cm solajo da vecchia norma
- 22+4=26 cm solajo realizzato oggi

Considerando l'orditura, trascurando o vantaggi di sicurezza il comportamento bidimensionale dell'elemento solajo, risulta evidente che lo schema strutturale che meglio evidenzia il comportamento dell'elemento è lo schema trave; la principale problematica riguarda la determinazione dei vincoli. In uno schema di semplice appoggio (solajo su unica campata), è naturale pensare di riferirsi agli schemi di trave incastrata-incastrata o appoggiata+appoggiata; analizzando più nel dettaglio gli schemi si osserva però che dette schematizzazioni rappresentano due casi estremi:



Criterio di fascia superiore

Schematizza bene il comportamento del solajo in prossimità degli appoggi. Prevalso se la trave è molto più spessa del solajo in virtù della minor torsione.



Criterio di fascia inferiore

Approssima meglio il comportamento in mezzera. Prevalso nel caso in cui la trave sia di ridotto spessore rispetto al solajo.

In realtà, lo schema ideale prevede come vincoli delle cerniere cedevoli elasticamente, che presentano una sorta di commistione dei due comportamenti.

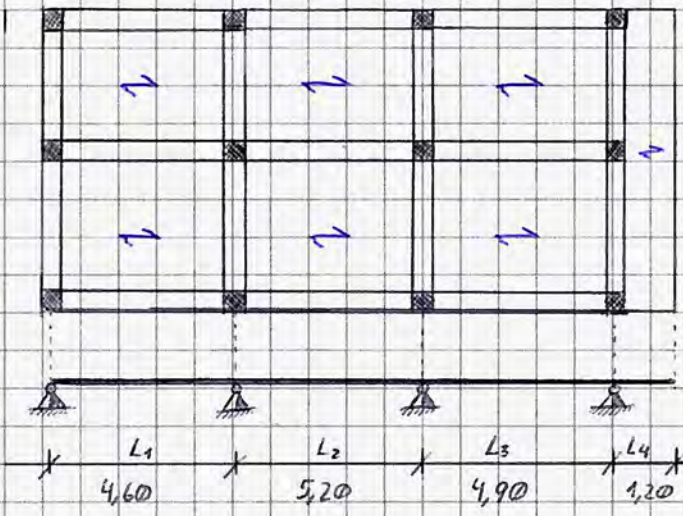
⚠ Sui solai multicampata, schematizzati come travi continue su più appoggi, i valori restituiti dagli schemi notevoli non corrispondono con quelli dello schema statico effettivo!



# Solaio multicampata

Ipotesizziamo di utilizzare i seguenti materiali:

- CLS: C25/30
- Armature: B450C



Supponendo che l'altezza del solaio sia costante all'interno dell'edificio (ipotesi sensata: non ci si aspetta una grande variabilità dei carichi tra le campate), calcoliamo l'altezza con il metodo di predimensionamento appena citato, considerando la massima luce della travata considerata ( $L_2$ ):

$$H \geq \frac{5L_2}{25} = \frac{5 \cdot 5,20}{25} = 20,8 \Rightarrow 21$$

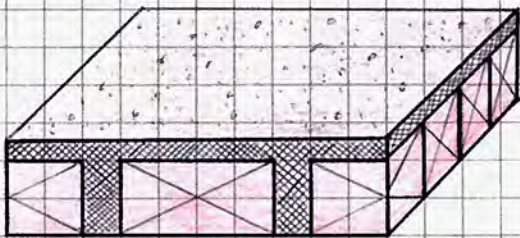
$\rightarrow 18+4=22$  minimo da vecchia norma  
 $\rightarrow 20+4=24$  predimensionamento norma attuale (cautelativo)

Consideriamo dunque  $H=24$  cm

Per ciò che concerne il solaio sullo sbalzo, è buona norma considerare, in virtù del carico tendenzialmente minore e in

ragione della necessità di applicare la pavimentazione con una leggera pendenza per garantire il dilavamento della superficie e lo scarico dell'acqua piovana, uno spessore minore per il quale - a rigore - sarà necessario ripetere l'analisi dei carichi. Per questa progetto consideriamo  $H=16+4=20$  cm.

**!** Come intuibile, l'analisi dei carichi unitaria è superficiale (essendo il solaio un elemento prevalentemente bidimensionale); si considera dunque un'area di  $1m^2$  di solaio, che interesserà 2 travetti (in base alle misure usuali riportate alla pagina precedente, con particolare riguardo all'interasse tra i travetti).



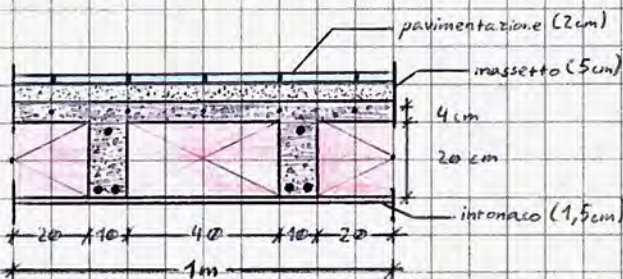
$1m^2$  di solaio laterocementizio

Come anticipato, l'analisi dei carichi su fessura piena e semipiena viene di norma trascurata: essendo libere, esse possono costituire un utile strumento di correzione in fase di verifica. Essendo infatti lo schema strutturale di un solaio multicampata una trave continua su più appoggi, nell'analisi occorre risolvere uno schema più volte iperstatico, con un discreto onere computazionale; non è auspicabile dunque modificare all'atto di una verifica non soddisfatta l'altezza del solaio, che richiederebbe una nuova determinazione di  $G_{1k}$  e di tutti i calcoli successivi.

Inoltre, essendo lo schema continuo, la determinazione della condizione di

carico più gravosa non è immediata: la massimizzazione degli effetti dipende in larga parte dai carichi variabili, dunque è necessario risolvere lo schema iperstatico per più condizioni di carico!

Procediamo dunque nella usuale analisi dei carichi, che seguirà lo stesso procedimento impiegato per l'acciaio applicato ad una diversa stratigrafia. Considerando anche gli elementi non strutturali, il generico solaio di questo progetto sarà composto come di seguito:



$G_1$  è in questo caso dovuta a soletta, travetti e pignatte. Ricordando che il peso specifico del CLS-A è  $25 \text{ kN/m}^3$ , sarà sufficiente moltiplicare detta aliquota per le dimensioni degli elementi coinvolti nell'area unitaria presa in esame per ottenere il contributo del singolo elemento al carico unitario. Infatti:

$$G_{1 \text{ travetti}} = 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot 0,20 \text{ m} \cdot \underbrace{0,20 \text{ m}}_b \cdot \underbrace{1,00 \text{ m}}_{\text{profondità}} = 1,00 \text{ kN} = 1,00 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$\rightarrow 2$  travetti di base  $0,10$   
 l'analisi è unitaria, quindi riferita al singolo  $\text{m}^2$

$$G_{1 \text{ soletta}} = 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot 0,04 \cdot 1,00 \cdot 1,00 = 1,00 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

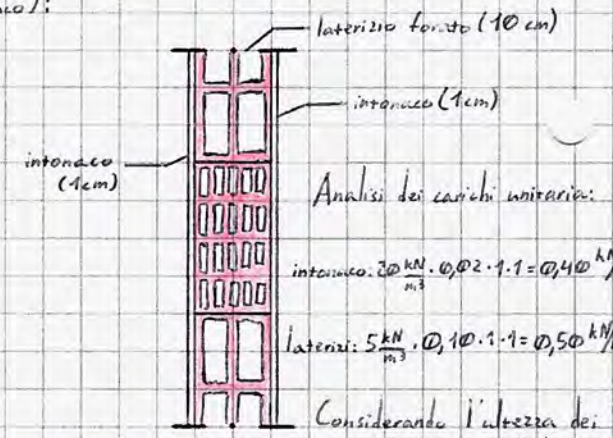
$$G_{1 \text{ pignatte}} = 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot 0,20 \text{ m} \cdot \underbrace{0,80 \text{ m}}_{\rightarrow 2 \cdot 0,40} \cdot 1,00 \text{ m} = 0,80 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

A rigore le pignatte non sono elementi strutturali ma alleggerimenti; vengono considerate nel  $G_1$  in quanto carico fisso di elementi solidale al solaio; esse però non partecipano in alcun modo alla resistenza.

Sommando le tre quote così ottenute, si ricava che  $G_1 = 2,80 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$ .

Procediamo analogamente per il calcolo di  $G_2$  che, come già fatto per l'acciaio, include in esso l'incidenza dei tramezzi sul selcio, derivante da un'analisi dei carichi unitaria effettuata sul tramezzo (svolta a fianco):

$G_{2 \text{ intonaco}} = 20 \text{ kN/m}^3 \cdot 0,015 \text{ m} \cdot 1,00 \text{ m} \cdot 1,00 \text{ m} = 0,30 \text{ kN/m}^2$   
 $G_{2 \text{ pavimento (ceramico)}} = 0,40 \text{ kN/m}^2$  noto dai produttori del produttore  
 $G_{2 \text{ massetto tradizionale}} = 19 \text{ kN/m}^3 \cdot 0,05 \cdot 1,00 \cdot 1,00 = 0,57 \text{ kN/m}^2$   
 $G_{2 \text{ incidenza tramezzi}} = 1,20 \text{ kN/m}^2$  come ottenuto dall'analisi a fianco



Analisi dei carichi unitari:  
 intonaco:  $20 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot 0,02 \cdot 1 \cdot 1 = 0,40 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$   
 laterizi:  $5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot 0,10 \cdot 1 \cdot 1 = 0,50 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

Considerando l'altezza dei tramezzi, pari a 2,70 m, è possibile ricavare l'aliquota di  $G_2$  dovuta ad un singolo tramezzo; per ripartire tale carico sull'intero selcio (e consentire dunque lo spostamento dei tramezzi nel tempo) si utilizza una tabella fornita dalla norma, che nel nostro caso riporta un valore dell'incidenza pari a  $1,2 \text{ kN/m}^2$  (poiché il carico dovuto al singolo tratto lineare di tramezzo è pari a  $(0,50 + 0,40) \cdot 2,7 = 2,40 \text{ kN/m}$ ).

Studiamo ora i carichi variabili  $Q$ , distinti in base alla destinazione d'uso dell'edificio (Tab. 3.1.II NTC 2018, che distingue tra carico su unità di superficie, usato per questa applicazione; carico puro, per analisi di carichi concentrati; carico riferito all'unità di lunghezza per verifiche su carichi orizzontali con distribuzione lineare, come i parapetti quelli usati per le verifiche dei parapetti). Supponendo che l'edificio ospiti ambienti ad uso residenziale, avremo:

$Q = 2,00 \text{ kN/m}^2$  in campata  
 $Q = 4,00 \text{ kN/m}^2$  sugli sbalzi che ospitano balconi, luoghi soggetti ad affollamento. Se lo sbalzo non è dovuto ad un balcone la quota resta pari a quella definita in campata.

Negli edifici per uffici,  $Q = 3,00 \text{ kN/m}^2$  in campata.  
 $Q = 4,00 \text{ kN/m}^2$  sullo sbalzo

⚠ Lo sbalzo richiede una separata analisi dei carichi, avendo differente stratigrafia (spessore strutturale: 16+4) e non essendo soggetto all'incidenza dei tramezzi. Da calcoli analoghi a quanto fatto, risulta che:

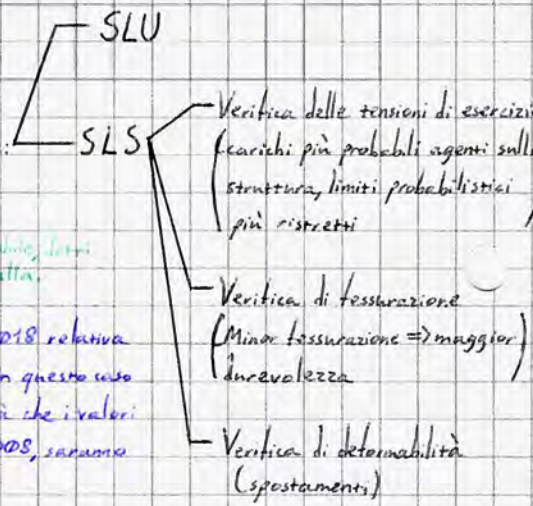
$G_1 = 2,44 \text{ kN/m}^2$   
 $G_2 = 1,47 \text{ kN/m}^2$   
 $Q = 4,00 \text{ kN/m}^2$

Studiamo ora le combinazioni di carico, valutate anche in questo caso agli stati limite.

La combinazione allo SLU, come è noto, è la seguente:

$\gamma_{G1} G_1 + \gamma_{G2} G_2 + \gamma_{Q1} Q_1 + \gamma_{Q2} Q_2 + \dots$

ricavati dalla Tab. 2.6.I delle NTC 2018 relativi coefficienti parziali per le azioni; in questo caso interessa l'apprezzio A1. Si noterà che i valori inseriti nel seguito, riferiti alle NTC 2008, saranno in alcuni casi diversi.



Studiamo i valori estremi di  $G_1$ ,  $G_2$  e  $Q$  (ovvero considerando  $\gamma_{MAX}$  e  $\gamma_{MIN}$  per ogni carico):

	MAX	MAX <sub>TOT</sub>	min	min <sub>TOT</sub>
Campata	$G_1$ 1,3 · 1,8 = 3,64		$1,0 \cdot 2,80 = 2,80$	
	$G_2$ 1,5 · 2,47 = 3,71	10,65 kN/m <sup>2</sup>	$0 \cdot 2,47 = 0$	2,80
	$Q$ 1,5 · 2,00 = 3,00		$0 \cdot 2,00 = 0$	
Sbalzo	$G_1$ 1,3 · 2,44 = 3,18		$1,0 \cdot 2,44 = 2,44$	
	$G_2$ 1,5 · 2,47 = 3,71	11,38 kN/m <sup>2</sup>	$0 \cdot 1,47 = 0$	2,44
	$Q$ 1,5 · 4,00 = 6,00		$0 \cdot 4,00 = 0$	

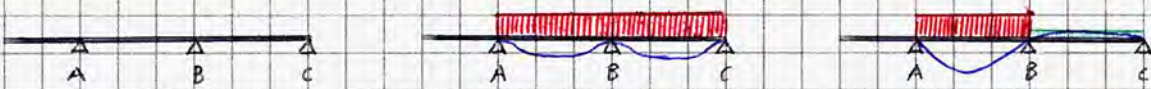
\* Valori presi dalle NTC 2008; nelle NTC 2018 sono pari a 0,8

Detti valori costituiscono i limiti della variazione dei carichi in campata e sullo sbalzo; sono noti i carichi massimi e minimi applicabili alla struttura in CLS-A.

Detto procedimento non è stato applicato nelle strutture in acciaio perché nello schema di trave semplicemente appoggiata la condizione di massima curva è facilmente individuabile; ci si interessa solo dei massimi carichi in virtù del semplice appoggio.

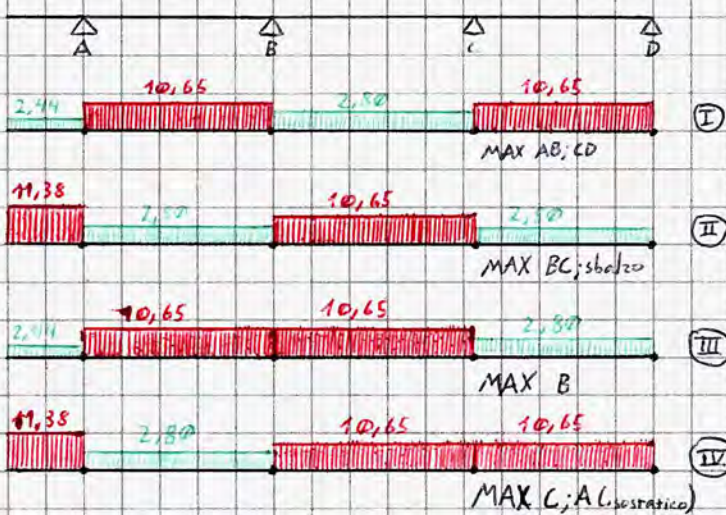


In un soleno multicampata in CLS-A la massimizzazione degli effetti in campata non è implicata da un'indistinta applicazione del massimo carico ovunque, come intuibile nel seguente esempio: per registrare spostamento massimo in AB sarà infatti necessario applicare il carico massimo in AB e minimo - idealmente nullo - in BC:



Questi ragionamenti costituiscono la base della teoria delle linee d'influenza.

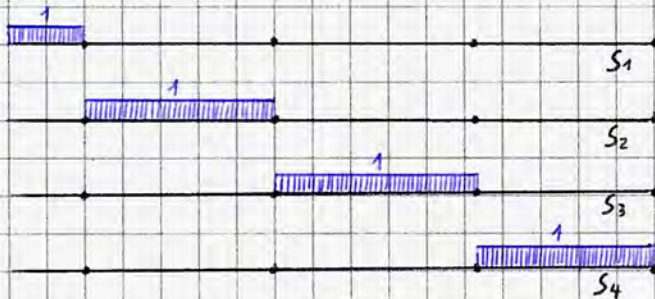
Consideriamo ora il soleno del progetto in esame e studiamo le combinazioni (distribuzioni) di carico per massimizzarne gli effetti sulla struttura. Di particolare interesse è la massimizzazione dei momenti flettenti, ricercata sia in campata che sugli appoggi.



Dall'applicazione della teoria delle linee di influenza si ottiene che, per ricercare il massimo effetto in campata, sono necessarie distribuzioni a scacchiera del carico: per ottenere il massimo effetto sulla campata AB [CD] occorre applicare il carico massimo sulle campate AB e CD e il minimo sulle altre; l'inverso viene elaborato per produrre il massimo effetto sulle campate restanti.

Per determinare l'effetto massimo su un appoggio invece si applica carico massimo sulle campate adiacenti lo appoggio per poi procedere a scacchiera.

Si osserva come in questo specifico progetto si hanno ben 4 schemi di carico su cui è necessario risolvere la trave continua su più appoggi in alto rispetto al diagramma del momento per poi realizzare l'involuppo delle sezioni, ovvero l'intersezione dei valori del momento nelle varie configurazioni in ogni asisse della trave.



Esistono però 2 possibili approcci risolutivi:

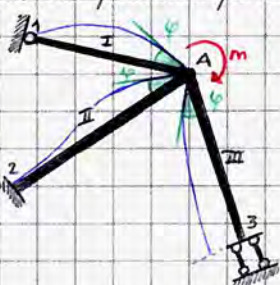
- 1) Risolvere 4 distribuzioni con i carichi identificati nelle distribuzioni stesse.
- 2) Risolvere le 4 distribuzioni attraverso carichi unitari sulle singole campate le cui soluzioni vengono combinate linearmente.

L'approccio risolutivo ② è, in generale, più vantaggioso: nel caso in cui sia necessario valutare un'ulteriore distribuzione di carico (ad esempio, per assurdo, un'applicazione indistinta di carichi massimi) si ha un notevole vantaggio a livello computazionale.

Ad esempio, lo schema 1 proprio della distribuzione secondo l'approccio ① con l'approccio ② diventa:

$$2,44 \cdot S_1 + 10,65 \cdot S_2 + 2,80 \cdot S_3 + 10,65 \cdot S_4$$

Per risolvere la trave continua nelle varie combinazioni di carico impieghiamo il Metodo di Cross, metodo iterativo di risoluzione di strutture iperstatiche particolarmente usato sui telai, in cui si considera un nodo (A) collegato con aste (I, II, III) a dei vincoli (1, 2, 3).



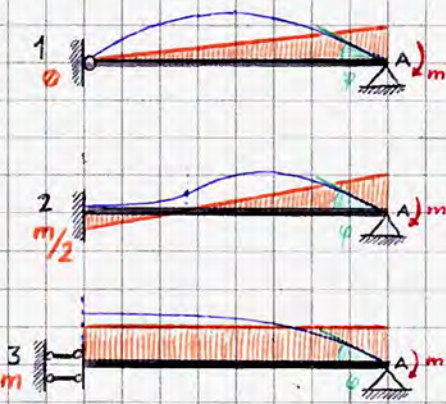
Supponendo di applicare una coppia (m) al nodo considerato, nell'ipotesi di aste inestensibili e piccoli spostamenti risulta evidente che A non possa compiere spostamenti traslazionali; può però ruotare di un certo angolo ( $\varphi$ ) - congruente per ogni asta - dal quale è possibile determinare le deformate delle aste.

Definita l'asta i-ma ( $i = I, II, III$ ), è noto che dal punto di vista statico la coppia agente debba essere equilibrata dai momenti generati all'interno della struttura ( $MA_i$ ). In particolare, risulta evidente che:

$$MA_i = p_{ai} \cdot m \quad \text{con } p_{ai} \leq 1; \sum_i p_{ai} = 1 \text{ coefficienti di ripartizione.}$$

Scorporiamo le tre aste in organismi singoli preservando deformata e rotazione in A; osserviamo che all'incastro mutuo con cedimento anelastico in A è possibile sostituire nei singoli schemi statici un appoggio.

Traduciamo la relazione appena descritta in termini fisici e matematici rigorosi:



La condizione analizzata in precedenza si traduce nelle seguenti relazioni:

- Equazione di congruenza:  $\varphi_{A_i} = \varphi_A = \varphi$
- Equazione di equilibrio:  $\sum M_{A_i} = m$

La condizione che lega il fenomeno statico alla sua controparte cinematica è la seguente:

$$\varphi_{A_i} \leftrightarrow M_{A_i} : M_{A_i} = \varphi_{A_i} \cdot K_{A_i}$$

con  $K$  coefficiente di rigidezza del materiale, che lega per definizione i due aspetti del fenomeno; coincide con il momento da applicare alla struttura per determinarne una rotazione unitaria, ne implica che un elevato valore di  $K$  richiede un valore elevato del momento per garantire una rotazione  $\varphi$ .

Combinando il legame statico-cinematico con l'equazione di congruenza si ottiene che:

$$\frac{M_{A_i}}{K_{A_i}} = 1$$

Combinando la relazione appena ottenuta con l'equazione di equilibrio si ottiene che  $\sum M_{A_i} = \varphi \sum K_{A_i}$

Da ciò si ottiene che  $\varphi = \frac{\sum M_{A_i}}{\sum K_{A_i}} \Rightarrow \varphi = \frac{m}{\sum K_{A_i}}$

ponendo  $\varphi_{A_i} = 1$  si ottiene facilmente la rigidezza delle singole aste:

$$K_{A1} = \frac{3EI}{L}; K_{A2} = \frac{4EI}{L}; K_{A3} = \frac{EI}{L}$$

Effettuate le valutazioni suddette è possibile calcolare i coefficienti di ripartizione, conoscendo dunque la quota di momento assorbita da ogni asta: combinando le ultime relazioni ottenute si ottiene dunque che:

$$M_{A_i} = \frac{K_{A_i}}{\sum K_{A_i}} m$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{P_{A_i}}$

e ci si ricollega dunque con quatto dedotta inizialmente.

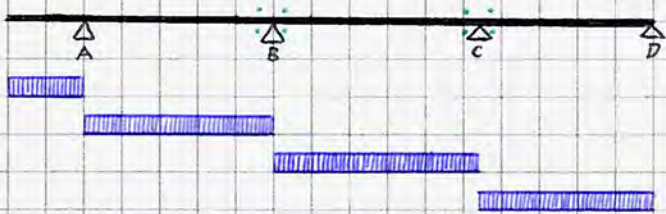
È noto che  $M_{A_i} = P_{A_i} \cdot m$ , è possibile definire i coefficienti di trasporto  $t_{A_i} = \frac{m_i}{m_A}$

$$\begin{cases} t_{A1} = 0 \\ t_{A2} = 0,5 \\ t_{A3} = 0,5 \end{cases}$$

come intuibile dalla distribuzione di momento flettente all'interno delle tre aste.

In base a queste definizioni si costituiscono le basi del metodo di Cross.

Possiamo dunque esaminare gli schemi a singola campata caricata per poi combinarli linearmente.



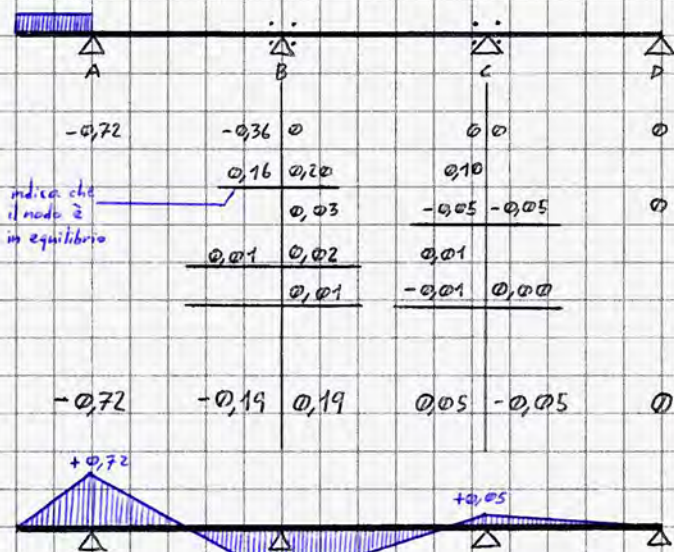
L'applicazione del Cross consiste nell'individuazione dei nodi da bloccare, operando con la metodologia iterativa: la metodologia richiede di impedire la rotazione in determinati nodi e non considera le traslazioni: salvo particolari accorgimenti, il metodo di Cross è applicabile a rigore nelle sole strutture a nodi non spostabili.

Nodo	Asta	L	Schema statico	Rigidezza	Coefficiente di ripartizione
B	BA	4,9		$K_{BA} = 3EI/L_{AB}$	$P_{BA} = \frac{K_{BA}}{K_{BA} + K_{BC}} = \frac{1}{3/4,9 + 4/5,2} = 0,443$
	BC	5,2		$K_{BC} = 4EI/L_{BC}$	$P_{BC} = 0,557$
C	CB	5,2		$K_{CB} = 4EI/L_{CB}$	$P_{CB} = 0,541$
	CD	4,6		$K_{CD} = 3EI/L_{CD}$	$P_{CD} = 0,459$

In cui i coefficienti di ripartizione, essendo il solajo sempre dello stesso spessore, dipendono solo da  $L_i$ .

Infine, si ottiene che i coefficienti di trasporto, similmente a quanto visto in precedenza, sono:  $t_{BA} = 0$ ;  $t_{BC} = 0,5$   
 $t_{CB} = 0,5$ ;  $t_{CD} = 0$

Risolviamo a titolo esemplificativo la prima condizione di carico unitario:

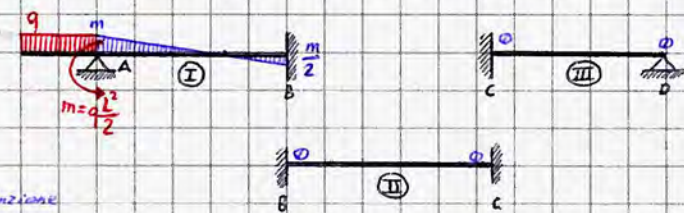


indica che il nodo è in equilibrio

con segni derivanti dalla convenzione secondo il metodo di Cross.

$t_{BA} = 0$  ;  $p_{BA} = 0,443$   
 $t_{BC} = 0,5$  ;  $p_{BC} = 0,557$   
 $t_{CB} = 0,5$  ;  $p_{CB} = 0,541$   
 $t_{CD} = 0$  ;  $p_{CD} = 0,459$

- Si bloccano i nodi B e C: nelle travi continue è necessario bloccare tutti i nodi intermedi.
- Si stabilisce una convenzione per il segno dei momenti; adottiamo la convenzione di Cross, tipica del metodo, che stabilisce i seguenti momenti positivi:
- Si studia la struttura a nodi bloccati in maniera tale da poter estrarre ogni tratto dalla struttura e studiarlo indipendentemente, in quanto in questo modo non si trasmettono le rotazioni:



Nel tratto I si osserva che la condizione statica si approssima alla schema di trave incastrata-appoggiata; è dunque possibile studiare i momenti di incastro perfetto  $M$ . Negli altri tratti e nodi bloccati è tutto pari a 0.

$M_{AB} = -qL^2/2$   
 $M_{BA} = -qL^2/4$

④ Iniziamo con il metodo iterativo (in alto), studiando lo schema con  $q=1$  e lunghezze fissate. Immaginiamo di rimuovere il morsetto in B (condizione equivalente all'applicazione di un momento opposto al momento agente sul nodo in maniera tale da equilibrarlo) e studiamo la ripartizione conseguente dei momenti sulla trave:

Sul nodo B agisce un momento  $+0,36$  (liberazione del morsetto), che si ripartisce in:

$BA: 0,36 \cdot 0,443 = 0,16$  ;  $BC = 0,36 \cdot 0,557 = 0,20$

Che trasporta  $+0,10$  sul nodo C, che si ripartisce in:

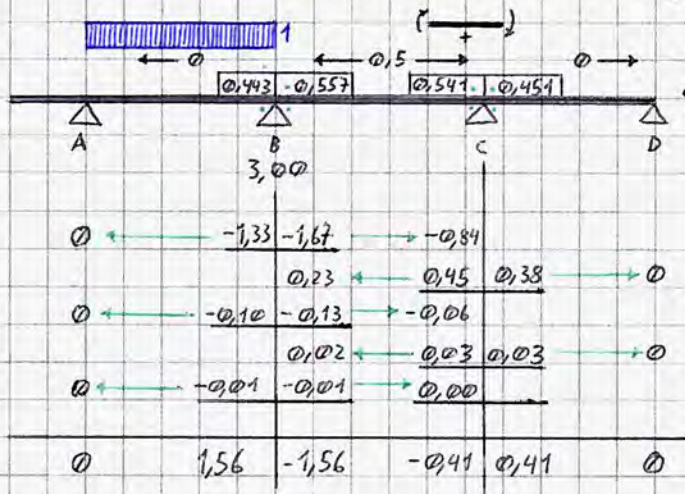
$CB = -0,10 \cdot 0,541 = -0,05$  ;  $CD = -0,10 \cdot 0,459 = -0,05$

Che trasporta  $+0,03$  al nodo in B, disequilibrandolo...

Il procedimento viene iterato fino al raggiungimento dell'equilibrio globale della struttura (nelle nostre approssimazioni davanti al calcolo manuale consideriamo accettabile una differenza di  $0,01$  sul nodo, ma il calcolo globale è esatto) per poi sommare i singoli contributi sui nodi.

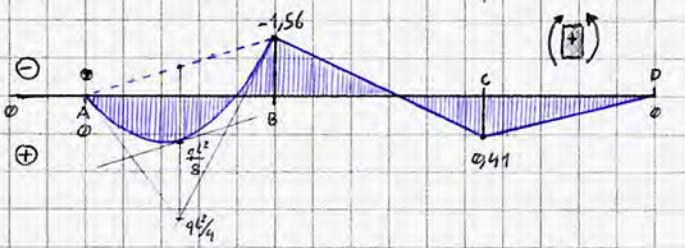
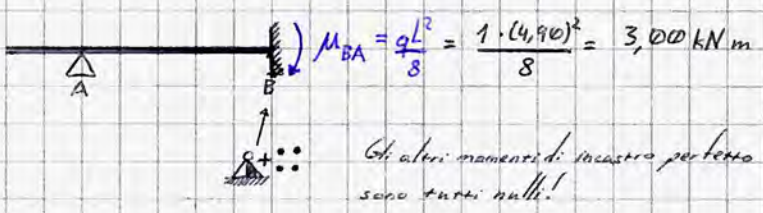
Il procedimento viene ripetuto per gli altri nodi liberi e nelle restanti condizioni di carico.

Risoliamo la seconda condizione di carico ricordando i ragionamenti fatti per la determinazione di rigidette, trasporti del momento etc.



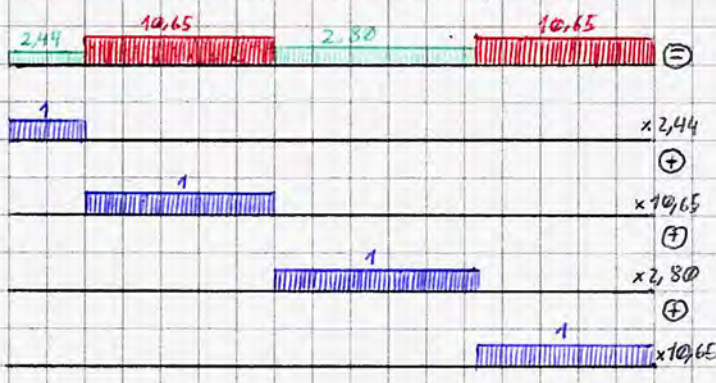
coefficienti di trasporto  
coefficienti di ripartizione

Blocciamo i nodi B e C e valutiamo i momenti di incastro perfetto; si osserva come in queste condizioni l'unico schema caricato sia quello insistente sugli appoggi A e B (logicamente comprese di sbalzo!):

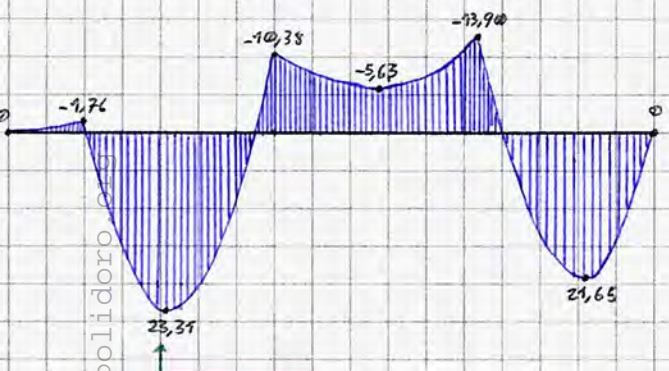


Nella combinazione lineare delle travi continue a singola campata caricata (con carico continuo e unitario), necessaria per restituire la distribuzione di curva  $\textcircled{1}$ , usata alla determinazione del massimo effetto di momento sulle campate AB e CD, il grafico appena individuato deve essere moltiplicato [scalato] per 10,65.

Nota ognuno dei 4 schemi a carico unitario li si combina linearmente: nello schema  $\textcircled{1}$  si ha ad esempio che



Che, una volta risposti, determinano il seguente diagramma:



Sblocciamo il nodo B -- nodo squilibrato -- ovvero applichiamo una coppia uguale e opposta al momento di incastro perfetto identificato in maniera tale da garantire l'equilibrio; essa si ripartisce a destra e sinistra del nodo secondo i coefficienti di ripartizione determinati in precedenza.

Applichiamo dunque il Metodo di Cross, trasportando le aliquote di momento sugli altri nodi. Nel nodo C viene trasportata una coppia di  $-0,84 \text{ kNm}$ ; ci riconduciamo alla prima fase del metodo immaginando di liberare il nodo dal morsetto, applicando la coppia opposta e ripartendola concordemente con quanto operato in precedenza.

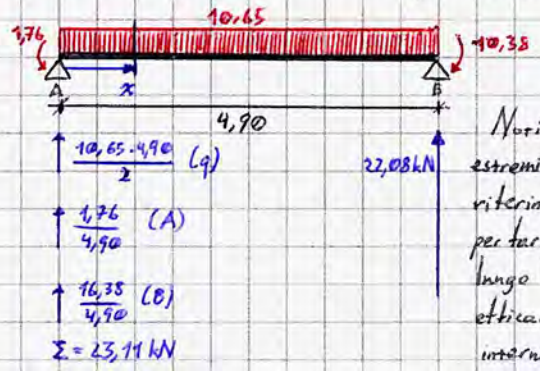
Procedendo iterativamente si risolve la struttura; si consiglia nelle applicazioni di considerare almeno 3 cifre decimali per non incorrere in eccessive approssimazioni.

Risolto lo schema è possibile tracciare il diagramma del momento, avendo come dati i valori della caratteristica di sollecitazione in corrispondenza degli appoggi.

⚠ Nel diagramma del momento la convenzione positiva è DIVERSA da quella adottata nel metodo di Cross!

In particolare, si osservi come il diagramma sia parabolico in AB, dunque il diagramma va tracciato adottando il metodo delle tangenti.

La determinazione del diagramma complessivo di una singola configurazione, oltre all'individuazione delle reazioni vincolari necessarie per risolvere la struttura, si effettua considerando i singoli tratti isostatici della trave continua su più appoggi. In questo modo è possibile determinare i valori massimi [minimi] assunti dal momento in campata; ad esempio, noti i momenti sugli appoggi A e B si ha che:



Noti i valori delle reazioni alle estremità del tratto, fissiamo un riferimento di asse "curvilinea" per far viaggiare una sezione virtuale lungo la trave e determinare efficacemente le caratteristiche interne della sollecitazione.

$$T_{AB}(x) = 23,11 - 10,65 \cdot x \implies T(x) = 0 \iff x = \frac{23,11}{10,65} = 2,17 \text{ m} \equiv X_{M_{AB,MAX}}$$

$$M_{AB,MAX} = M_{AB}(x=2,17) = \underbrace{-1,76}_{\text{coppia a A}} + \underbrace{(23,11 \cdot 2,17)}_{\text{reazione in A}} - \frac{10,65 \cdot (2,17)^2}{2} = 23,31 \text{ kNm}$$

costante lungo la trave; tende le fibre superiori.

Componendo il risultato ottenuto con quelli degli altri tratti isostatici si ottiene il risultato complessivo, ovvero la risoluzione della trave in quella specifica configurazione.

Una volta risolta ognuna delle configurazioni, può essere utile confrontare tutti i dati ottenuti per verificare se i risultati corrispondono con quanto imposto: ad esempio, ci si aspetta che i valori massimi di momento ottenuti nelle campate AB e CD nello schema I siano maggiori di quelli individuati nelle restanti combinazioni di carichi, in virtù della natura della distribuzione imposta.

Un'altra verifica da effettuare è la congruenza delle soluzioni individuate nei singoli schemi isostatici, condizione necessaria sufficiente per affermare che la soluzione identificata nel Metodo di Cross - criterio convergente che restituisce dunque soluzioni sempre convergenti, costituendo soluzione condizione necessaria ma riportando a rigore solo una delle possibili soluzioni isostatiche - sia l'unica soluzione della struttura.

Per la verifica della condizione suddetta è sufficiente calcolare la rotazione dei nodi comuni a più tratti isostatici adiacenti, calcolando ad esempio  $\varphi_{BA}$  e  $\varphi_{BC}$  nel nodo B: non essendo previste distorsioni angolari nel nodo ed essendo la trave continua dette rotazioni devono infatti assumere il medesimo valore.

Detta verifica deve essere effettuata sulla distribuzione complessiva di carico, e NON le condizioni intermedie: in questo modo è possibile verificare anche la bontà del calcolo della combinazione lineare.

Dovendo verificare a rigore ogni appoggio, si risolve con il metodo di Cross, si intuisce in ogni caso l'onere computazionale derivante dal metodo.

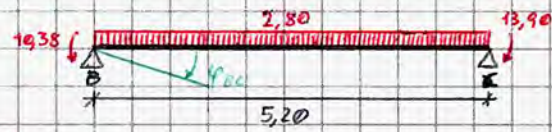
A titolo esemplificativo, risolviamo il nodo B nello schema (I); ciò equivale a verificare che  $\varphi_{BA} = \varphi_{BC}$ .



$$\varphi_{BA} = \varphi_{BA}^{qAB} + \varphi_{BA}^{m_A} + \varphi_{BA}^{m_B} = \frac{q_{AB} L_{AB}^3}{24EI} - \frac{m_A L_{AB}}{6EI} - \frac{m_B L_{AB}}{3EI} = \frac{24,023}{EI}$$



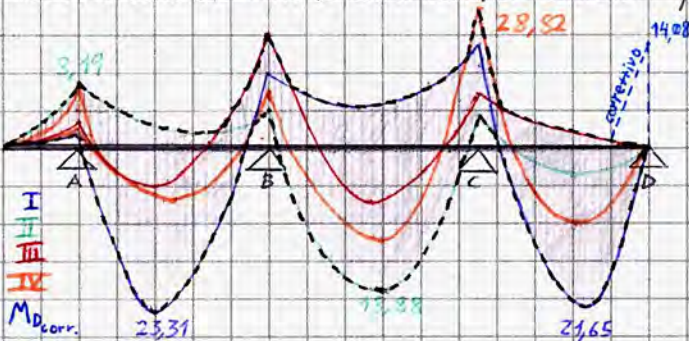
Il problema può essere facilmente ricondotto in entrambi i casi ad una sovrapposizione degli effetti di alcuni schemi noti, in virtù della linearità del problema.



$$\varphi_{BC} = \frac{q_{BC} L_{BC}^3}{24EI} - \frac{m_B L_{BC}}{3EI} - \frac{m_C L_{BC}}{6EI} \Rightarrow \varphi_{BC} = -\frac{24,029}{EI}$$

Per le diverse convenzioni grafiche fissate nei due schemi, si ha congruenza se  $\varphi_{BA} = -\varphi_{BC}$ . Essendo lo scarto tra i due valori inferiore a 0,01, limite di tolleranza da noi imposto in precedenza, la congruenza è verificata. Si procede analogamente per il nodo C.

Una volta verificate tutte le distribuzioni, si tracciano i rispettivi diagrammi del momento sullo stesso disegno:



In questo modo è possibile tracciare il diagramma di involucro da calcolo, in cui si uniscono tutti i tratti di diagramma aventi massimo valore assoluto.

Al diagramma da calcolo vanno però apportati dei correttivi.

Ad esempio, poiché i vincoli schematizzati come appoggi presentano a rigore un determinato cedimento anelastico, essi associano sempre una quota di momento; può essere dunque necessaria considerare

dei momenti correttivi che tengono conto di detta condizione; logicamente essi ridefiniscono l'involucro esclusivamente nel caso in cui siano maggiori in valore assoluto rispetto a quanto determinate in precedenza; nell'esempio effettuato si rivela necessaria per il solo nodo D!

In generale, il momento correttivo applicato in un generico nodo i si calcola come di seguito:

$$M_i = \max(q_{i,i-1}; q_{i,i+1}) \cdot (\max(L_{i,i-1}; L_{i,i+1}))^2$$

$k$

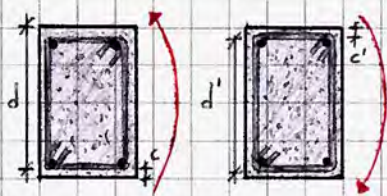
coefficiente variabile tra 16 e 18 ( $k=12$  in un incastrato perfetto) che esplica l'assorbimento di momento da parte del vincolo.



Supponendo  $k=16$ , l'unico momento correttivo maggiore rispetto al calcolo si presenta in corrispondenza del nodo D:

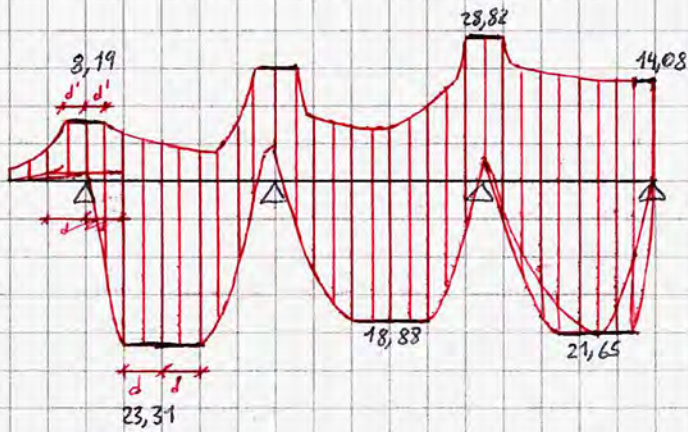
$$M_{D,corr} = \frac{q_{CD} L_{CD}^2}{16} = \frac{10,65 \cdot 4,60^2}{16} = 14,08 \text{ kNm}$$

riportata sul diagramma di involucro con andamento lineare e pendenza di nulla a 4/4.



Una sezione in CLS soggetta a momento inoltre presenta una determinata **distanza utile** - funzione della profondità del copriferro, che richiede una traslazione del diagramma di involucro in corrispondenza dei valori massimi registrati di una distanza pari alla distanza utile corrispondente al momento agente nella sezione presa in esame (come specificato nello schema a fianco)

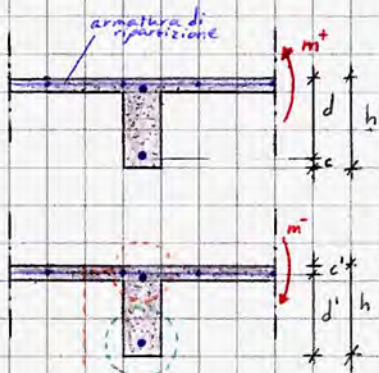
L'involuppo è completo una volta considerati i momenti correttivi in campata (Correzione utile soprattutto per sui momenti positivi):



$$M_{ij} = \frac{\max q_{ij} L_{ij}}{k}$$

va applicata unicamente a strutture con geometrie particolari, come nel caso di travi continue aventi luci

sensibilmente differenti in cui una campata non assume mai momento positivo: nel caso in cui dovesse registrarsi un anomalo comportamento dovuto, ad esempio, ad una fessurazione, è necessario poter prevedere un'armatura resistente all'inflessione posizionata nella parte inferiore del solaio per garantire un comportamento resistente anche nelle condizioni suddette.



Determiniamo ora l'altezza utile del solaio: ipotizziamo di utilizzare armature con  $\phi = 10 \text{ mm}$  (le armature dei solai sono solitamente comprese tra 10 e 16 mm) e i seguenti dati, da cui ricaviamo tramite norma lo spessore del copriferro:

Calcestruzzo C20/25

Condizioni ambientali ordinarie

Tipo di elemento: altro (zona a T nell'elemento inferiore)

Tipo di controlli: qualitativi  $\rightarrow 5 \text{ mm} = \Delta C_{dev}$  (funzione del tipo di controllo in cantiere)

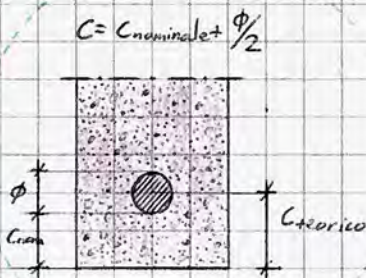
$$C_{min} = 25 \text{ mm}$$

Sapendo che, da norma,  $C_{nom} = C_{min} + \Delta C_{dev}$ ,  $C_{nominale} = 30 \text{ mm}$ .

Osservando l'ingrandimento a fianco, si ha quindi che  $C = C_{nom} + \frac{\phi}{2} = 30 + 5 = 35 \text{ mm}$

Essendo nota l'altezza strutturale del solaio, è possibile calcolare la sua distanza utile:

$$d = h - c = 240 - 35 = 205 \text{ mm}$$



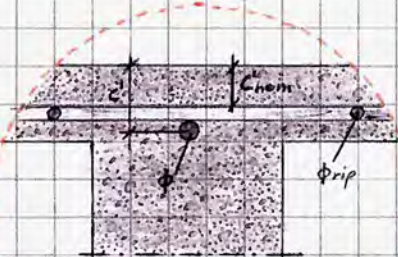
La determinazione della distanza utile in caso di momento negativo è analoga; cambia però  $C_{min}$ : il tipo di elemento nella zona superiore della T è simile ad una soletta (logicamente non ha senso ritenere che varii anche il tipo di controllo); dunque  $C_{min} = 20 \text{ mm}$ .

Considerando un'armatura di ripartizione  $\phi 8$  (minimo spessore in base alle esperienze di cantiere) si ha che:

$$c' = C'_{nom} + \phi_{rip} + \frac{\phi}{2} = (20 + 5) + 8 + 5 = 38 \text{ mm}$$

Da cui:

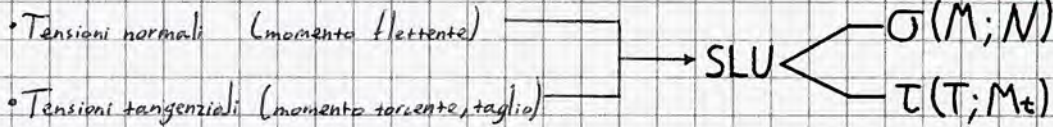
$$d' = h - c' = 240 - 38 = 202 \text{ mm}$$



$$c' = C'_{nom} + \phi_{ripartizione} + \frac{\phi}{2}$$

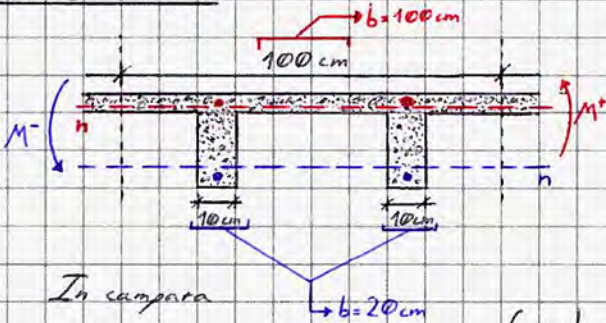
Logicamente è possibile imporre  $d = d'$  (e rendere più rapidi i calcoli) aumentando lo spessore del copriferro minore.

Le verifiche per il calcestruzzo alla SLU si dividono in due grandi categorie (i problemi di instabilità sono estremamente rari e riguardano pilastri molto snelli); per il solaio si verificano:



$\tau = 0$ : il solaio è un elemento inflesso.

Verifiche a flessione

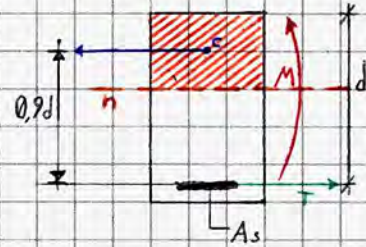


Nella quasi totalità dei casi (salvo se l'asse neutro per il momento positivo taglia la T e non la soletta) si osserva che il procedimento prevede di ragionare attraverso elementi rettangolari.

In prima approssimazione - a vantaggio di sicurezza - non si considera l'armatura compressa; nel caso in cui sia necessario determinare un margine di verifica maggiore di quanto ottenuto la si reintroduce.

Consideriamo ai fini del predimensionamento una sezione rettangolare semplicemente armata, ovvero con armatura nella sola zona tesa.

In fase di predimensionamento si ipotizza che la distanza tra il punto C, baricentro della sezione compressa, e il punto di applicazione del taglio (baricentro dell'area delle armature tese) sia pari ai  $9/10$  della distanza utile.



Sull'appoggio

l'equilibrio rotazionale della sezione (in figura a destra) rispetto al punto C. Sappiamo che:

$$M = T \cdot 0,9d; \text{ ponendo } M = M_{Ed}$$

$$T = \text{massimo taglio che può agire sull'armatura} = T_{max} = A_s f_{yd}$$

Si ha che:

$$M_{Ed} = A_s f_{yd} \cdot 0,9d \implies A_{s,T} = \frac{M_{Ed}}{0,9d \cdot f_{yd}}$$

nota dal diagramma del momento

nota

calcolata teorico

tensione di snervamento di progetto

Sapendo che nel nostro caso:

- $f_{yk} = 450 \text{ MPa}$
- $f_{yd} = 391 \text{ MPa}$
- $d = 205 \text{ mm} / 202 \text{ mm}$  (a seconda che  $M \geq 0$ )
- $b_t = 1000 \text{ mm}$
- (da norma)  $f_{ctm} = 0,30 (f_{ck})^{2/3} = 0,30 (25)^{2/3} = 2,56 \text{ MPa}$

La norma indica anche il quantitativo minimo di armatura da considerare (NTC paragrafo 4.1.8.1.1), pari a:

$$A_{s,min} = 0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b_t \cdot d \geq 0,0013 b_t \cdot d$$

Dove:

$f_{ctm}$ : resistenza del CLS a trazione media

$f_{yk}$ : resistenza caratteristica o di progetto

$b_t$ : larghezza media della sezione compressa

È possibile procedere nella verifica delle armature da inserire nei vari punti del solaio.

Esempi di dimensionamento

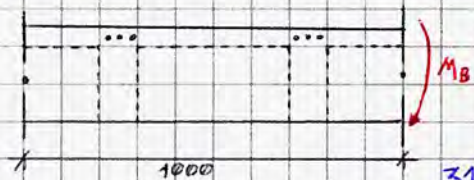
Appoggio B

$M_B = 29,84 \text{ kNm}$  massimo valore dell'involucro

$A_{s,T} = \frac{29,84 \cdot 10}{0,9 \cdot 202 \cdot 391} = 418 \text{ mm}^2$  da cui si calcola il diametro delle armature (mediante apposita tabella): consideriamo 3  $\phi 10$

$A_{s,min} = 0,26 \cdot \frac{2,56}{450} \cdot 1000 \cdot 202 = 300 \text{ mm}^2$  OK

$A_{s,min} \geq 0,0013 \cdot 1000 \cdot 202 = 264 \text{ mm}^2$  OK



riccardo.polidoro.org

La scelta di 3 ferri  $\phi 10$  per travetto nella fascia superiore deriva dalla consuetudine: in corrispondenza degli appoggi la fascia superiore dei travetti presenta sempre 2 o 3 ferri, essendo l'appoggio molto caricato è preferibile utilizzarne 3. La scelta del diametro delle armature deriva dalla tabella diametro-area riportata di seguito.

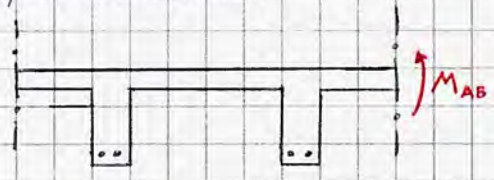
$\phi$ (mm)	$A_s$ (mm <sup>2</sup> )
10	79
12	113
14	154

Essendo la verifica unitaria, occorre raccogliere i dati riferiti ad una fascia di 1m: in corrispondenza della appoggio B si impiegano (3+3)  $\phi 10$ .

È possibile effettuare analoghi ragionamenti per analizzare tutti i punti notevoli del solaio.

Campata AB

In questo caso il momento è positivo; nella fascia inferiore si considerano sempre 2 ferri di armatura: 3 sono troppi per motivi di spazio, 1 è insufficiente a livello di resistenza.



$d = 205 \text{ mm}$

$A_{s,T} = 323 \text{ mm}^2 \geq A_{s,min} \Rightarrow$  si ipotizzano  $2(2\phi 10) = 2(2 \cdot 79) = 316 \text{ mm}^2$

a riga di logica in questo caso sarebbe necessario cambiare il diametro dei ferri di armatura, essendo l'area ipotizzata minore di quella necessaria; essendo la verifica di tipo cautelativa si considerano accettabili valori entro il 5% del valore rigoroso:

$\frac{316}{323} = 0,98 \text{ OK}$

Nel caso in cui si scelga di adottare un diametro differente da quello impiegato in precedenza è buona norma saltare almeno una classe di diametro; inoltre non ha alcuna convenienza economica o realizzativa utilizzare più di 2 diametri.

Svolti tutti i dimensionamenti, si raccolgono tutti i dati in una tabella come di seguito:

Posizione	$M_{Ed}$	$d$	$A_{s,min}$	$A_{s,req}$	Armatura selezionata
A					$2 \times (2\phi 10) \Rightarrow 316 \text{ mm}^2$
AB	23,31	205	323		$2 \times (2\phi 10) \Rightarrow 316 \text{ mm}^2$ *
B	29,84	202	300	418	$2 \times (3\phi 10) \Rightarrow 474 \text{ mm}^2$
BC					$2 \times (2\phi 10) \Rightarrow 316 \text{ mm}^2$
C					$2 \times (3\phi 10) \Rightarrow 474 \text{ mm}^2$
CD					$2 \times (2\phi 10) \Rightarrow 316 \text{ mm}^2$
D					$2 \times (2\phi 10) \Rightarrow 316 \text{ mm}^2$

Questo simbolo serve a ricordare che il valore individuato è minore di quanto rigorosamente stabilito dalla norma.

Una volta effettuato il predimensionamento è possibile intraprendere le verifiche rigorose a flessione e a taglio; conviene effettuare prima la seconda perché è solitamente la più critica.

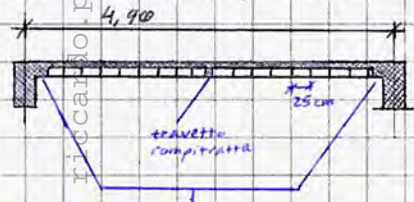
Gli elementi in calcestruzzo possono essere trattati in due modi diversi in relazione a detta caratteristici senza [con] armature specificatamente progettate per resistere a taglio. Il CLS presenta infatti una leggera resistenza a trazione - ricordiamo che è sempre possibile somporre il taglio in una componente di compressione ed una di trazione - dunque se la trazione che

si sviluppa nella sezione a causa del taglio non supera la resistenza a trazione del CLS è possibile considerare solo armature generiche, altrimenti si rivela necessario prevedere delle armature specifiche.

Dal punto di vista strutturale, se sono presenti elementi molto allungati (elevato  $l/H$ ) il taglio solitamente non influisce sensibilmente sul comportamento strutturale e non si sviluppano tensioni significative. Poiché solitamente in un solaio  $l/H \sim 25$  l'elemento non viene di norma armato a taglio. La differenza della trave, in cui  $l/H \sim 10$ .

Nel caso in cui il solaio non sia verificato a taglio, prima di modificare le dimensioni di progetto e ricominciare da capo può essere utile modificare l'ampiezza delle fasce piene e semipiene: ricordiamo che il taglio massimo si riscontra sempre sugli appoggi (reazioni vincolari)!

Consideriamo la campata AB:



$n^{\circ}$  pignatte:  $\frac{(490 - 2 \times 15 - 10 \times 2 - 10)}{25} = 17,2 \Rightarrow 17$  pignatte

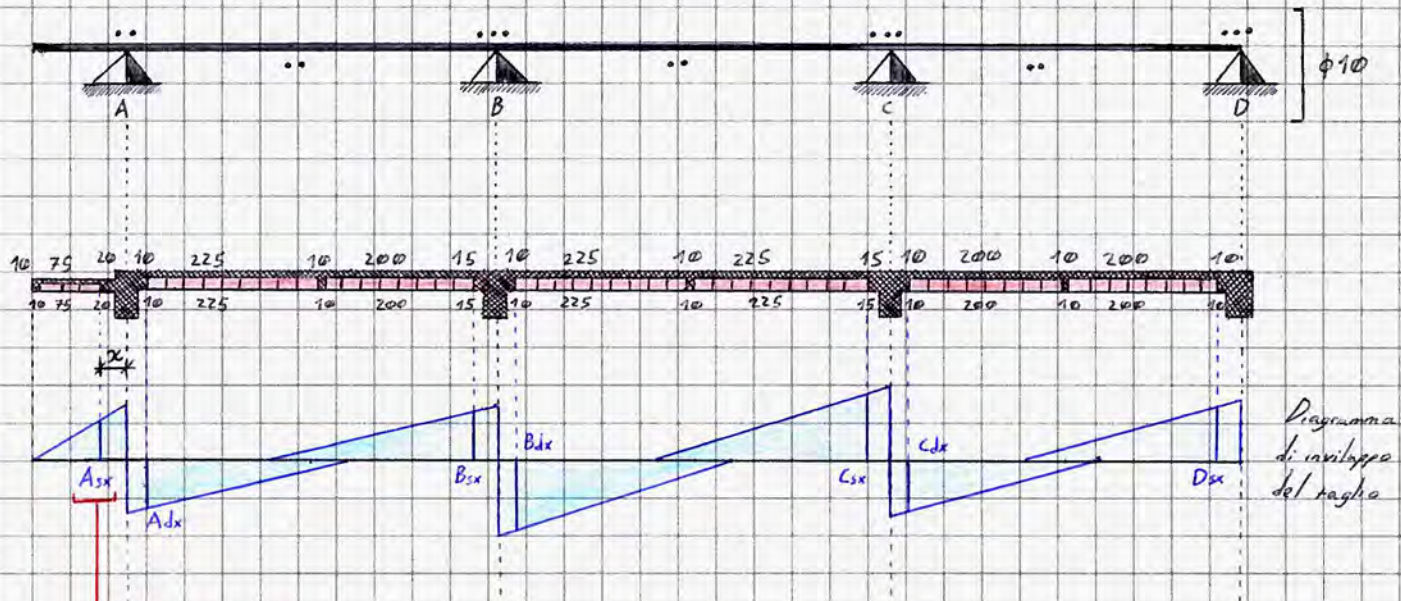
Labels: semi larghezza della trave, fascia piena, travetto compatte, larghezza di una pignatta

$n^{\circ}_{pig} = 17 \Rightarrow 490 - (17 \cdot 25) - 30 - 10 = 25 \text{ cm}$  di fasce piene, suddivisi in una fascia da 10 cm e una da 15 cm, di cui la seconda è posizionata

dove il taglio è maggiore (per motivi realizzativi non si considerano misure inferiori ai 5 cm in fase di progetto).



Consideriamo ora un diagramma che indica il posizionamento dei ferri agenti a trazione ed uno che indica le ampiezze dei vari elementi del solaio, in maniera tale da procedere con il diagramma di involuppo del taglio e, in generale, nelle verifiche:



**Punti di verifica critica:** in queste sezioni termina la fascia piena e  $b = 20$  cm; se le verifiche non sono soddisfatte è possibile aumentare la fascia piena ( $b = 100$  cm) o semipiena ( $b = 60$  cm) per portare le sezioni critiche verso valori minori del taglio.

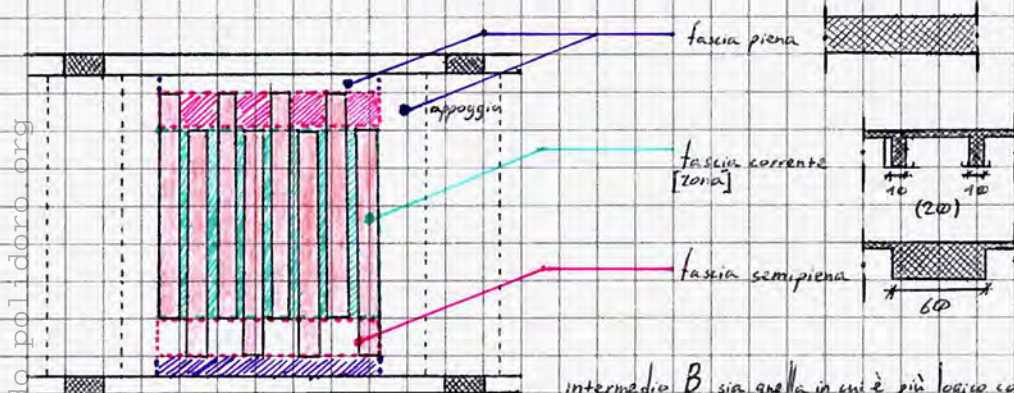
Ad esempio,  $T_{Asx} = T_A^{sx} - q \cdot x = 13,66 - 11,38 \cdot 0,35 = 20,45$  kN

fascia della sezione critica — taglio sull'appoggio

Si realizza dunque una tabella con tutti i valori del taglio nelle sezioni critiche.

Come anticipato, di norma un solaio non presenta armature specifiche per reagire al taglio; da ciò deriva l'impiego di un primo metodo di verifica a flessione semplificato che garantisce implicitamente un margine di sicurezza più elevato (diatti, se la verifica non è soddisfatta, come nella campata AB, è possibile intervenire sulla fascia piena per rientrare nei parametri di norma della verifica rigorosa). Occorre effettuare le seguenti verifiche:

- **Verifica rigorosa a flessione:** permette di definire la **distinta delle armature** e di diagrammare l'andamento dei momenti resistenti, da confrontare col diagramma di involuppo. Conviene effettuare questa verifica in un secondo momento, poiché il diagramma dei momenti resistenti è influenzato dalle dimensioni delle fasce piena e semipiena, definite nella verifica a taglio.
- **Verifica a taglio:** dipende dal posizionamento delle pignatte, poiché solo la geometria della sezione in calcestruzzo risponde a taglio, consentendo inoltre di individuare la distanza dagli ancoraggi.

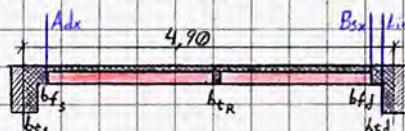


Nella fase di progettazione si fissa di norma l'ampiezza della fascia piena; non viene prevista fascia semipiena salvo se necessaria per soddisfare la verifica a taglio.

Avendo già definito il numero di pignatte nelle campate e la lunghezza totale da dedicare alle fasce piene, risulta che la fascia piena in prossimità dell'appoggio

intermedia B sia quella in cui è più logico considerare spessori maggiori; il travetto rompitratta non interviene in alcun modo nella verifica a taglio e l'appoggio intermedio presen-

ta indubbiamente reazioni vincolari — dunque sforzi di taglio — maggiori.



$b_e = \text{base trave} \begin{cases} s(s_x) = 15 \text{ cm} \\ d(d_x) \end{cases}$   
 $b_f = \text{base fascia} \begin{cases} s(s_x) \geq 10 \text{ cm} \begin{pmatrix} 10 \\ 15 \end{pmatrix} \\ d(d_x) \end{cases}$   
 $b_{tr} = \text{base travetto rompitratta} = 10 - 15 \text{ cm} \begin{pmatrix} 10 \end{pmatrix}$

Il procedimento si ripete nelle varie campate, come visibile in questa pagina.

Nella verifica a taglio occorre dunque valutare la geometria della sezione coinvolta nell'analisi: partendo dall'appoggio A e procedendo lungo la campata AB si osserva il passaggio da una fascia piena ad una zona corrente (inizialmente non si prevede fascia semipiena). Tutte le sezioni in cui si verifica un passaggio di zona sono dette sezioni critiche: modificandosi la geometria della sezione cambia bruscamente la resistenza a taglio del solaio! Su 100 cm di solaio la base della sezione resistente infatti varia come di seguito:

- Fascia piena: 100 cm
- Fascia semipiena: 60 cm
- Fascia corrente: 20 cm  $\Delta$  2x10 cm!

Le sezioni critiche da analizzare sono:  $A^{dx}$   $B^{sx}$   $C^{sx}$   $D^{sx}$   
 $A^{sx}$   $B^{dx}$   $C^{dx}$

Dove  $A^{dx} = 15 \text{ cm} + 10 \text{ cm} = 25 \text{ cm}$  dall'appoggio A etc.  
 (trave) (fascia)

Il calcolo del taglio nelle sezioni critiche viene effettuato come già svolto per determinare i diagrammi di involucro, considerando la trave continua su più appoggi:



$$T_A^{sx} = \overline{T_A^{sx}} - q \cdot x = 13,66 - 11,38 \cdot 0,35 = 9,68 \text{ kN}$$

(15+20cm)

$$\overline{T_A^{dx}} = \overline{T_A^{dx}} - q_{AB} \cdot x = 23,11 - 10,65 \cdot 0,25 = 20,45 \text{ kN}$$

$$T_B^{sx} = 28,63 \text{ kN} \quad (> \overline{T_A^{dx}} \text{ Q.E.D.})$$

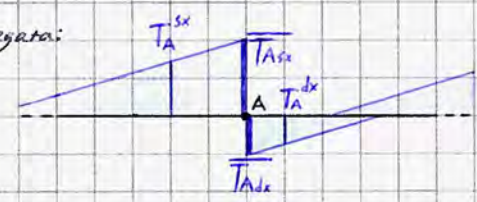
$$T_B^{dx} = 27,42 \text{ kN}$$

$$T_C^{sx} = 27,49 \text{ kN}$$

$$T_C^{dx} = 28,10 \text{ kN}$$

$$T_D^{sx} = 15,57 \text{ kN}$$

Notazione impiegata:



resistenza tangenziale resistente del CLS (anche a trazione => > brucia!)

Verifichiamo la Rd (resistenza di progetto) della sezione corrente in queste sezioni critiche, adottando la formula per le opere in CLS non armate a taglio:

$$V_{Rd} = \left[ 0,18 K \frac{(100 \cdot \rho_L \cdot f_{ck})^{1/3}}{\gamma_c} + 0,15 \sigma_{cp} \right] b_w \cdot d$$

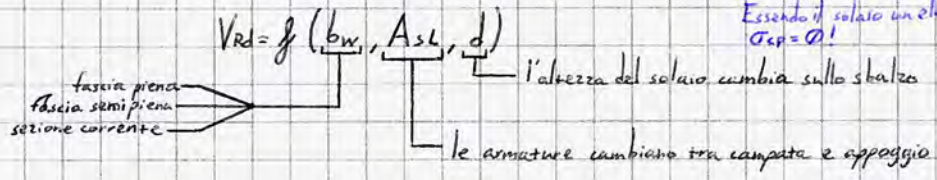
$K = 1 + \left( \frac{100}{d} \right)^{1/2} \leq 2$

$\rho_L = \frac{A_{sL}}{b_w d} \leq 0,02$  % di armatura longitudinale rispetto alla sezione

$b_w$  fascia piena = 5  $b_w$  sez. corrente

trazione media agente sull'elemento (a compressione)  
Essendo il solaio un elemento inflesso,  $\sigma_{cp} = 0!$

Nel caso del solaio in oggetto,



$T_A^{sx} \Rightarrow V_{Rd}^{Asx}$

$b_w = 200 \text{ mm} \quad d = 183 \text{ mm} \quad A_{sL} = 316 \text{ mm}^2$

$K = 1 + \left( \frac{100}{183} \right)^{1/2} = 2,02 \leq 2 \rightarrow 2,00$

$\rho_L = \frac{316}{200 \cdot 183} = 0,0086 < 0,02$

Ottenuti tutti i dati, verifichiamo la sezione corrente:

$$V_{Rd}^{Asx} = \left[ 0,18 \cdot 2,00 \frac{(100 \cdot 0,0086 \cdot 25)^{1/3}}{1,5} \right] \cdot 200 \cdot 183 = 24,46 \text{ kN}$$

$V_{Rd}^{Asx} > T_A^{sx} \Rightarrow$  Verifica soddisfatta.

$V_{Rd}^{Bdx}$

$b_w = 200 \text{ mm} \quad d = 203 \text{ mm} \quad A_{sL} = 474 \text{ mm}^2$

$K = 1 + \left( \frac{100}{203} \right)^{1/2} \rightarrow 2$

$\rho_L = \frac{474}{200 \cdot 203} = 0,012$

$$V_{Rd}^{Bdx} = \left[ 0,18 \cdot 2,00 \frac{(100 \cdot 0,012)^{1/3}}{1,5} \right] \cdot 200 \cdot 203 = 29,89 \text{ kN} > T_B^{dx} \Rightarrow \text{OK}$$

Nel caso in cui il taglio agente, sia maggiore di  $V_{Rd}$ , è possibile adottare uno dei seguenti criteri:

- Fascia semipiena  $\rightarrow b_w = 600 \text{ mm} = 3 \times$  fascia corr. utile se solo un appoggio non è verificato
- Rimuovere un filare di pignatte e ripartire i 25 cm così ottenuti tra le due fasce piene (metodo da utilizzare se ENTRAMBI gli appoggi non sono verificati)

Procedendo iterativamente, si osserva che tutte le sezioni sono verificate.

$V_{Rd}^{Asx} = 24,46 \text{ kN}$
$V_{Rd}^{Adx} = 26,11 \text{ kN}$
$V_{Rd}^{Bsx} = 29,89 \text{ kN}$
$V_{Rd}^{Bdx} = 29,89 \text{ kN}$
$V_{Rd}^{Cdx} = 29,89 \text{ kN}$
$V_{Rd}^{Cdx} = 29,89 \text{ kN}$
$V_{Rd}^{Dsx} = 26,11 \text{ kN}$

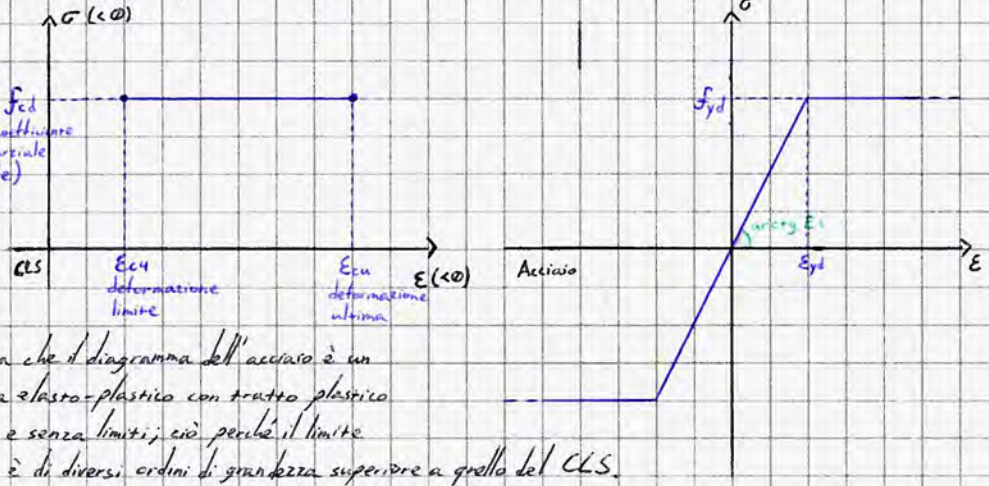
cambio di armature

## Verifica a flessione allo SLU

Fissiamo le seguenti ipotesi:

- Mantenimento della sezione piana;
- Perfetta aderenza Acciaio-CLS;
- Il CLS non reagisce a taglio (profondamente fessurato: SLU!)

E le seguenti ipotesi sui legami costitutivi:



### CLS

$$E_{cy} = 0,2 E_{cu}$$

$$E_{cu} = 3,5\text{‰}$$

$$f_{cd} = \frac{\alpha_{cc} \cdot f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{0,85 \cdot 25}{1,5} = 14,2 \text{ MPa}$$

$\alpha_{cc}$  è un coefficiente che insieme a  $\gamma_c$  permette il passaggio da  $f_{ck}$  a  $f_{cd}$

Si osserva che il diagramma dell'acciaio è un diagramma elasto-plastico con tratto plastico perfetto e senza limiti; ciò perché il limite effettivo è di diversi ordini di grandezza superiore a quello del CLS.

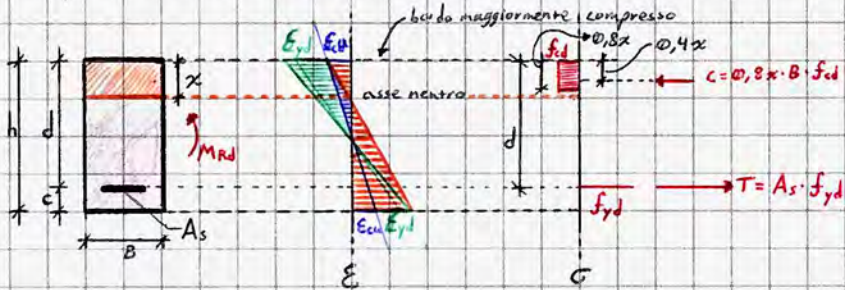
### Acciaio

$$E_s = 210 \text{ 000 MPa cost.}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{450}{1,25} = 391 \text{ MPa}$$

$$E_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = 0,00186$$

La prima fase della verifica viene effettuata considerando le sole armature soggette a trazione:



Valutiamo dunque l'equilibrio alla traslazione: ciò equivale a verificare che  $C=T$ .

$$C=T \Leftrightarrow 0,8x \cdot B \cdot f_{cd} = A_s \cdot f_{yd} \Rightarrow x = \frac{A_s f_{yd}}{0,8B \cdot f_{cd}}$$

$A_s$  (predimensionamento) e  $B$  (fase piena ecc.) influenzano sensibilmente la posizione dell'asse neutro, soprattutto  $A_s$ !

SE: •  $M > 0$ : se l'asse neutro non taglia i travetti ( $x < 5 \text{ cm}$ ), la sezione da considerare è rettangolare piena  $\Rightarrow B=100$  in ogni sezione da verificare.  
Nel caso di sezioni particolarmente armate (non i solai) occorre considerare le formule di verifica legate alle sezioni a T.

•  $M < 0$ : Se la fascia è semipiena,  $B=60 \text{ cm}$ ; se ci si trova in sezione corrente  $B=20 \text{ cm}$ .

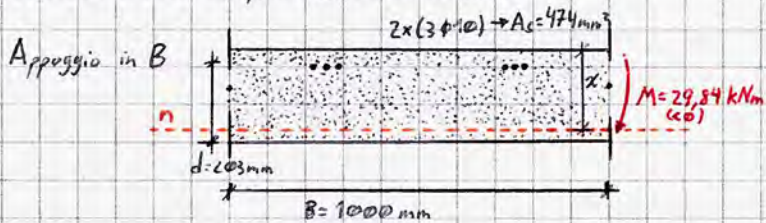
Consideriamo ora l'equilibrio a rotazione (rispetto alla compressione):

$$M_{Rd} = \frac{A_s f_{yd}}{T} (d - 0,4x)$$

$\rightarrow 0,4x$  nella formula approssimativa!

si considera rigorosamente il braccio della coppia.

Effettuiamo a titolo esemplificativo alcune verifiche:



$$x = \frac{474 \cdot 391}{0,8 \cdot 1000 \cdot 14,2} = 16,31 \text{ mm}$$

$$M_{Rd} = 474 \cdot 391 (203 - 0,4 \cdot 16,31) = 36,41 \text{ kNm Ed/Rd OK}$$

Procedendo iterativamente è possibile calcolare i momenti resistenti di tutte le sezioni critiche; occorre però considerare sia i momenti positivi che quelli negativi per ogni sezione in cui variano  $B$  o  $A_s$ , ovvero per ogni sezione significativa, in cui cambiano  $B$  o  $A_s$  o  $M$  — ~~ovvero~~ in termini di segno — ed è dunque evidente come sia conveniente effettuare questa verifica DOPO la verifica a taglio, che permette di individuare le dimensioni delle fasce piegate.

Campata AB (non verificata nel procedimento semplificato)



$$x = \frac{316 \cdot 391}{0,8 \cdot 1000 \cdot 14,2} = 10,88 \text{ mm} < 40 \text{ mm (soletta)}$$

$\Downarrow$   
 $B = 1000 \text{ mm}$

$$M_{Rd} = 316 \cdot 391 (205 - 0,4 \cdot 10,88) = 24,78 \text{ kNm}$$

Ne risultano i seguenti dati, utili per il diagramma di involucro: dal confronto tra momenti agenti e momenti resistenti è possibile ricavare la

$M^{\pm}$	$B$ (mm)	$d$ (mm)	$A_s$ (mm <sup>2</sup> )	$x$ (mm)	$M_{Rd}$ (kNm)	$M_{Ed}$ (kNm)	$M_{Ed}/M_{Rd}$
- (B)	1000	203	474 (3φ10)	16,31	36,41	29,84	82,0%
-	1000	203	316 (2φ10)	10,88	24,56		
-	200	203	474 (3φ10)	81,57	31,58		
-	200	203	316 (2φ10)	54,38	22,39		
-	200	203	158 (1φ10)	27,19	11,87		
- (sbalzo)	1000	183	316 (2φ10)	10,88	22,07		
- (sbalzo)	200	183	316 (2φ10)	54,38	19,92		
- (sbalzo)	200	183	158 (1φ10)	87,19	10,63		
+ (AB)	1000	205	316 (2φ10)	10,88	24,79	23,31	94,0%
+ (AB)	1000	205	158 (1φ10)	5,44	12,53		

distinta di armature: a seconda del segno del momento e dei valori assunti da  $B$  e da  $d$  si può comprendere dove è possibile modificare  $A_s$  nelle armature inferiori o superiori e dunque in quali sezioni è possibile far salire o scendere i ferri di armatura, identificando i parametri alla base del tracciamento della distinta.

I dati utili per la realizzazione della distinta sono  $M^{\pm}$ ,  $b$ ,  $d$ ,  $A_s$  ed  $M_{Rd}$ , noto l'involucro dei momenti agenti.

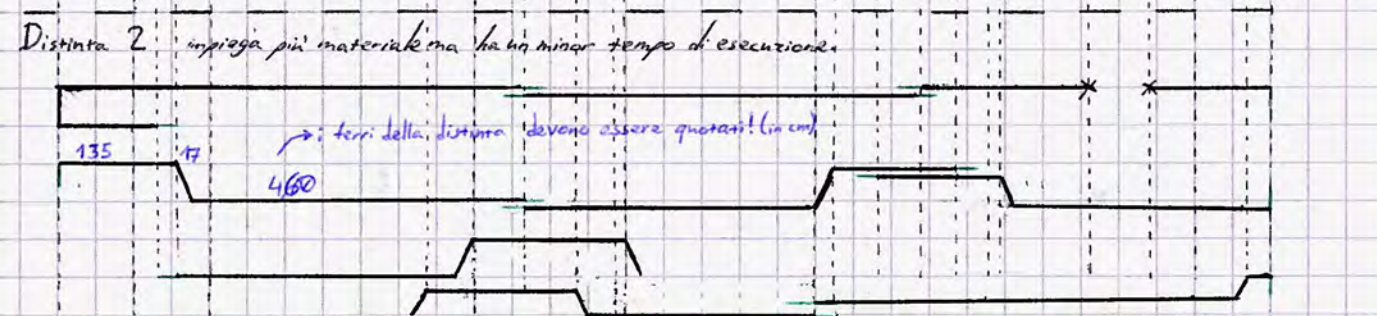
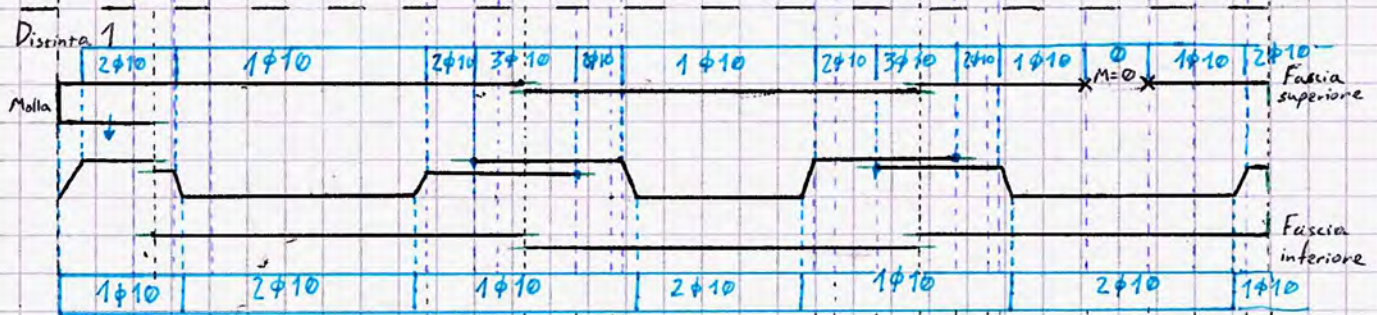
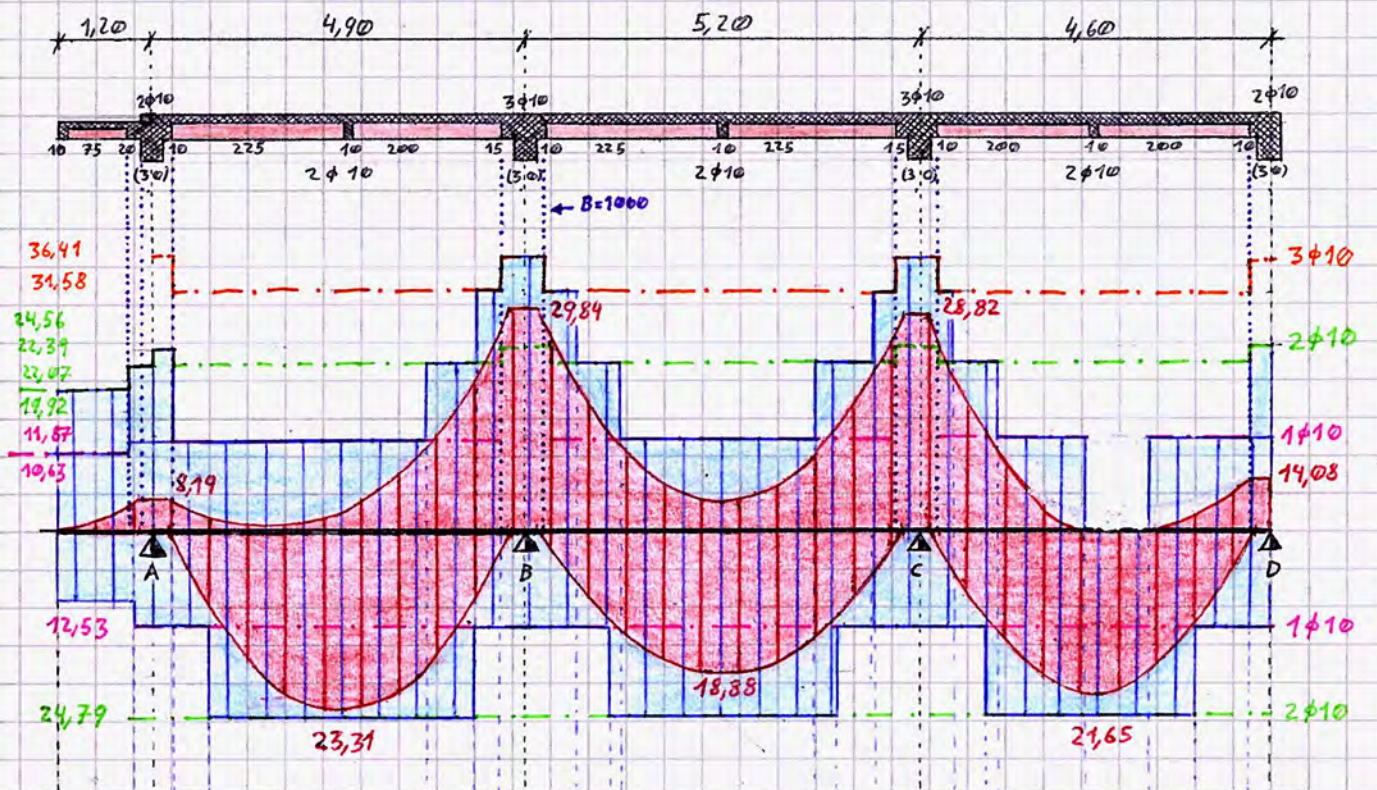
Si osserva nella tabella che in corrispondenza di momento negativo e  $b = 1000 \text{ mm}$  vengono ipotizzati almeno 2 ferri di armatura, poiché un solo ferro non soddisferebbe il rapporto  $E_d/R_d$  in nessun caso.

A seconda delle ipotesi fissate in tabella è possibile definire sul diagramma di involucro delle

rette di ordinata corrispondente all'aliquota di momento resistente raggiunta; da un confronto tra momenti agenti e momenti resistenti risulta determinato il numero di armature necessarie in fascia superiore e in 2 fasce inferiori, e sono di conseguenza definite le sezioni in cui alcuni dei ferri di armatura passano da una fascia all'altra; è sempre significativo ricordare che **bisogna sempre considerare almeno un ferro nell'armatura inferiore.**

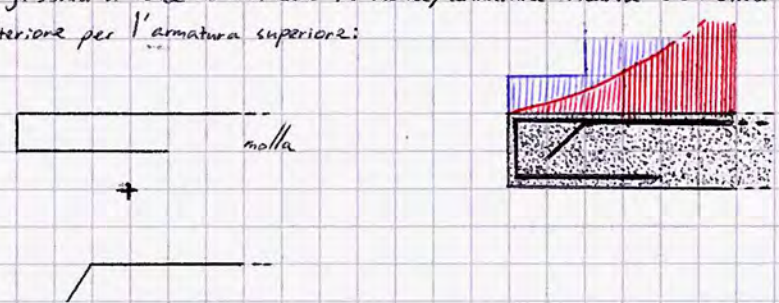
Per la realizzazione di distinte esistono due possibili approcci, in base a diverse possibilità tecniche in cantiere: i ferri che passano da una zona inferiore ad una superiore vengono piegati con un apposito procedimento, con delle inclinazioni che possono essere assunte pari a  $45^\circ$ ; è possibile scegliere di sagomare i ferri su entrambe le estremità (distinta storica, si sagomano entrambi i lati per impiegare meno materiale) o solo su un lato (si utilizza un quantitativo di materiale leggermente superiore ma si risparmia sensibilmente in manodopera).

Per operare una distinta, si parte tendenzialmente da un confronto tra l'involuppo dei momenti agenti e i momenti resistenti offerti da 1, 2 o 3 ferri; da ciò si comprende in quali punti della campata conviene sagomare i ferri per portarli da una fascia all'altra; idalmentre, i punti in cui le rette corrispondenti alla resistenza offerta da 1, 2 o 3 ferri col diagramma dei momenti agenti coincidono con i punti in cui la struttura opererebbe con  $E_d/R_d = 1$ ; in realtà si tende a lasciare un leggero spazio.



in verde sono rappresentate le lunghezze di ancoraggio

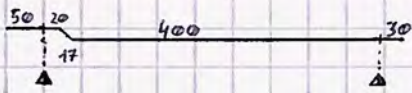
Sugli sbalzi si tende ad utilizzare la molla, armatura "ricicva" che rientra nella trave; ad essa solitamente si aggiunge una barra ulteriore per l'armatura superiore:



Tipica distinta di armature in corrispondenza di uno sbalzo e relativa applicazione in opera.

Lo spazio lasciato tra MED e MRJ può dipendere da necessità di natura tecnologica: la quotatura dei ferri da sagomare necessita di una precisione nell'ordine dei 5 cm, il che implica quasi sicuramente la necessità di considerare ferri leggermente più lunghi rispetto al necessario, portando la struttura a lavorare con un rapporto  $E_d/R_d < 1$ .

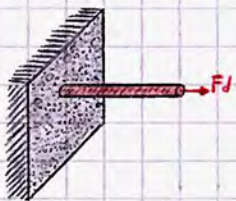
L'unico elemento non quotato con multipli di 5 è la pendenza a  $45^\circ$ , poiché dipende dall'altezza strutturale del solaio.



esempio di quotatura di un ferro di armatura.

Una volta effettuato il confronto tra il diagramma d'involuppo dei momenti agenti e il diagramma teorico (con il limite di esercizio  $E_d/R_d = 1$ ) si procede dunque con la determinazione dei ferri di armatura nelle tre fasce (superiore - inferiore - ferri sagomati), scegliendo l'approccio da adottare nella sagomatura in cantiere.

Nella distinta sono evidenziate in verde le lunghezze di ancoraggio delle armature: ogni ferro, per poter assorbire una certa forza  $F$ , deve avere un qualche vincolo; considerando il ferro efficace fino ad una certa sezione, bisogna assicurarsi che sia presente una zona cui non è attribuita resistenza ai carichi che consenta di ancorare i ferri nel calcestruzzo; detta lunghezza può essere calcolata:



$$L_{b, req} = \frac{\phi \cdot \sigma_{sd}}{4 f_{bd}}$$

lunghezza richiesta, ovvero di progetto.

$\phi$  = diametro del ferro  
 $\sigma_{sd}$  = tensione cui è sottoposto il ferro  
 $f_{bd}$  = parametro di resistenza dell'ancoraggio, dipende dalla natura del calcestruzzo

Si ha inoltre che  $F_d = \frac{\phi^2 \pi}{4} \sigma_{sd}$   
area

$$f_{bd} = 2,25 \eta_1 \eta_2 f_{ctd}$$

Resistenza del calcestruzzo a trazione di progetto;

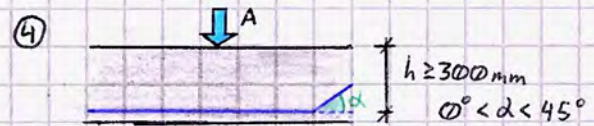
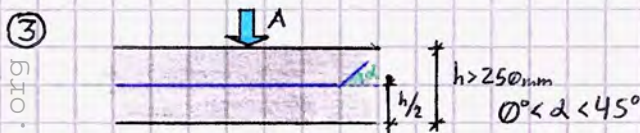
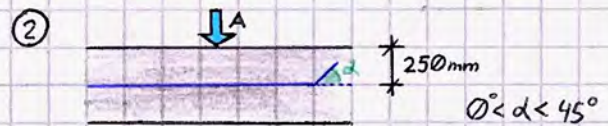
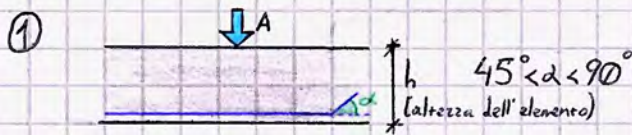
$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk}}{\gamma_s} \rightarrow f_{ctk} = 0,7 f_{ctm}$$

$$f_{ctm} = 0,30 (f_{ck})^{2/3}$$

resistenza caratteristica del calcestruzzo a compressione.

$\eta_1$  dipende dalle condizioni di aderenza, così classificate:

- Buona aderenza  $\rightarrow \eta_1 = 1$  definito secondo i quattro casi elencati di seguito.
- Altri casi  $\rightarrow \eta_1 = 0,7$



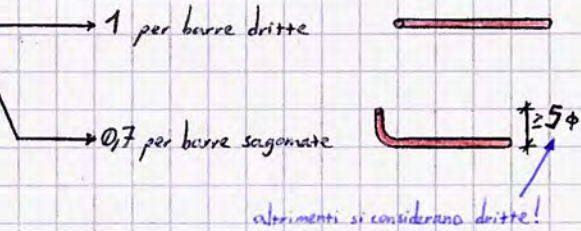
Con A direzione del getto,  $\alpha$  angolo con l'orizzontale.

$\eta_2$  è pari a 1,0 per  $\phi \leq 32$  mm, ovvero in tutte le applicazioni civili ordinarie.

Nota  $L_{b, req}$ , bisogna definire la lunghezza di ancoraggio di progetto, calcolata come di seguito:

$$L_{b,d} = d_1 d_2 d_3 d_4 d_5 L_{b,req} \geq L_{b,min}$$

$d_1$  è funzione della forma delle barre e del copriferro, pari a:

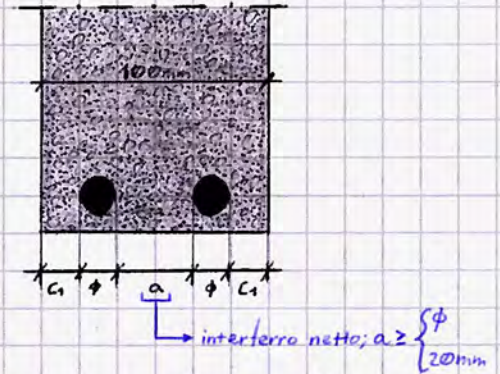


$d_2$  è funzione del ricoprimento della barra:

$$d_2 = 1 - 0,15 \frac{c_d - \phi}{\phi} \leq 1,0, \text{ con } c_d = \min \left\{ \frac{a}{2}; c_1 \right\}$$

$d_3$  è funzione dell'armatura trasversale; essendo essa assente in un solido, il coefficiente assume valore unitario.

$d_4$  è funzione dell'eventuale armatura trasversale saldata, anch'essa assente ( $d_4 = 1,0$ )



$d_5$  è funzione di pressioni ortogonali alla barra; essendo essenti  $d_5 = 1,0$ . Poiché l'ancoraggio ha un funzionamento di natura attritiva, la presenza di pressioni ridurrebbe la lunghezza di ancoraggio di progetto poiché aumenterebbe l'attrito.

In questa esercitazione,  $a = 30$ ;  $c_1 = 25 \Rightarrow c_d = 15 \Rightarrow d_2 = 1 - 0,15 \frac{15 - 10}{10} = 0,925$

Determinati i vari parametri, occorre verificare che  $d_2 \cdot d_3 \cdot d_5 \geq 0,7$  (verificato, nel nostro caso)

Si procede dunque con la valutazione di  $L_{b,min} = \max \begin{cases} 0,3 L_{b,req} \\ 10 \phi \\ 100 \text{ mm} \end{cases}$

Calcoliamo  $L_{b,req}$ :

$$f_{ctd} = \frac{0,7 \cdot 0,3 \cdot f_{ct}^{2/3}}{1,5} = 1,2 \text{ MPa} \quad ; \quad f_{bd} = 2,25 \cdot 1,00 \cdot 1,00 \cdot 1,2 = 2,7 \text{ MPa}$$

*ipotesiamo condizioni di buona aderenza*

$$L_{b,req} = \frac{\phi \cdot 391}{4 \cdot 2,7} = 36,2 \phi = 362 \text{ mm}$$

Si consiglia di esplicitare il risultato preliminarmente in funzione di  $\phi$  per garantire un confronto con il valore minimo da norma di  $L_b$  ( $10\phi$ )

$\sigma_{sd}$  dipende dal momento agente sulla sezione.

Ipotizzando che  $M_{Ed} = M_{Rd}$  in una specifica sezione, si ha banalmente che  $\sigma_{sd} = f_{yd} = 391 \text{ MPa}$



Si osserva che se  $M_{Ed} = 0 \rightarrow \sigma_{sd} = 0 \rightarrow L_{b,req} = 0 \Rightarrow$  l'ancoraggio si effettua con  $L_b = L_{b,min}$ .

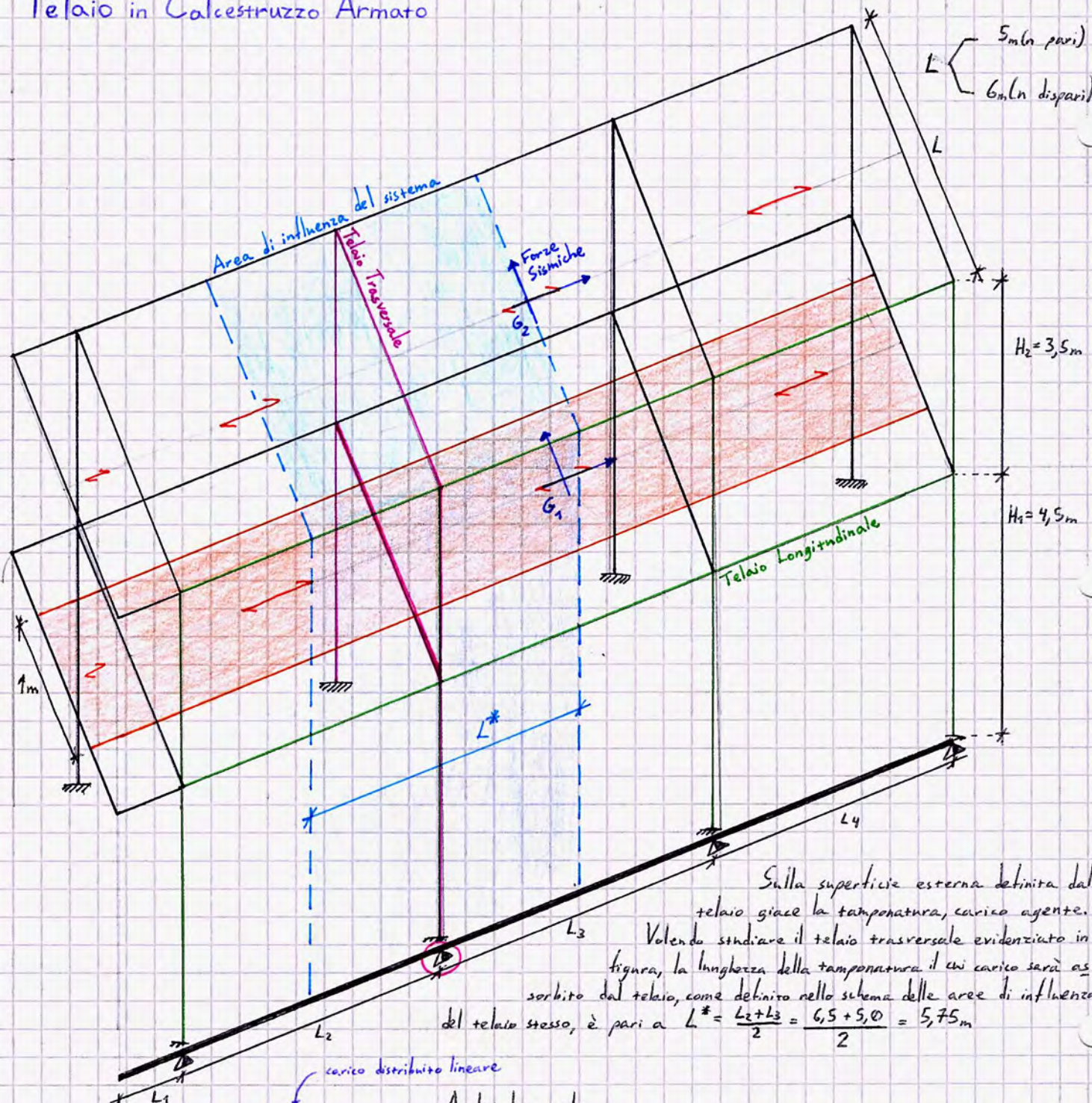
L'approccio rigoroso richiede il calcolo di  $\sigma_{sd}$  per ogni ancoraggio; nella pratica solitamente si considera l'ipotesi che i ferri lavorino sempre al massimo (391 MPa), considerando ancoraggi di lunghezza leggermente superiore.

$$L_{bd} = d_1 d_2 L_{b,req} = 1 \cdot 0,925 \cdot 36,2 \phi = 30,2 \phi = 302 \text{ mm} \geq L_{b,min} = \max \begin{cases} 0,3 L_{b,req} = 97,8 \text{ mm} \\ 10 \phi = 100 \text{ mm} \\ 100 \text{ mm} \end{cases} = 100 \text{ mm}$$

$L_{bd} = 302 \text{ mm}$  da aggiungere a entrambe le estremità di ogni ferro.

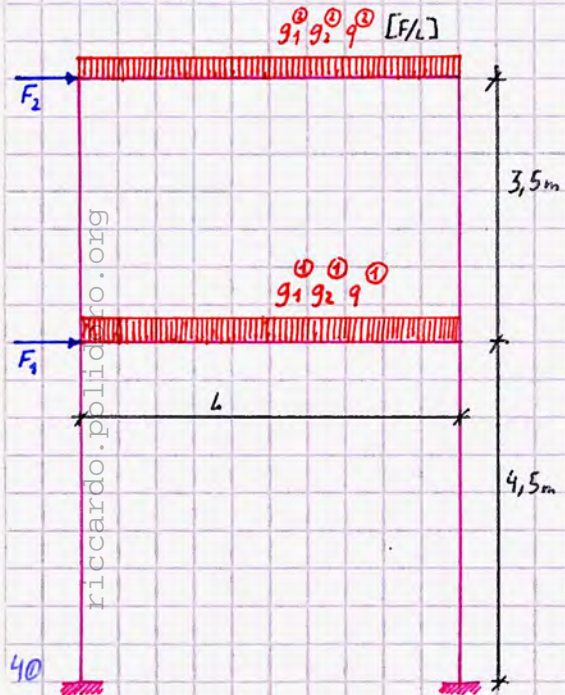
Unico problema è il ferro che termina nell'appoggio in D ( $L_{max} = 150 \text{ mm}$ ); in quel punto si può considerare una barra sagomata e considerare la nuova lunghezza di ancoraggio.

# Telaio in Calcestruzzo Armato



Sulla superficie esterna delimitata dal telaio giace la tamponatura, carico agente. Volendo studiare il telaio trasversale evidenziato in figura, la lunghezza della tamponatura il cui carico sarà assorbito dal telaio, come definito nello schema delle aree di influenza del telaio stesso, è pari a  $L^* = \frac{L_2 + L_3}{2} = \frac{6,5 + 5,0}{2} = 5,75m$

## Analisi dei carichi



$$g_1^{\textcircled{1}} = 4,45 \text{ kN/m}^2 \quad [F/L^2]$$

Solaio intermedio

$$g_1^{\textcircled{2}} = 4,45 \text{ kN/m}^2$$

$$g_2^{\textcircled{1}} = 4,64 \text{ kN/m}^2$$

$$q^{\textcircled{1}} = 3,50 \text{ kN/m}^2$$

(dest. uso ufficio)

Copertura (praticabile)

$$g_1^{\textcircled{2}} = 4,45 \text{ kN/m}^2$$

$$g_2^{\textcircled{2}} = 2,92 \text{ kN/m}^2$$

$$q^{\textcircled{2}} = 3,50 \text{ kN/m}^2$$

A queste alignate si aggiungono eventuali forze concentrate, tra cui le azioni orizzontali dovute a vento o sisma:

$$(F_1, F_2) = \begin{cases} 50; 90 \text{ kN} & (n \text{ pari}) \\ 30; 60 \text{ kN} & (n \text{ dispari}) \end{cases}$$



Essendo ogni edificio deformabile, le azioni orizzontali sono soggette ad un'amplificazione dinamica che determina un'accelerazione massima in sommità; ciò implica che  $F_2 > F_1$ !

All'interno dello schema tridimensionale di solai, l'elemento di massa maggiore è l'impalcato, ovvero una massa distribuita. Imponendo la condizione di inestensibilità all'elemento (vincolo di piano rigido) è possibile individuare il baricentro della massa, punto in cui è possibile immaginare di concentrare l'intera massa dell'elemento (in questo caso coincide col centro geometrico dell'impalcato).

Sotto azione sismica, i solai sono oggetto di azioni orizzontali che possono essere viste come forze concentrate applicate nel baricentro agenti lungo tutte le direzioni poiché il sisma varia in intensità e direzione nel tempo.

Per semplicità, si considerano due direzioni tra loro ortogonali: la loro composizione istante per istante è in grado di definire il vettore forza associato al sisma stesso.

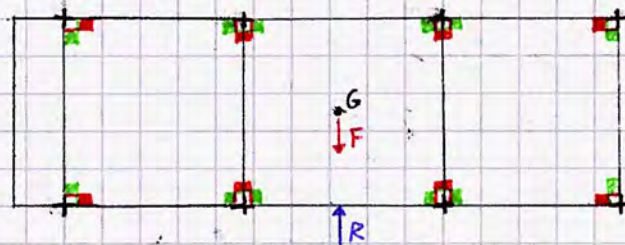
Nello studio di un telaio, dette forze agiscono trasversalmente ai telai piani da analizzare; in presenza di forze sismiche occorre però calcolare le sollecitazioni globali - agenti su tutto l'edificio - per poi calcolare le forze agenti sui singoli telai. Fondamentale è garantire l'assenza di regimi deformativi torsionali altrimenti le sollecitazioni, non distribendosi uniformemente sui telai ad esse resistenti (ad esempio, per un telaio trasversale  $F_{telaio} = F_{sisma\ globale} \cdot 1/4$ ) determinano stati tensionali spuri, estremamente lesivi per l'integrità strutturale dell'edificio.

Per limitare le possibilità di attivazione di simili modi deformativi, è preferibile adoperare soluzioni simmetriche in planimetria.

### Posizionamento di pilastri

Essendo i pilastri in calcestruzzo armato di forma tipicamente rettangolare, essi hanno momenti d'inerzia differenti lungo le due direzioni principali d'inerzia; ne segue che bisogna garantire una distribuzione di pilastri il più possibile uniforme tra le due giaciture.

A ciò si aggiunge la già menzionata condizione di simmetria rispetto al baricentro delle masse, che a sua volta deve coincidere con il baricentro delle rigidezze; bisogna allo stesso tempo garantire la massima centrifugazione possibile alle rigidezze stesse!

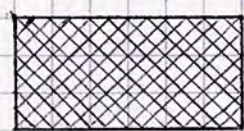


Soluzione globalmente meno centrifugata

Soluzione globalmente più centrifugata

Poiché in questa applicazione ci si occuperà di studiare il telaio evidenziato a p. 40, conviene adottare (a fini didattici) la soluzione meno centrifugata

Dimensioni standard:

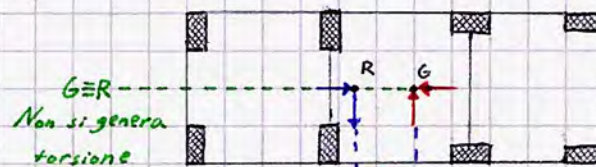


20  
30  
40  
(cm)

40 - 50 - 60 (cm)

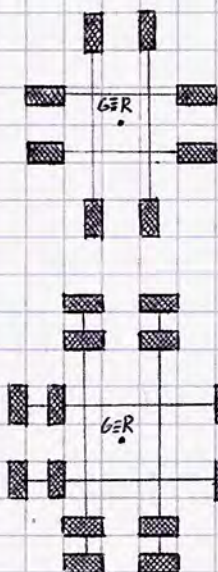
La reazione  $R$  alla forza  $F$  agisce nel baricentro delle rigidezze; se  $G \neq R$  (baricentro delle masse) si genera torsione.

Occorre valutare l'allineamento di  $G$  ed  $R$  nelle due direzioni trasversali:



Nello schema a sinistra,  $G \neq R$  ma se l'edificio ruotasse il pilastro lavorerebbe con il proprio asse debole; questa soluzione è dunque più deformabile a torsione.

Il secondo caso qui presentato, lavorando sull'asse forte, è molto più rigido a torsione!



# Travi

Le travi in calcestruzzo armato sono tipicamente a sezione rettangolare, generalmente aventi le seguenti dimensioni:

$$B_c = 20-40 \text{ cm} \quad \text{almeno pari alla dimensione minore del pilastro } (B_p)$$

$$h_c = \frac{1}{10-12} \cdot \text{Luce } (L)$$

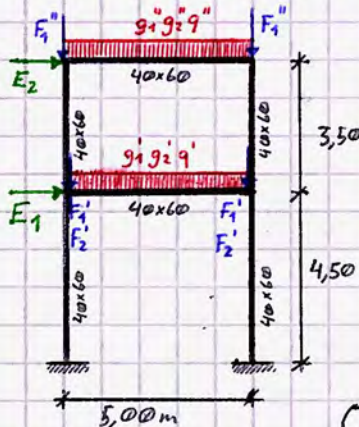
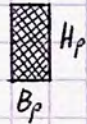


# Pilastri

$$B_p \geq (B_t; 30 \text{ cm})$$

$$H_p \geq H_t$$

per motivi sismici: il pilastro deve essere più rigido e resistente della trave (gerarchia delle rigidità/resistenze)



$$E_1 = 20 \text{ kN}$$

$$E_2 = 40 \text{ kN}$$

Trave 40x60

Pilastri 40x60

Trave ortogonale 40x50 (il solaio non scarica su queste travi, che dunque hanno altezza minore.)

Definiamo:

$F_1$ : forze concentrate dovute alle travi ortogonali

$F_2$ : forze concentrate dovute alla tamponatura

Operiamo per aree di influenza.

$g_1$ : deve considerare anche il peso proprio della trave, ipotizzata di 40x60 cm

Valutiamo il peso di un metro lineare di trave di telaio e un metro lineare di trave ortogonale:

Trave di telaio:  $25 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,40 \cdot 0,60 = 6,0 \text{ kN/m}$

Trave ortogonale:  $25 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,40 \cdot 0,50 = 5,0 \text{ kN/m}$

Il peso della tamponatura è pari a  $3,10 \text{ kN/m}^2$

La tamponatura, inizialmente considerata come carico superficiale, si assume trasferita integralmente al nodo.

Primo impalcato:

$$g_1' = \frac{4,45 \cdot 5,75}{g_1' \cdot L^*} + 6,0 = 37 \text{ kN/m}$$

$$F_1' = 5,0 \cdot 5,75 = 29 \text{ kN}$$

$$g_2' = 4,64 \cdot 5,75 = 32 \text{ kN/m}$$

$$F_2' = \frac{3,10 \cdot 5,75 \cdot 3,0}{L^* \cdot H_2 - H_1} = 43 \text{ kN}$$

peso tamponatura (kN/m<sup>2</sup>)

$$q' = 3,5 \cdot \frac{5,75}{L^*} = 24 \text{ kN/m}$$

Secondo impalcato:

$$g_1'' = 4,45 \cdot 5,75 + 6,0 = 37 \text{ kN/m}$$

$$F_1'' = 5,0 \cdot 5,75 = 29 \text{ kN}$$

$$g_2'' = 2,92 \cdot 5,75 = 20 \text{ kN/m}$$

$$q'' = 3,5 \cdot 5,75 = 24 \text{ kN/m}$$

Pilastro: il carico cresce linearmente verso il basso, motivo per cui è possibile rastremare la sezione; nelle applicazioni tale rastremazione viene effettuata almeno ogni 2 tese, dunque nell'esempio fatto la sezione 40x60 è costante.

Ne segue che il peso a metro lineare del pilastro è pari a  $6,0 \text{ kN/m}$ .

Nell'analisi dei carichi effettuata si osserva che:

- I carichi e le dimensioni del solaio sono quelli dell'esercitazione omotima;
- In questa applicazione si è considerato il solaio di copertura come avente la stessa parte strutturale del solaio al livello intermedio; ne segue che, se ipotizzato come solaio accessibile,  $q_k = q_k$  del solaio intermedio; se invece l'accesso in copertura è necessario solo per gli interventi di manutenzione,  $q_k = 0,5 \text{ kN/m}^2$ . Analogamente, tra solaio intermedio e solaio di copertura variano i carichi  $g_2$ : sono assenti tramezzi, è presente un masso delle pendenze (di spessore maggiore rispetto al massetto di livello intermedio!) e una forma di impermeabilizzazione.
- Effettuato il passaggio da  $g^{\text{areale}}$  a  $g^{\text{lineare}}$  (etc.), si analizzano i carichi dovuti alle travi: ipotizzando tramite la formula  $h = \frac{1}{25}$  l'altezza della trave - e di conseguenza la sua base - è noto il peso a metro lineare della trave di telaio (componente da aggiungere a  $g'$ ) e della trave ortogonale ad esso (da valutare come forza nodale concentrata, moltiplicandone il peso a metro lineare per la lunghezza di influenza). Devono essere altresì considerati i carichi dovuti alla temperatura (sul solaio intermedio e - se praticabile - su quello di copertura, per un'altezza di circa 1m), moltiplicandone il peso areale unitario per l'altezza e la lunghezza di influenza.

Si procede dunque ad una verifica preliminare: occorre comprendere se le sezioni ipotizzate per travi e pilastri sono accettabili prima di procedere nelle verifiche più rigorose.

Nelle verifiche bisognerà confrontarsi con due combinazioni di carico differenti:

$$\text{SLU: } \gamma_{G1} G_1 + \gamma_{G2} G_2 + \gamma_Q Q$$

valida solo per carichi verticali, è la più gravosa tra le due: le azioni sono amplificate dai coefficienti di sicurezza parziali delle azioni (più gravosi per carichi non completamente definiti, in cui si lascia maggiore libertà al progettista architettonico nella determinazione dei carichi, ovvero nelle scelte di progetto)

$$\text{SLE: } E + G_1 + G_2 + \frac{1}{2} Q$$

rappresenta l'interazione tra carichi verticali ed orizzontali, con  $\frac{1}{2}$  coefficiente riduttivo dipendente dalla destinazione d'uso - pari a 0,3 per le destinazioni residenziali - legato al fatto che il sisma è un evento di breve durata e non frequente: è poco probabile che il carico variabile sia interamente presente durante il sisma!

Nell'analisi delle combinazioni di carico si osserva che si è attuata un'importante semplificazione: si ipotizza che il sisma costituisca azioni unicamente orizzontali; tale approssimazione è lecita per strutture con luci sufficientemente ridotte, senza fusi sbalzi e senza strutture spingenti.

Essendo le strutture soggette per definizione a carichi verticali, la variazione legata all'aumento o la diminuzione di carico legata a un sisma sussultorio rientra all'interno del margine di sicurezza parametrato allo SLU, non essendo presente una significativa amplificazione sismica (o un trasferimento delle azioni verticali in azioni orizzontali); si considerano dunque trascurabili gli effetti del sisma, non coprendo con verifiche l'eventuale trasferimento di sollecitazioni verticali lungo l'orizzontale.

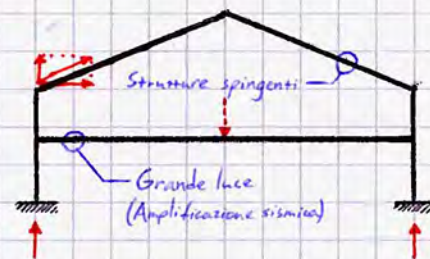
Per procedere nel predimensionamento del telaio bisogna osservare come sono sollecitati i diversi elementi strutturali:

• Travi: Flessione e ~~Taglio~~

Di norma <sup>non</sup> condizionano il progetto salvo che per elementi tozzi, dunque si considerano trascurabili.

• Pilastri: Pressoflessione e ~~Taglio~~

Si procede dunque con le verifiche da predimensionamento.



## Verifica a Flessione

Occorre calcolare il momento agente sulle travi.

$$M_{travi} = M_{travi} (\text{carichi verticali}) + M_{travi} (\text{carichi orizzontali})$$

$$\Downarrow$$

$$M_{travi} \approx M_{travi}^{SLU}$$

Essendo elementi inflessi, il progetto è governato dai carichi verticali e dunque dalla SLU; essendo il momento dovuto ai carichi verticali molto maggiore di quello dovuto ai carichi orizzontali si assume in prima approssimazione che il momento dovuto al sisma, nullo per lo SLU, sia trascurabile.

## Verifica a Pressoflessione

$$M_{pilastri} = M_{pilastri} (\text{carichi verticali}) + M_{pilastri} (\text{carichi orizzontali})$$

$$\Downarrow$$

$$M_{pilastri} = M_{pilastri}^{SLE}$$

Nel caso dei pilastri, nelle zone sismiche a rischio medio e medio-alto il momento dovuto alle azioni orizzontali è molto maggiore rispetto a quello dovuto ai carichi verticali; sono i carichi orizzontali a governare il progetto!

Si sottolinea che le verifiche suddette consentono un dimensionamento di massima; sono dunque estremamente semplificate per poter validare in maniera rapida ed efficace il predimensionamento.

Essendo le verifiche suddette semplificate, è possibile estrarre gli elementi dal telaio.

## Travi

A rigore, l'estrazione si effettua considerando una trave appoggiata-appoggiata con molle rotazionali:



$$M_{trave, MAX} = \frac{qL^2}{?}$$

Semplicemente appoggiata:  $\frac{qL^2}{8}$  in mezzaria

Incastro perfetto:  $\frac{qL^2}{12}$  sugli appoggi

Consideriamo le due travi e valutiamo l'entità del carico distribuito q:

Dipende da diversi parametri tra cui la rigidezza della trave, ipotizziamo in prima approssimazione  $qL^2/10$

Trave superiore:

$$q' = 1,3 \cdot 37 + 1,5 \cdot 23 + 1,5 \cdot 24 = 111 \text{ kN/m}$$

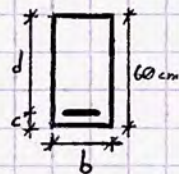
Tra le due, risulta evidente la convenienza di verificare la trave di primo impalcato, che opera in condizioni più gravose.

Trave di primo impalcato:

$$q' = 1,3 \cdot 37 + 1,5 \cdot 32 + 1,5 \cdot 24 = 126 \text{ kN/m}$$

Dopo aver valutato il momento agente, si procede con la valutazione della distanza utile delle armature della trave con una formula cantelativa. In questo caso, sono stati ipotizzati  $d = 57 \text{ cm}$  e  $c = 3 \text{ cm}$ .

$$\text{Ne segue che } M = \frac{qL^2}{10} = \frac{126 \cdot (5)^2}{10} = 315 \text{ kN m}$$



Dunque:

$$d = r \sqrt{\frac{M}{b}} = 0,658 \sqrt{\frac{315 \cdot 10^6}{400}} = 660 \text{ mm}$$

conversione a N·mm

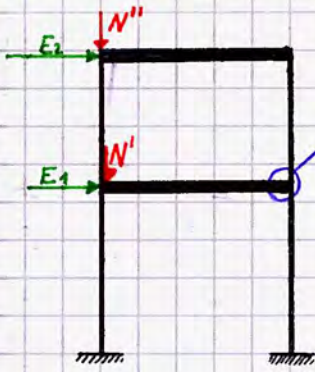
Parametro dipendente da  $f_{ck}$

$f_{ck} = 20$

accettabile: la formula è cantelativa per  $\pm 10 \text{ cm}$   
 $(660 - 570) = 90 \text{ mm} = 9 \text{ cm}$

In zona sismica, i pilastri si dimensionano facendo valere l'ipotesi di trave infinitamente rigida (anche flessionalmente: si tratta di un corpo rigido), ovvero nell'ipotesi di Grinter (diversa dall'ipotesi di diaframma rigido, in cui gli spostamenti relativi tra punti dell'impalcato sono nulli: la condizione ora postulata è più forte!)

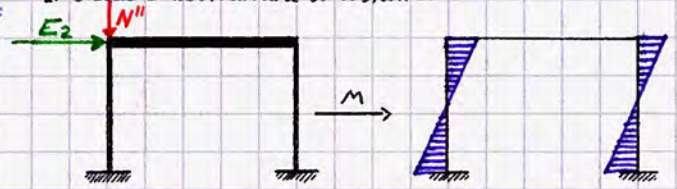
I carichi verticali agenti sul pilastro sono i carichi nodali (concentrati e non):



la trave così rappresentata evidenzia la sussistenza dell'ipotesi di Grinter: si evidenzia la rigidità dell'elemento.

Per analizzare le sollecitazioni agenti sui due impalcati, si isolano i singoli portali.

Valutiamo dunque ciò che accade sul secondo impalcato, ipotizzando di bloccare la struttura sottostante:

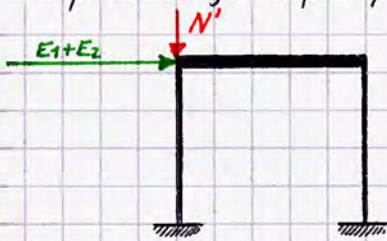


$$M''_{max} = \frac{E_2}{2} \cdot \frac{H_2}{2} = \frac{40}{2} \cdot \frac{3,5}{2} = 35 \text{ kNm}$$

due colonne resistono alla sollecitazione (ugualmente rigide!)

la distanza tra punto di nullo e estremo della distribuzione a farfalla è pari a metà altezza.

Si procede analogamente per il primo impalcato:



$$M'_{max} = \frac{E_1+E_2}{2} \cdot \frac{H_1}{2} = \frac{40+20}{2} \cdot \frac{4,5}{2} = 135 \text{ kNm}$$

Si osserva che in un edificio la forza di piano cresce verso l'alto mentre il tagliante di piano cresce verso il basso.

Noti i termini flessionali di sollecitazione, si calcolano gli sforzi normali dello SLE (stato limite sismico):

II impalcato:  $F'' = F_1'' + F_2'' = 29 \text{ kN}$

$$\text{SLE: } G_1 + G_2 + \psi_2 Q = 37 \text{ kN} + 23 \text{ kN} + 0,3 \cdot 24 = 68 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

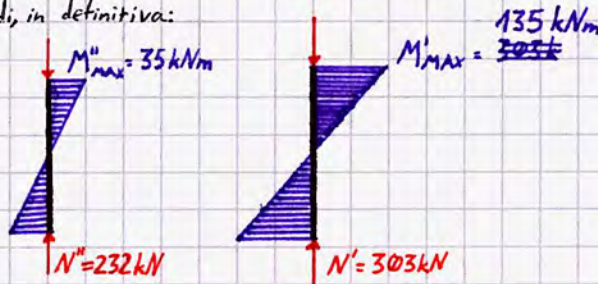
$$\text{Ne segue che } N'' = F'' + L^* (G_1 + G_2 + \psi_2 Q) = 29 + 3,0 \cdot 68 = 232 \text{ kN}$$

I impalcato:  $F' = F_1' + F_2' = 29 + 43 = 72 \text{ kN}$

$$\text{SLE: } 37 + 32 + 0,3 \cdot 24 = 77 \text{ kN/m}$$

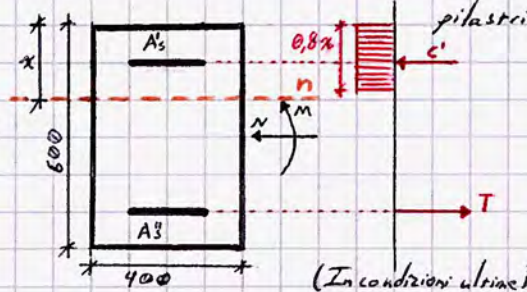
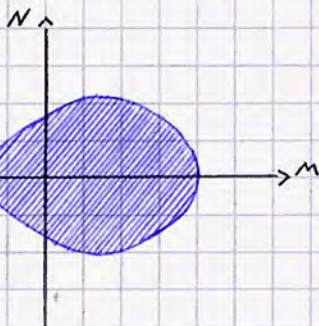
$$\Rightarrow N' = 77 \cdot 3 + 72 = 303 \text{ kN}$$

Si ha quindi, in definitiva:



Lo sforzo normale ha un effetto positivo sulle colonne: irrigidendole, consente una resistenza maggiore. Ne segue che non è immediato identificare quale sia la situazione più gravosa tra le due.

D'altronde, il dominio di resistenza dei pilastri è un pernoide (rappresentato a fianco); di conseguenza è necessario effettuare la verifica semplificata dei pilastri di entrambi gli impalcati.



Si osserva che il pilastro ha due aree in cui posizionare le armature, simmetriche: ciò per resistere efficacemente all'azione sismica nelle due direzioni.

Si ha che:

$$\left. \begin{aligned} C' &= A_s' f_{yd} \\ T &= A_s'' f_{yd} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{A_s' = A_s''} C' = T$$

Sappiamo inoltre che  $C = 0,8 \alpha \cdot b \cdot f_{cd}$

Imponendo l'equilibrio alla traslazione,

$$C + C' - T = N \Rightarrow C = N$$

rigorosamente: non è una schematizzazione, poiché le armature sono effettivamente simmetriche!

$$N = 0,8 \alpha \cdot b \cdot f_{cd} \Rightarrow \alpha = \frac{N}{0,8 b f_{cd}}$$

l'asse neutro è dunque noto rigorosamente

Resistenza a compressione di progetto (in questo caso 11,3)

Si effettua dunque un'approssimazione:  $\frac{\alpha}{d} = 0,25 \Rightarrow d = \frac{\alpha}{0,25}$  da confrontare con la distanza utile ipotizzata nel predimensionamento.

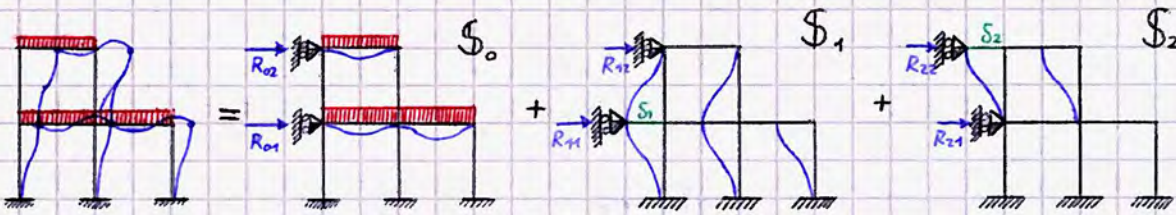
II impalcato:  $\alpha = \frac{232 \cdot 10000}{0,8 \cdot 400 \cdot 11,3} = 6 \text{ cm} \Rightarrow d = \frac{6}{0,25} = 24 \text{ cm} < 57 \text{ cm} \Rightarrow \text{OK}$

I impalcato:  $\alpha = \frac{535 \cdot 10000}{0,8 \cdot 400 \cdot 11,3} = 15 \text{ cm} \Rightarrow d = \frac{15}{0,5} = 60 \text{ cm} \text{ OK}$  la verifica è soddisfatta entro un margine di 5 cm, essendo cautelativa.

Procediamo ora con la risoluzione del telaio con il metodo di Cross, nato per la risoluzione delle strutture a nodi fissi (curvatura soggetta solo a rotazioni e non a spostamenti) nell'ipotesi di inestensibilità delle aste ( $EI/L \rightarrow \infty$ , aste assialmente infinitamente rigide) che consente di ragionare per strutture soggette a carichi verticali (di norma l'applicazione di carichi verticali su una struttura ne implica spostamenti verticali nei nodi).

In generale si devono introdurre dei vincoli contro lo spostamento orizzontale della struttura (nell'ipotesi di aste inestensibili, una struttura ad aste verticali e traversi orizzontali in generale ha degli spostamenti nodali orizzontali); valendo inoltre le ipotesi di piccoli spostamenti risulta ulteriormente che la semplice applicazione di carrelli consente di rendere la struttura un telaio a nodi fissi.

Per la sovrapposizione degli effetti, si ha che:



Essendo i  $S$  assegnati, anche  $S_1$  ed  $S_2$  sono telai a nodi fissi; inoltre i carrelli determinano delle reazioni vincolari, nulle nello schema reale (il che implica che devono necessariamente essere nulle!)

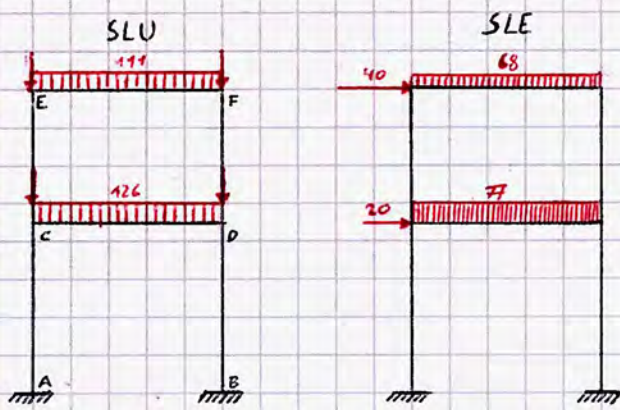
$$R_1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} R_{01} + d_1 R_{11} + d_2 R_{21} = 0 \\ R_{02} + d_1 R_{12} + d_2 R_{22} = 0 \end{cases}$$

Nota da  $S_2$  ( $S_2$  imposto)

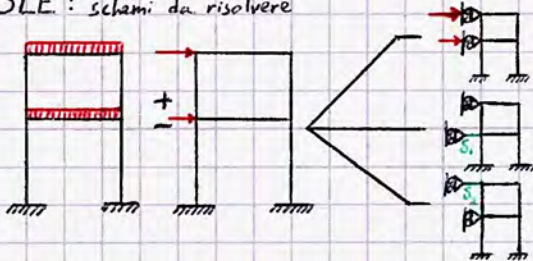
Nota da  $S_1$  ( $S_1$  imposto)

Nota da  $S_0$

$d_1$  ed  $d_2$ , incognite del problema, sono i moltiplicatori dei sistemi  $S_1$  ed  $S_2$  tali che  $R_1$  ed  $R_2$  siano nulle; in questo modo è possibile determinare i  $S$  reali.



SLE: schemi da risolvere



Nel caso in esame si osserva che la combinazione a SLU, essendo il telaio simmetrico e soggetto a carichi simmetrici, avendo aste inestensibili non presenta spostamenti nodali di alcun tipo (la soluzione sugli spostamenti deve essere simmetrica) e può essere dunque considerato di per sé a nodi fissi.

Nella configurazione allo SLE è possibile considerare la sovrapposizione degli effetti legati ai carichi verticali e quelli dovuti alle sollecitazioni orizzontali; si studia dunque uno schema simile a quello valutato per lo SLU cui si aggiunge (e sottrae, poiché l'azione sismica opera nelle due direzioni) il telaio soggetto alle sole forze sismiche. Tale secondo schema viene studiato a sua volta con la sovrapposizione degli effetti di schemi analoghi a quelli presentati nel caso generale, essendo il telaio in questa configurazione soggetto a spostamenti nodali orizzontali:

Procediamo dunque nei calcoli dei singoli schemi.

## SLU

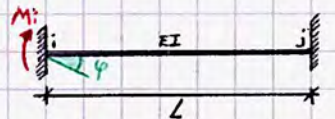
Nella prima fase di applicazione del Metodo di Cross è necessario valutare le rigidità flessionali ed i coefficienti di ripartizione delle aste e dei nodi.

Sapendo che, in questa applicazione, tutti gli elementi strutturali hanno la medesima sezione ( $40 \times 60$  cm), risulta che il momento d'inerzia  $I$  è costante in tutto il telaio (andrebbe altrimenti valutato per ogni sezione ipotizzata)

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{0,4 \cdot (0,6)^3}{12} = 7,2 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

Considerando il telaio a nodi bloccati (con morsetti in ogni nodo), ogni asta può essere considerata incastrata-incastrata; ne segue che la rigidità flessionale dell'asta incastrata-incastrata nel nodo (C, ad esempio), pari al rapporto tra momento agente e rotazione del nodo (che, imponendo una rotazione unitaria al nodo, è esattamente pari al momento agente) può essere valutata considerando che, in generale, la rigidità flessionale in un generico nodo  $i$  legata ad un momento flessionale agente in  $j$  è pari al momento flessionale che nasce in  $i$  imponendo una rotazione in  $j$ .

In questo caso,  $i=j \Rightarrow K = \frac{4EI}{L}$



Poiché nel nodo C convergono più aste, occorre definire una terminologia appropriata per identificare i singoli contributi di rigidità:

$$\textcircled{C} \quad K_{CA} = \frac{4EI_{CA}}{L_{CA}} = \frac{4 \cdot 30000 \cdot 7,2 \cdot 10^9}{4500} = 1920000 \text{ kNm}$$

$$K_{CD} = \frac{4EI_{CD}}{L_{CD}} = \frac{4 \cdot 30000 \cdot 7,2 \cdot 10^9}{6000} = 1440000 \text{ kNm}$$

$$K_{CE} = \frac{4EI_{CE}}{L_{CE}} = \frac{4 \cdot 30000 \cdot 7,2 \cdot 10^9}{3500} = 2460000 \text{ kNm}$$

Analogamente,

$$\textcircled{D} \quad K_{DB} = 1920000 \text{ kNm}$$

$$K_{DC} = 1440000 \text{ kNm}$$

$$K_{DF} = 2460000 \text{ kNm}$$

$$\textcircled{E} \quad K_{EC} = 2460000 \text{ kNm}$$

$$K_{EF} = 1440000 \text{ kNm}$$

$$\textcircled{F} \quad K_{FE} = 1440000 \text{ kNm}$$

$$K_{FD} = 2460000 \text{ kNm}$$

Supponendo di bloccare i singoli nodi, è possibile valutare ora i coefficienti di ripartizione:

$$p_i = \frac{K_i}{\sum_j K_j}$$

$p$  è maggiore nei casi in cui la rigidità flessionale è relativamente maggiore  
la somma dei  $p$  di uno stesso nodo è pari a 1

$$\textcircled{C} \quad p_{CA} = \frac{K_{CA}}{K_{CA} + K_{CD} + K_{CE}} = \frac{192}{192 + 146 + 246} = 0,329$$

$$p_{CD} = 0,248$$

$$p_{CE} = 0,423$$

Analogamente per gli altri nodi.

È ora possibile valutare i coefficienti di trasporto del metodo, pari al rapporto tra il momento che nasce nel nodo opposto al morsetto rispetto a quello che nasce nel nodo in cui è presente il morsetto. Detti coefficienti dipendono unicamente dalle condizioni di vincolo, che essendo di incastro-incastro per ogni asta sono sempre pari a 0,5.

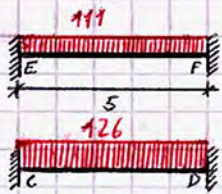
$$T_{ij} = \frac{M_i}{M_j}$$

incastro-incastro:  $M_j = \frac{1}{2} M_{j_{v,i,j}} \Rightarrow T_{ij} = 0,5 \quad \forall i,j$

Se le sezioni e il materiale non variano nella struttura, i coefficienti di ripartizione possono essere anche valutati come:

$$p = \frac{1/L_i}{\sum_j 1/L_j}$$

Valutiamo ora i momenti di incastro perfetto, applicati sugli elementi caricati per manifestare la presenza delle azioni sulla struttura:

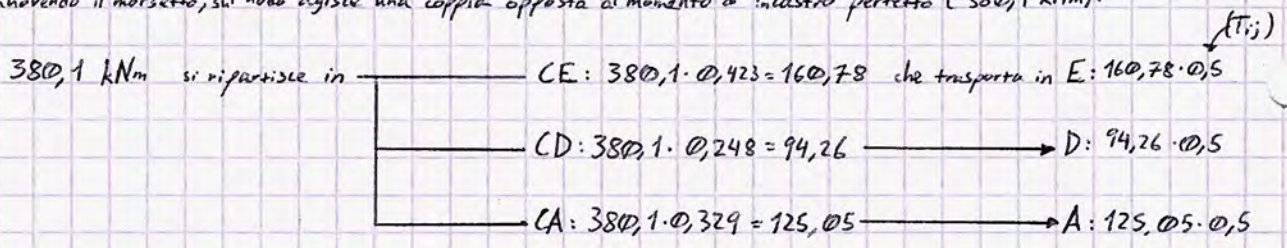


$$M_E = \frac{qL^2}{12} ; \quad M_F = \frac{qL^2}{12}$$

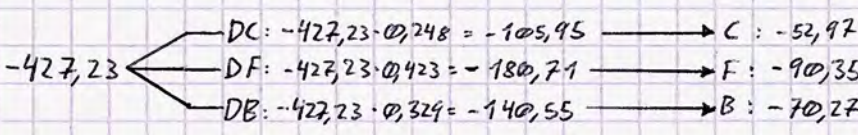
$$M_C = \frac{qL^2}{12} ; \quad M_D = \frac{qL^2}{12}$$

Sono stati valutati tutti i dati alla base del metodo, che può essere valutato:

C-1 rimuovendo il morsetto, sul nodo agisce una coppia opposta al momento di incastro perfetto (-380,1 kNm):



D-1  $47,13 + 380,1 = 427,23$  momento squilibrato in D; levando il morsetto bisogna ripartire -427,23 kNm



F-1  $333,4 - 90,35 = 243,05$

- FD:  $-243,05 \cdot 0,630 = -153,12$  → D: -76,56
- FE:  $-243,05 \cdot 0,370 = -89,92$  → E: -44,96

E-1  $80,4 - 44,96 - 333,4 = -297,96$

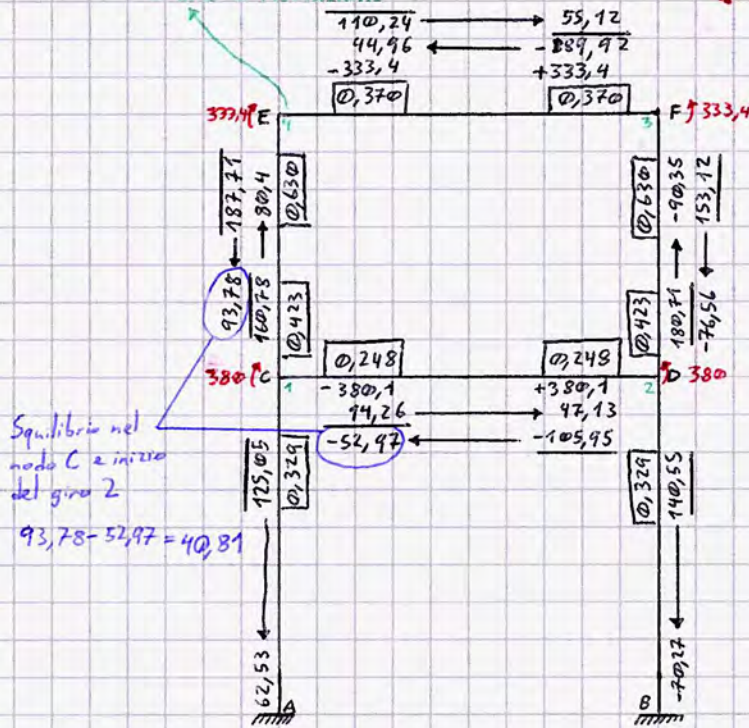
- EF:  $297,96 \cdot 0,370 = 110,24$  → F: 55,12
- EC:  $297,96 \cdot 0,630 = 187,71$  → C: 93,78

C-2:  $93,78 - 52,97 = 40,81$  il nodo non è più in equilibrio, lo squilibrio si è però ridotto rispetto alla condizione iniziale. Il procedimento converge, dunque è iterabile fino al raggiungimento della soluzione.



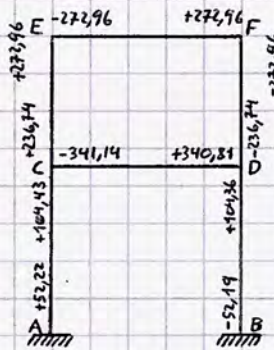
ordine di risoluzione

convenzione di Cross sui momenti di incastro perfetto

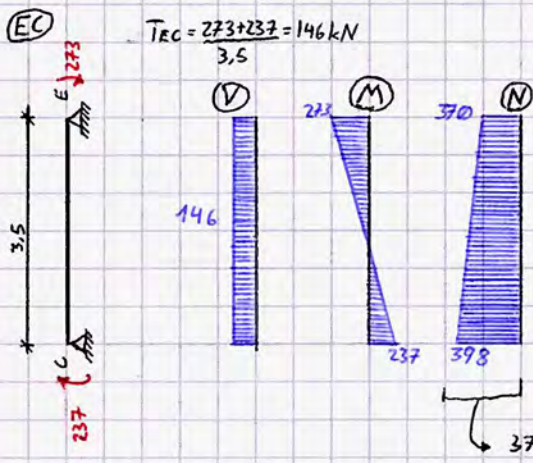
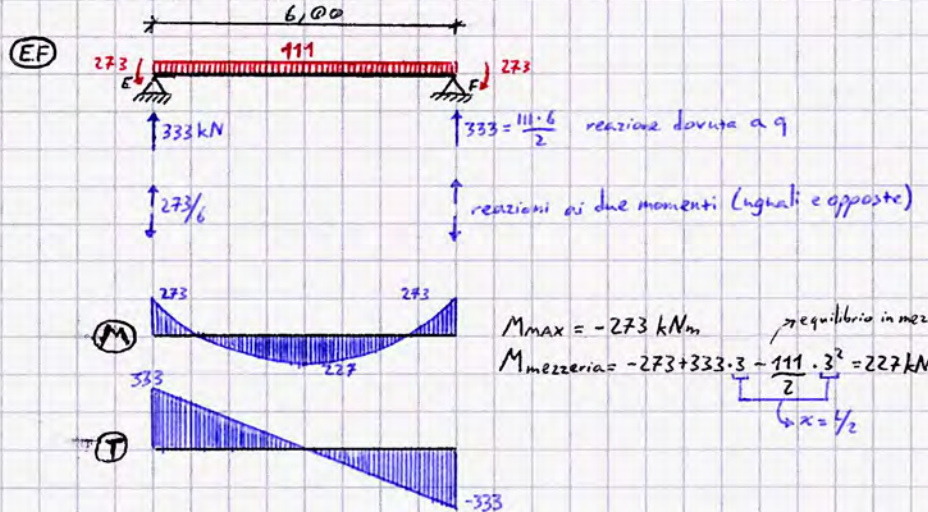


- ① Fissare l'ordine di iterazione
- ② Considerare i coefficienti di ripartizione
- ③ Applicare i momenti di incastro perfetto: Si inserisce il momento agente nei nodi nel calcolo, considerando il segno dettato dalla convenzione del metodo di Cross.
- ④ Si rimuove il morsetto dal nodo 1, dunque si applica un momento uguale e opposto a quello agente sul nodo fisso che si ripartisce nei nodi adiacenti secondo i coefficienti di ripartizione

Una volta risolto il metodo di Cross e sommati i momenti da esso risultanti (determinati in base alla convenzione di Cross!) Si studiano i diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione. La risoluzione del Cross porta ai seguenti valori di momento:



Da ciò è possibile studiare i singoli tratti riconducendoci a schemi notevoli di trave



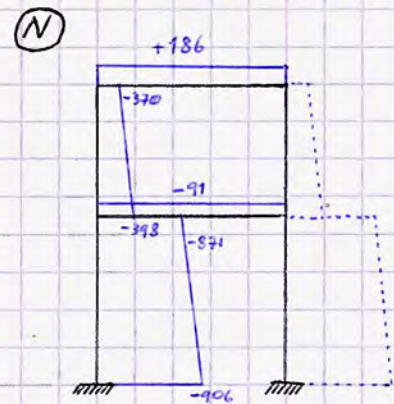
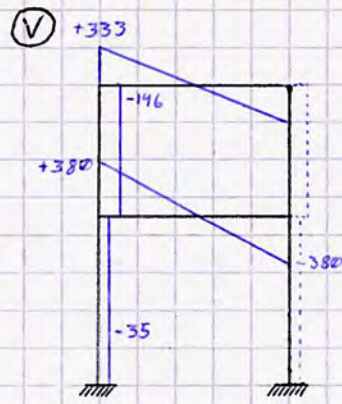
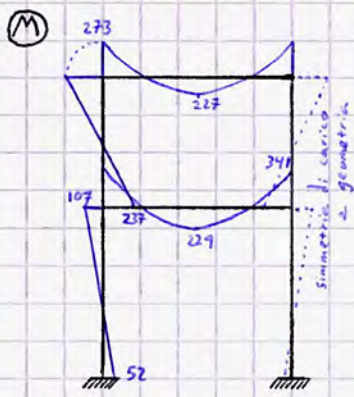
Procedendo analogamente in tutti i tratti restanti è possibile comporre i diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione sul telaio, in maniera tale da poter proseguire nelle verifiche dei singoli elementi.

⚠ Lo sforzo normale nella trave dipende da ciò che accade nelle colonne: la reazione vincolare di estremità della colonna identifica lo sforzo normale nella trave grazie all'equilibrio nei nodi.

370 kN è il taglio in E, forza nodale.

370 + peso proprio della colonna a SLU = 398 kN

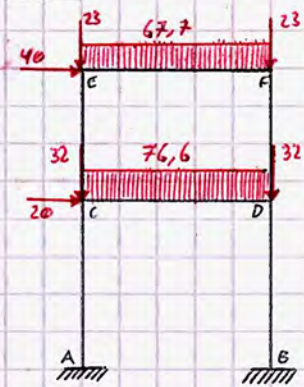
$$\rightarrow 0,4 \cdot 0,6 \cdot 3,5 \cdot 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot 1,5 = G_1 \cdot \gamma_{G1} \approx 28 \text{ kN}$$



Il salto nel diagramma dello sforzo normale è causato dalla presenza di forze nodali (trave ortogonale + tamponatura). Si osserva che lo sforzo normale non si ottiene direttamente dalla risoluzione degli schemi di Cross; ciò è dovuto all'ipotesi di inestensibilità delle aste ( $\epsilon = 0 \Rightarrow E\epsilon = \sigma = 0$ ).

Definiti i diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione, l'operazione è da ritenersi conclusa.

### SLE

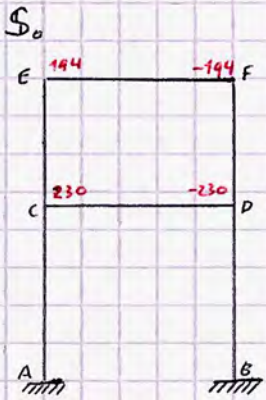


A rigore, vengono analizzate 2 diverse combinazioni degli schemi:

- Carichi verticali + azione sismica E
- Carichi verticali - azione sismica E

Essendo lo specifico schema in esame simmetrico rispetto ad un carico emisimmetrico, le due analisi conducono a schemi uguali ma di verso opposto.

Procediamo con l'applicazione del metodo di Cross: sono note le rigidità e i coefficienti di ripartizione dello schema (calcolati a monte).



Momenti di incastro perfetto:

$$M_E = M_F = \frac{67,7 \cdot 6^2}{12} = 194 \text{ kNm}$$

$$M_C = M_D = \frac{76,6 \cdot 6^2}{12} = 230 \text{ kNm}$$

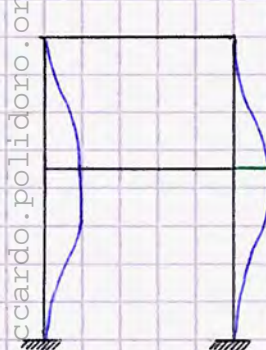
Si risolve lo schema come fatto per la SLU (questo schema NON è proporzionale al precedente!)

Può essere utile in sede esercitativa scorporare il sistema  $S_0$  in due sottosistemi:

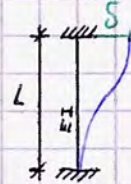
$$S_0 = \alpha_1 \left( \text{Diagram 1} \right) + \alpha_2 \left( \text{Diagram 2} \right)$$

In questo modo, sostituendo ad  $\alpha_1$  ed  $\alpha_2$  i valori dei carichi distribuiti è possibile risolvere più schemi in maniera rapida ed immediata.

### S1



### (M)



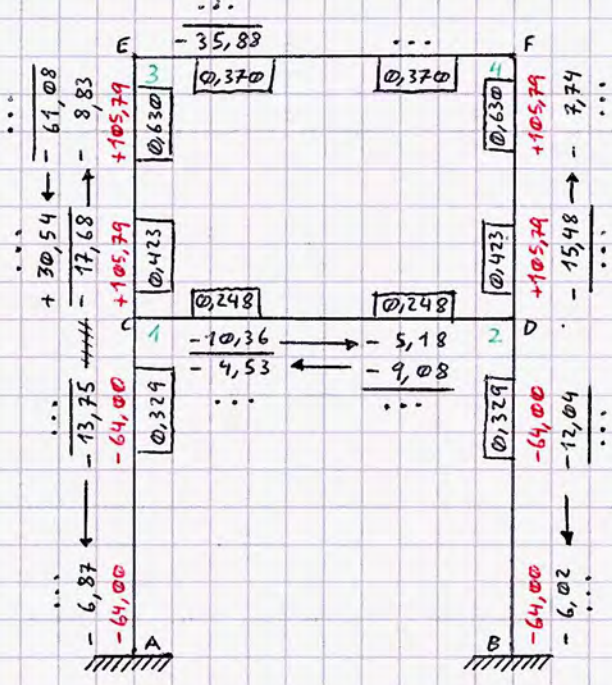
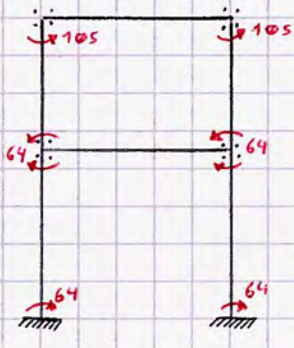
$$M = \frac{6EI\delta}{L^2}$$

Essendo  $EI = \text{cost}$ , si ha che:

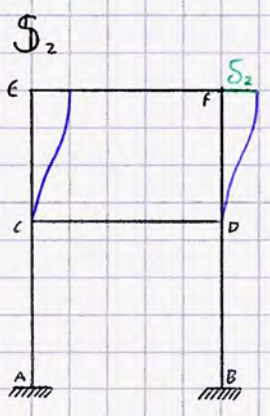
$$M_{EC} = M_{FD} = M_{CF} = M_{DF} = \frac{6 \cdot 30000 \cdot 7,2 \cdot 10^9}{3500^2} = 105 \text{ kNm} \quad (L=3,5\text{m})$$

$$M_{AC} = M_{CA} = M_{DB} = M_{BD} = \frac{6 \cdot 30000 \cdot 7,2 \cdot 10^9}{4500^2} = 64 \text{ kNm} \quad (L=4,5\text{m})$$

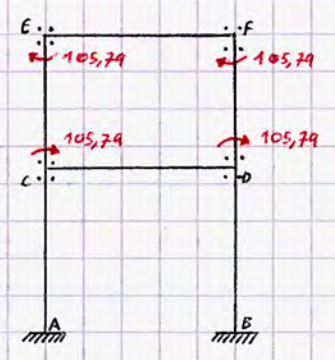
Una volta applicati datti momenti di incastro perfetto al telaio, si procede con il metodo di Cross; bisogna ricordare che i momenti rappresentati nello schema a fianco agiscono sui morsetti, ovvero nei nodi, la convenzione di Cross si riferisce però ai momenti all'estremità delle aste!



Una volta risolto lo schema, si procede anche in questo caso nella determinazione delle caratteristiche della sollecitazione, con lo scopo principale di valutare  $R_1$  ed  $R_2$  in questo specifico schema.



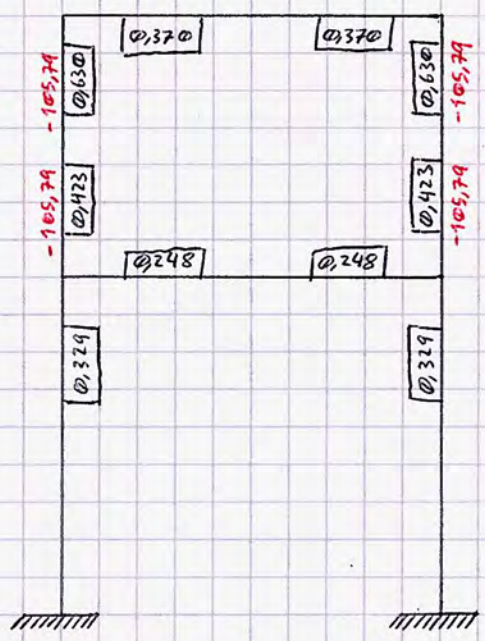
$$M_{Ec} = M_{Ef} = M_{Fd} = M_{Df} = \frac{6 \cdot 30000 \cdot 7,2 \cdot 10^9 \cdot 1}{3500^2} = 105,79 \text{ kNm}$$



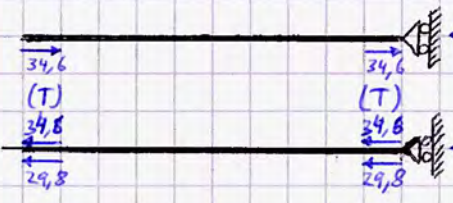
Risolti tutti gli schemi di Cross, si valutano  $d_1$  ed  $d_2$  imponendo:

$$\begin{cases} R_1^0 + d_1 R_1^1 + d_2 R_1^2 = 0 \\ R_2^0 + d_1 R_2^1 + d_2 R_2^2 = 0 \end{cases}$$

Con  $R_j^i$  reazione vincolare in  $S_i$  all'impianto  $j$  calcolata in base ai diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione desunti dal metodo di Cross:



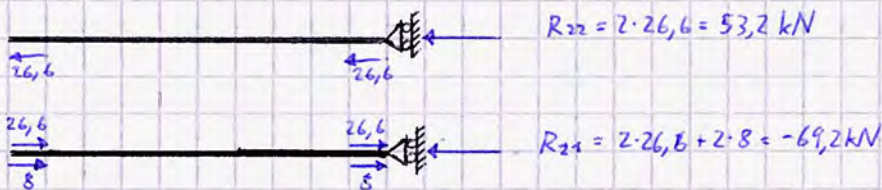
In  $S_1$ :



$$R_{12} = 2 \cdot 34,6 = 62,9 \text{ kN}$$

$$R_{11} = 2 \cdot 34,6 + 2 \cdot 29,8 = 128,8 \text{ kN}$$

$S_2$ :



$$\sum R_1 = 0 \Leftrightarrow R_1^0 + d_1 R_1^1 + d_2 R_1^2 = R_{01} + d_1 R_{11} + d_2 R_{21} = 0$$

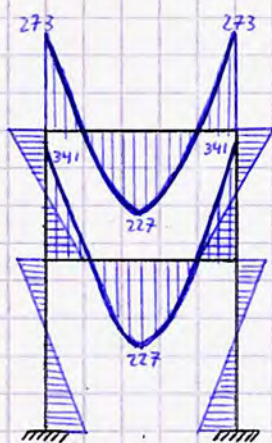
$$\sum R_2 = 0 \Leftrightarrow R_{02} + d_1 R_{12} + d_2 R_{22} = 0$$

$$\begin{cases} d_1 \cdot (-128,8) + d_2 \cdot (-69,2) = 0 \\ d_1 \cdot 62,9 + d_2 \cdot 53,2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \dots \Rightarrow \begin{cases} d_1 = 1,85 \\ d_2 = 3,15 \end{cases}$$

È dunque possibile comporre i tre schemi analizzati (e, di conseguenza, i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione); ciò consente di procedere nelle analisi successive, come il calcolo e la verifica a rigore delle travi. Si ha che:

$$\text{Sistema a soli carichi verticali} + \text{Sistema a soli carichi orizzontali} = S_0 + d_1 S_1 + d_2 S_2$$

Per il progetto a rigore delle travi - elementi inflessi - si impiega principalmente l'involuppo dei momenti flettenti, riportato di seguito per semplicità.



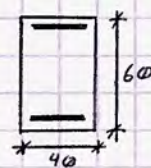
Essendo, come detto, elementi inflessi, le travi sono soggette a momento e taglio:

$$\begin{matrix} M & \xrightarrow{\text{si associa a}} & \sigma \\ V & \longrightarrow & \tau \end{matrix}$$

in genere andrebbero effettuate verifiche sia a SLU che a SLS; ci si occuperà in questa applicazione del solo SLU.

Considerando una sezione uniformemente pari a  $40 \times 60$  cm, effettuiamo le verifiche per tensioni normali.

A differenza dei solai - essendo più sollecitate e gerarchicamente superiori a livello di resistenza - nelle verifiche legate alle travi occorre considerare sempre sia l'armatura compressa che quella tesa (le travi appartengono infatti alla categoria degli elementi doppiamente armati).



Sulle travi, inoltre, sono imposti limiti meccanici e dimensionali differenti, particolarmente per quanto riguarda la sezione e le armature. Ciò è dovuto ad una maggiore incidenza degli effetti sismici (che nel solaio comportano semplicemente la previsione di una soletta che garantisce il trasferimento dei carichi) oltre a carichi agenti più consistenti.

Iniziamo ad individuare le armature teoriche, utilizzando la formula già utilizzata per il solaio:

$$A_{s, \text{teorica}} = \frac{M_{sd}}{0,9 d \cdot f_{yd}} \quad d = h - c = 600 - 40 = 560 \text{ mm} \quad f_{yd} = 391 \text{ MPa}$$

↳ imponiamo 40mm

Come mostrato nello schema a fianco, essendo detta formula valida per le armature tese bisogna applicarla alle:

Armature superiori: in E; F; G; D (nodi)

Armature inferiori: in E-F; C-D (travi)

Primo impalcato:

$$A_{s,t} \text{ C-D} = \frac{227 \cdot 10^6}{0,9 \cdot 56 \cdot 391} = 1162 \text{ mm}^2$$

$$A_{s,t} \text{ G;D} = \frac{341 \cdot 10^6}{0,9 \cdot 56 \cdot 391} = 1730 \text{ mm}^2$$

Secondo impalcato:

$$A_{s,t} \text{ E-F} = \frac{227 \cdot 10^6}{0,9 \cdot 56 \cdot 391} = 1162 \text{ mm}^2$$

$$A_{s,t} \text{ E;F} = \frac{273 \cdot 10^6}{0,9 \cdot 56 \cdot 391} = 1385 \text{ mm}^2$$

Le aree teoriche delle armature inferiori nelle travi d'impalcato e superiori nei nodi vengono poi confrontate con i limiti imposti dalle NTC, definiti al paragrafo 4.1.6.1.1. per le zone non sismiche e al paragrafo 7.4.6.1.1. per le zone sismiche

↓  
tipologia strutturale

↓  
sismica  
↓  
CLS  
↳ travi

4.1.6.1.1:  $A_{s,min} = 0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b_t \cdot d \geq 0,0013 b_t \cdot d$

con  $f_{ctm}$  resistenza a trazione media del CLS

$$0,26 \cdot \frac{2,21}{4,50} \cdot 400 \cdot 560 = 286 \text{ mm}^2$$

$b_t$  larghezza media della sezione (pari a B in una sezione rettangolare)

$A_{s,v} = \frac{V_{sd}}{f_{yd}}$  armatura in zona inferiore minima agli appoggi (non ha dirette conseguenze su  $A_{s,t}$ )

$$\frac{33900}{391} = 851 \text{ mm}^2$$

$A_{s,max} = 0,04 A_{cls}$  per evitare che la sezione sia troppo armata

$$0,04 \cdot 400 \cdot 600 = 9600 \text{ mm}^2$$

7.4.6.1.1: Nella progettazione in zona sismica si consente il danneggiamento della struttura in occasione di un terremoto secondo un approccio multiprestazionale:

- Evento frequente: la struttura deve restare in campo elastico (intensità bassa);
- Evento raro (tempo di ritorno: 100 anni): si ammette un danneggiamento della struttura ma non il suo crollo per salvaguardare la vita umana (malgrado l'intensità maggiore). A rigore si dovrebbe effettuare un calcolo anelastico; in virtù della sua onerosità però la norma consente di effettuare un calcolo elastico riducendo l'entità dell'azione rispetto a quella reale (per garantire la plasticizzazione) e aumentando l'entità dei coefficienti di sicurezza per assicurare un comportamento duttile della struttura.

Nel paragrafo dunque ci si occupa di garantire un buon comportamento sismico — ovvero un comportamento duttile — delle travi in occasione di eventi sismici rari. Per ridurre l'entità delle azioni si considera un fattore di struttura  $q$ , dipendente dal materiale e dalla tipologia strutturale e che oscilla tra 3 e 6, che consente di ricondursi da un problema anelastico ad uno elastico tenendo in debito conto la possibilità di danneggiamento.

La norma inoltre individua le zone in cui, in base al materiale e alla tipologia strutturale, è preferibile che la struttura si danneggi: per un telaio in calcestruzzo armato si richiede la plasticizzazione delle travi in prossimità dei nodi; ciò si traduce nella realizzazione di cerniere plastiche sulle travi in caso di sisma raro, garantendo il comportamento più duttile possibile per lo schema considerato; in condizioni ultime, immediatamente antecedenti il collasso, si concede l'attivazione di un simile meccanismo all'appoggio in fondazione.

Le aree appena definite si dicono **Zone critiche**.

$$q = f(\text{materiale, schema strutturale})$$

→ **CDA**: se si vuole progettare una struttura con classe di duttilità A, ovvero altamente dissipativa, si fissa un  $q$  più alto (riducendo ulteriormente la sollecitazione agente) imponendo al contempo dei limiti più stringenti e dei coefficienti di sicurezza maggiori.

→ **CDB**: le strutture di classe dissipativa B presentano un  $q$  minore, con coefficienti di sicurezza minori; a parità di sollecitazione agente sulla struttura la quota di energia dissipata in campo plastico è minore.

Nelle applicazioni di progetto ordinarie si considera solitamente la **CDB**, di cui sono riportati di seguito i limiti normativi:

Travi emergenti (non sono ammissibili travi a spessore in zona sismica!)

$$b \geq 20 \text{ cm}$$

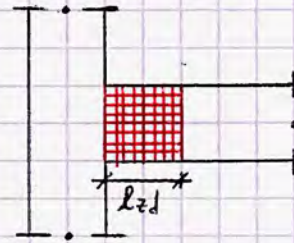
$$b/h \geq 0,25$$

$$b = 40 \text{ cm} \rightarrow \text{OK}$$

$$40/60 = 0,6 \rightarrow \text{OK}$$

$$l_{zd} = h \quad \text{lunghezza della zona critica} \quad l_{zd} = 600 \text{ mm}$$

$$7.4.6.2.1. \xrightarrow{\text{CDB}} \phi \geq 14 \text{ mm} \quad \phi_{\text{long}} = 20 \text{ mm (ipotesi)}$$



$$\frac{1,4}{f_{yk}} \leq \rho \leq \frac{3,5}{f_{yk}} + \rho_{\text{compressione}}$$

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot h}$$

$$\frac{1,4}{450} = 0,0031 \leq \rho \leq \frac{3,5}{450} + \rho_{\text{comp}} = 0,007 + \rho_{\text{comp}}$$

$$\rho_{\text{compressione}} \geq 0,25 \rho'$$

$$\geq 0,50 \rho'$$

$$\rho' = \frac{A'_s}{b \cdot h}$$

fuori dalla zona dissipativa

più armature a compressione (da verificarsi in  $z_d$ )

determinato in base alla zona dissipativa ( $z_d$ )

Effettuate le dovute ipotesi sulle armature, si organizzano le armature ipotizzate in un'opportuna tabella, come quelle riportate qui di seguito:

Sezione	$A_{s, \text{teorica}}$ ( $\text{mm}^2$ )	$A_{s, \text{minima}}$ ( $\text{mm}^2$ )	$A_{s, \text{massima}}$ ( $\text{mm}^2$ )	$A_{s, v}$ ( $\text{mm}^2$ )	$A_{\text{sup}}$ ( $\text{mm}^2$ )	$A_{\text{int}}$ ( $\text{mm}^2$ )
E; F	1385 $M_{sd} = 273 \text{ kN}$	291	9600	851 <i>imporre all'appoggio</i>	1570 (5 $\phi 20$ ) Tesa	942 (3 $\phi 20$ )
E-F	1162	291	9600	X	628 (2 $\phi 20$ ) Fuori calcolo	1256 (4 $\phi 20$ ) Tesa
C; D	1730	291	9600	971	1884 (6 $\phi 20$ ) Tesa	1256 (4 $\phi 20$ )
G-D	1162	291	9600	X	628 (2 $\phi 20$ )	1256 (4 $\phi 20$ ) Tesa

Nella determinazione del numero dei ferri occorre prestare particolare attenzione ai limiti inferiori e superiori imposti dalla normativa:

All'appoggio, ovvero nei nodi, detti limiti sono:

fascia superiore:  $A_{s, \text{min}} / A_{s, \text{teorica}}$

fascia inferiore:  $A_{s, v}$  per trionteggiare il taglio

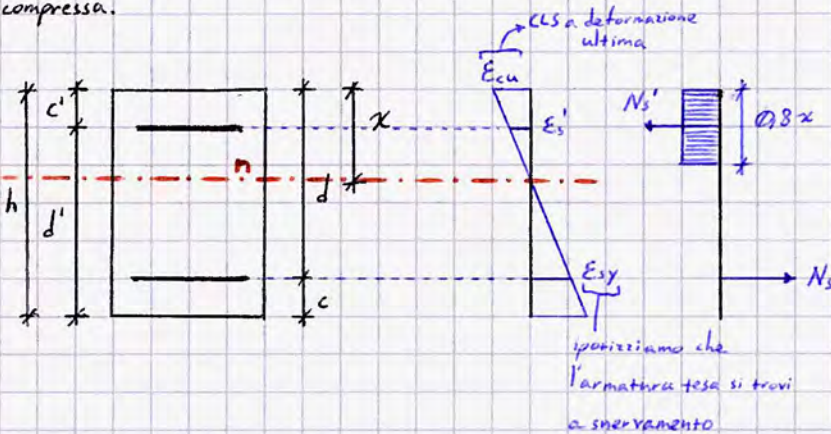
$A_{s, \text{MAX}}$

$A_{s, v}$  si considera unicamente in prossimità degli appoggi, dove il taglio è massimo.

La tabella appena riportata si basa principalmente sulle indicazioni del paragrafo 4.1.6.1.1: manca, ad esempio, il controllo sui  $\rho$ , da effettuare in base ai  $\rho$  compressione che si definiscono in base alle armature tese e compresse.  
Per le zone sismiche si propone la tabella seguente:

Sezione	$\rho$ ( $\geq 0,0031$ )	$\rho$ compressione	$\rho_{comp}/\rho$
E; F	$1570/(400 \cdot 600) = 0,0065$	$942/(400 \cdot 600) = 0,0039$	$39/65 = 0,60 \geq 0,50 \Rightarrow OK$
E F	$1256/(400 \cdot 600) = 0,0052$	$628/(400 \cdot 600) = 0,0026$	$26/52 = 0,50 \geq 0,25 \Rightarrow OK$
C; D	Sono certamente soddisfatte entrambe le categorie di sezione qui riportate essendo le sezioni in prossimità degli appoggi in E ed F quelle aventi il minor quantitativo di armature tese (in comparsa l'area non varia).		
C-D			

Si può procedere nella verifica rigorosa, considerando un modello di calcolo della capacità che tenga anche conto dell'armatura compressa.



Si ha che:

$$E_{cu} \cdot x = E_s' \cdot (x - c')$$

CLS  $\rightarrow E_{cu}$

Acciaio teso  $\rightarrow E_{sy}$

Acciaio compresso  $\rightarrow E_s' < E_{sy}$  elastico  
 $\rightarrow E_s' \geq E_{sy}$  snervato

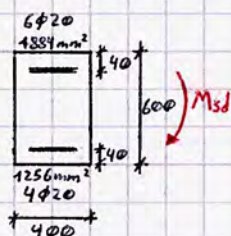
1. Si impone l'equilibrio alla traslazione per identificare l'asse neutro (dunque la  $x$ )

$$N_s' + N_c - N_s = 0$$

2. Si effettua un'ipotesi su  $E_s'$  (acciaio compresso elastico o snervato) e la si verifica

3. Si effettua la verifica, sapendo che  $M_{rd} = N_s (d - 0,4x) + N_s' (0,4x - c')$

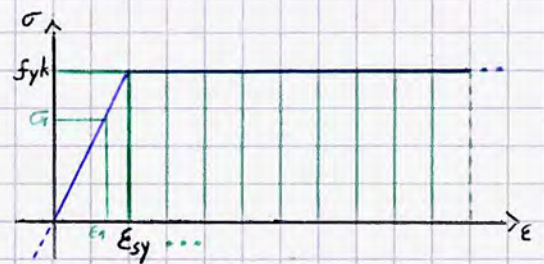
Ad esempio, per le sezioni C; D:



Ipotezziamo  $A_s'$  snervata:

$$A_s' f_{yd} + 0,8x \cdot b \cdot f_{cd} - A_s f_{yd} = 0;$$

$$1256 \cdot 391 + 0,8x \cdot 400 \cdot 11,3 - 1884 \cdot 391 = 0 \Rightarrow x = 67,9 \text{ mm}$$



Nota tutti i dati alla base del diagramma delle  $\epsilon$  (da cui si è ricavata la proporzione per determinare  $E_s'$ ) è possibile valutare  $E_s'$ , ricordando che  $E_{cu} = 3,5 \text{ ‰}$

$$3,5 \text{ ‰} : 67,9 = E_s' : (67,9 - 40) \Rightarrow E_s' = 1,43 \text{ ‰}$$

Poiché  $E_{sy} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{391}{210000} = 1,86 \text{ ‰}$ , l'acciaio compresso ha comportamento elastico.

Ne segue che  $\sigma_s = E_s \epsilon_s$ , occorre dunque scrivere nuovamente la formula:

$$A's \cdot \epsilon_s E_s + 0,8x \cdot b \cdot f_{cd} - A_s f_{yd} = 0;$$

$\epsilon_s = \epsilon_{cu} \left( \frac{x - c'}{x} \right)$  per la linearità del diagramma delle  $\epsilon$

$$1256 \left( 0,035 \left( 1 - \frac{40}{x} \right) \right) 210000 + 0,8x \cdot 400 \cdot 11,3 - 1884 \cdot 391 = 0 \Rightarrow \dots \Rightarrow x = 78,5 \text{ mm}$$

$$\sigma_s = 0,035 \left( 1 - \frac{40}{78,5} \right) \cdot 210000 = 360 \text{ MPa}$$

Ne segue che  $M_{Rd} = \frac{1884 \cdot 391}{N_s} (560 - 0,4(78,5)) + \frac{1256 \cdot 360}{N's} (0,4 \cdot 78,5 - 40) = 385 \text{ kNm}$

Essendo  $M_{sd} = 341 \text{ kNm}$ , la verifica è soddisfatta

$$\frac{M_{sd}}{M_{Rd}} = \frac{341}{385} = 0,89$$

Si effettua un procedimento del tutto analogo per le sezioni restanti.

Per verificare l'esattezza del calcolo, è possibile controllare la compatibilità dei momenti calcolati con le condizioni di vincolo: il momento agli appoggi deve essere compreso tra 0 e  $qL^2/12$ , mentre il momento in campata deve essere compreso tra  $qL^2/24$  e  $qL^2/8$ . Noti  $M_{sd}$ ,  $q$ ,  $L$  è possibile conoscere il valore  $\alpha$  al denominatore e verificare che appartenga all'intervallo di valori ammissibili:

$$M_{sd} = 341 \text{ kNm} = \frac{qL^2}{\alpha} \Rightarrow \alpha = \frac{qL^2}{341} = \frac{766 \cdot 36}{341} = 8,08 \quad 0 \leq \alpha \leq 12 \Rightarrow \text{OK}$$

Effettuiamo ora le verifiche alle tensioni tangenziali nelle travi.

Dette tensioni sono generate - come intuibile - dal taglio; mentre nel solaio sorgono  $\tau$  contenute, ritenute assorbibili semplicemente dalla resistenza a trazione del calcestruzzo, nelle travi si prevedono delle armature specificate, dette armature di parete, che si distinguono tra:

- Statte
- Ferri piegati

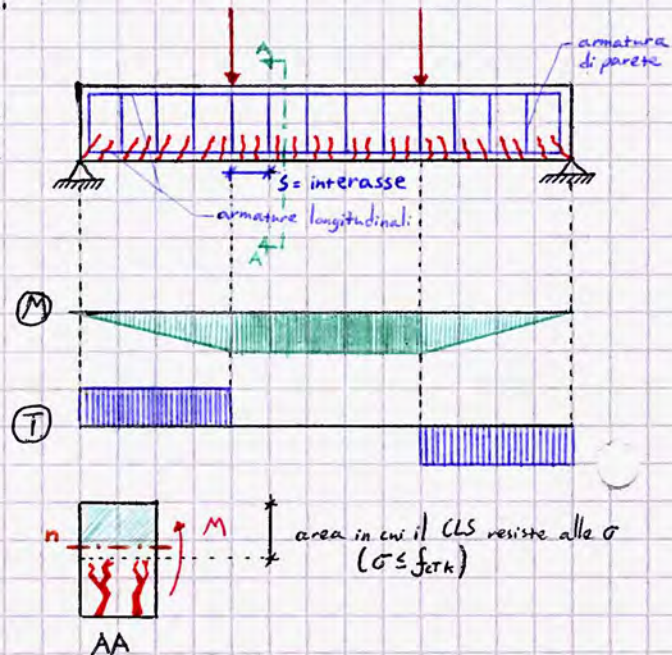
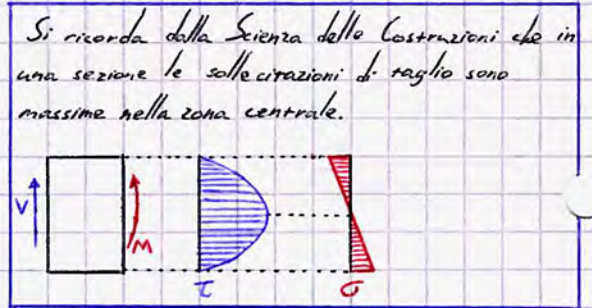
sezione della

Come è noto, le estremità della trave reagiscono a flessione mentre il taglio agisce perlopiù nella zona centrale; ne segue che le armature di parete passano necessariamente in detta area. Poiché sia ferri saggomati che statte attraversano la sezione da fascia superiore a fascia inferiore, i primi studi in materia sono stati effettuati attraverso il modello di calcolo a traliccio.

Si consideri la trave in CLS in uno schema di carico su 4 punti (2 sollecitazioni attive concentrate + 2 reazioni vincolari) schematizzata in figura ed una sua specifica sezione AA.

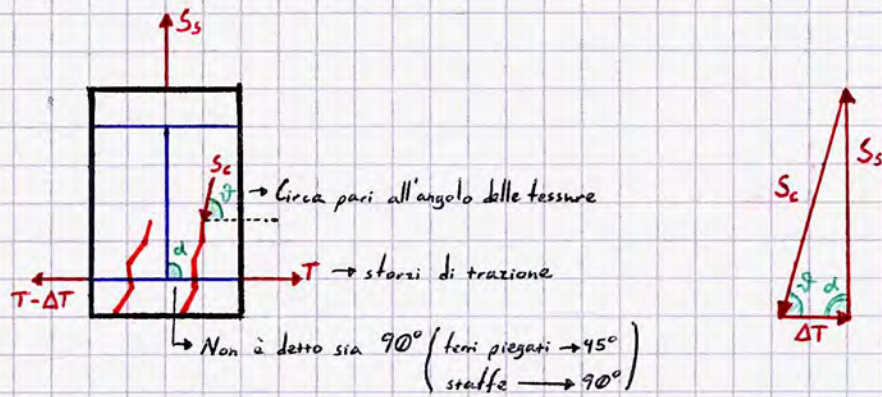
Se le forze concentrate applicate sono di ridotta intensità, si generano momenti flettenti e tagli ridotti e dunque distribuzioni di  $\sigma$  e  $\tau$  piccole, con valori eventualmente inferiori alla resistenza a trazione del CLS; non si generano fessure nel materiale.

Nel caso di sollecitazioni attive più ingenti la trave inizia a fessurarsi: nella zona centrale della trave, essendo la distribuzione dei  $M$  costante e  $T = 0$  (flessione pura) le fessure sono pressoché verticali e si annullano nella zona in cui  $\sigma_{agente} \leq f_{ctk}$ ; all'appoggio essendo presente solo il taglio le fessure sono inclinate di  $45^\circ$ ; nelle zone intermedie si assiste ad una progressiva variazione della loro giacitura.





Consideriamo un singolo cono di trave per studiare le sollecitazioni agenti:

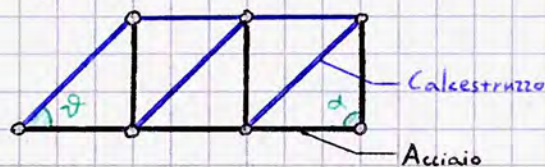


Storicamente, lo studio del comportamento del CLS si basa sul modello di calcolo a traliccio; i primi a determinarne una teorizzazione ne sono stati Ritter e Mörsch, facendo valere le seguenti ipotesi:

- Corrente superiore definita dall'asse neutro (compressa);
- Corrente inferiore definita dall'armatura in fascia inferiore (tesa);
- Aste di parete → bielle di CLS compresse (lungo l'applicazione di  $S_c$ , inclinate di un angolo  $\varphi$ )  
→ armatura trasversale/di parete tesa.
- $\alpha$ :  $90^\circ \Leftrightarrow$  staffa  
 $45^\circ \Leftrightarrow$  ferri piegati
- $\varphi$ :  $45^\circ$  (fisso) è un'ipotesi semplificativa che sovrastima l'effetto e semplifica il calcolo

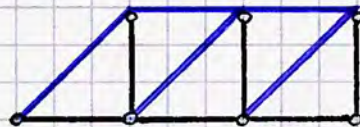
Nello schema di trave semplicemente appoggiata!

• Traliccio isostatico



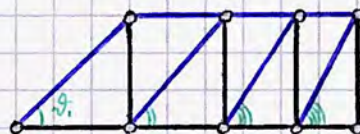
Traliccio di Ritter-Mörsch (I modello)

Con l'evoluzione delle teorie in materia il modello di riferimento cambia: un primo progresso si registra con l'introduzione del modello normale, in cui il traliccio non è più assunto come isostatico: la parte in CLS si considera connessa tramite incastri mutui, mentre le parti in acciaio hanno comportamento pendolare. Il modello, meno cautelativo, si avvicina al caso reale ed è iperstatico.



Traliccio Normale (II modello)

Il modello attualmente utilizzato e previsto dalla norma è però il modello ad inclinazione variabile: partendo dalle ipotesi di Ritter-Mörsch si tiene conto della variabilità di  $\varphi$ ; anche in un cono elementare la variazione di  $\varphi$  non è trascurabile, derivando essa dalla distribuzione delle caratteristiche interne di sollecitazione.

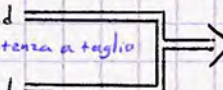


Traliccio ad inclinazione variabile (III modello)

Nelle applicazioni accademiche si tende a preferire il modello di Ritter-Mörsch.

Perché tutti gli elementi tra i due correnti reagiscono a taglio, si osserva che il collasso a taglio di una trave in CLS si verifica all'attivazione di meccanismi di collasso nel calcestruzzo o nell'armatura; il primo fenomeno a verificarsi determina il collasso della struttura (nello schema di equilibrio delle forze in alto, se una tra  $S_s$  e  $S_c$  viene meno non c'è più equilibrio rispetto a  $\Delta T$ !)

Valutiamo dunque la resistenza a collasso di una trave per effetto del taglio:

CLS:  $V_{Rcd}$    $V_{Rd} = \min \{ V_{Rcd}; V_{Rsd} \}$  da cui si effettua la verifica  $V_{Ed} \leq V_{Rd}$

Acciaio:  $V_{Rsd}$

NTC 18, paragrafo 4.1.2.3.5.2:

$$V_{Rcd} = (0,9 d \cdot b_w \cdot d_c \cdot v \cdot f_{cd}) \left( \frac{\cotg \alpha + \cotg \vartheta}{1 - \cotg^2 \vartheta} \right)$$

$$V_{Rsd} = 0,9 d \cdot \frac{A_{sw}}{s} f_{yd} (\cotg \alpha + \cotg \vartheta) \sin \alpha$$

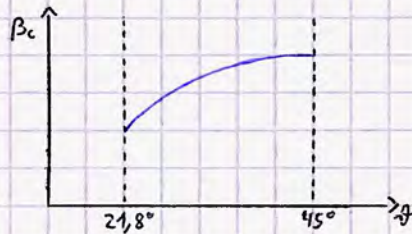
Con:  $A_{sw}$  area dell'armatura di parete (trasversale);

$v f_{cd}$  = resistenza della biella compressa inclinata in CLS: poiché nella zona compressa della sezione la biella fronteggia anche la flessione (la biella è un elemento fibrizio della schematizzazione a traliccio; in realtà la massa di CLS è continua!) si considera un coefficiente riduttivo  $v$  rispetto alla resistenza effettiva;  $v = 0,5$ .

$d_c$ : coefficiente migliorativo dovuto a sforzi di compressione nella trave; in questo caso  $d_c = 1$  (poiché  $N = 0$ );  
 $\vartheta$ : angolo variabile entro limiti precisi tali che  $1 \leq \cotg \vartheta \leq 2,5 \Rightarrow 21,8^\circ \leq \vartheta \leq 45^\circ$ .

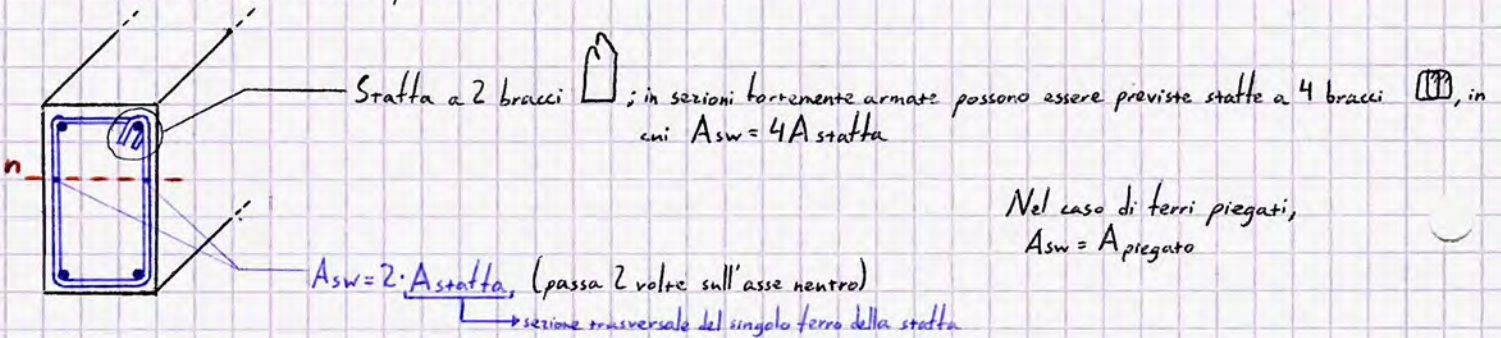
Definiti  $\beta_c = \frac{\cotg \alpha + \cotg \vartheta}{1 - \cotg^2 \vartheta}$

$$\beta_s = (\cotg \alpha + \cotg \vartheta) \sin \alpha$$



Si osserva dunque che, fissato un  $\alpha$ , all'aumentare di  $\vartheta$  cresce  $\beta_c$  (dunque  $V_{Rcd}$ ) a scapito di  $\beta_s$  (dunque  $V_{Rsd}$ ); risulta logicamente che la resistenza massima a taglio della trave si esplica nel punto in cui  $\beta_c = \beta_s$ .

Circa  $A_{sw}$ , va effettuata una precisazione:



L'angolo  $\vartheta$  nell'attuale modello a traliccio si considera variabile per 2 motivi:

- A parità di forza agente l'inclinazione di  $\vartheta$  varia di sezione in sezione;
- $\vartheta$  varia anche in una singola sezione in funzione della distribuzione delle tensioni; per sollecitazioni relativamente basse  $\vartheta = 45^\circ$  per decrescere progressivamente; si riduce la capacità resistente del CLS e aumenta quella dell'acciaio.

La verifica a collasso si effettua per  $V_{Rcd} = V_{Rsd}$ ; particolarizzando il caso alle statte ( $\alpha = 90^\circ$ ):

$$V_{Rcd} = 0,9 d \cdot b_w \cdot \frac{1}{d} \cdot \frac{0,5}{v} f_{cd} \left( \frac{\cotg \vartheta}{1 + \cotg^2 \vartheta} \right) \quad (CS) \text{ resistenza del CLS in caso di statta}$$

$$V_{Rsd} = 0,9 d \frac{A_{sw}}{s} f_{yd} \cotg \vartheta \quad (SS) \text{ resistenza dell'Acciaio in caso di statta}$$

Poiché  $\frac{\cotg \vartheta}{1 + \cotg^2 \vartheta} = \frac{1}{2} \sin 2\vartheta$ ,  $(CS) = (SS) \Leftrightarrow \sin^2 \vartheta = \frac{A_{sw} f_{yd}}{b_w \cdot s \cdot v \cdot f_{cd}}$

Si riporta di seguito un procedimento di verifica dell'EC-2 (con limiti normativi differenti da quelli attuali ma rilevanti nella presente trattazione):

1) Si opera ponendosi in condizioni di collasso  $\Rightarrow V_{Rd} = V_{Rsd}$ , da cui si valuta  $\theta$ . Nel caso di stette,

$$\sin^2 \theta = \frac{A_{sw} f_{yd}}{b_w \cdot s \cdot v \cdot f_{cd}}$$

2) Si verifica il rispetto dei limiti su  $\theta$ :

$$\cotg \theta \leq 2,5 \begin{cases} \text{Si} \Rightarrow \text{OK} \\ \text{No} \Rightarrow \text{si impone } \cotg \theta = 2,5 \end{cases}$$

3) Si calcola  $V_{Rsd} = 0,9 d \frac{A_{sw} f_{yd}}{s} \cotg \theta = V_{Rd}$ : è pari a  $V_{Rd}$  salvo se nel passaggio 2) si è rivelato necessario imporre  $\cotg \theta = 2,5$ , nel qual caso  $V_{Rsd} < V_{Rd}$ .

La medesima normativa definisce anche un importante procedimento di progetto (delle stette, in questo caso):

1)  $V_{Ed} \leq V_{Rd}$  se  $\cotg \theta = 1$  ( $V_{Rd}$  è massima)

$$\Downarrow \\ V_{Ed} \leq 0,9 d \cdot b_w \frac{v f_{cd}}{2}$$

2) Calcolo di  $\theta = \frac{1}{2} \arcsin \left( \frac{2 V_{Ed}}{0,9 d \cdot b_w \cdot v \cdot f_{cd}} \right)$  (Si punta a  $E_d = R_d$  per ottimizzare)

3) Controllo su  $\cotg \theta$  (imponi 2,5 se maggiore)

4) Ponendo  $V_{Rsd} = V_{Ed}$ , si calcola  $\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Ed}}{0,9 d f_{yd} \cotg \theta}$

Per ciò che concerne la verifica rigorosa a taglio delle travi, necessaria per produrre un'efficace distinta di armature e progettare la distribuzione delle stette, occorre considerare i seguenti limiti normativi (paragrafi delle NTC 2018):  
Per le travi armate a taglio in generale valgono le indicazioni del par. 4.1.6.1.1:

4.1.6.1.1:  $A_{st} \geq 1,5 b \left[ \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \right]$  esprimendo  $b$  in mm

Area delle stette, armature a taglio

• Minimo 3 stette ogni metro lineare di trave  $\rightarrow s \leq 333 \text{ mm}$

Passo delle stette

•  $s \leq 0,8 d$

Per quanto riguarda le stette in zona dissipativa (il cui progetto è fondamentale nel caso di edifici in zona sismica), si utilizzano le indicazioni del par. 7.4.6.2.1:

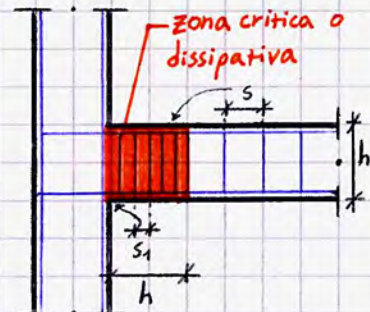
7.4.6.2.1:  $s_1 \leq 5 \phi_{mm}$

Distanza tra la prima stetta e le armature del pilastro, fondamentale nel tracciamento della distinta

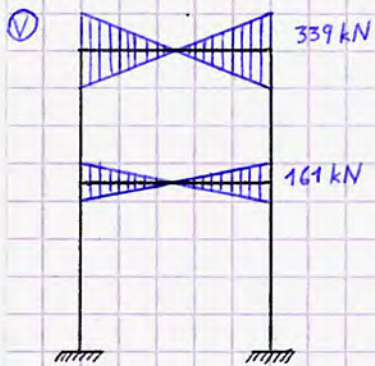
•  $s \leq \min \left( \frac{d}{4}; 225 \text{ mm}; 8 \phi_{\text{longitudinale}}; 24 \phi_{\text{stette}} \right)$

Validi solo per strutture di Classe Dissipativa B (CDB)

Passo delle stette in zona critica



Consideriamo l'involuppo del taglio sul telaio in esame:



Per ogni trave è necessario attuare almeno una verifica in zona critica e una verifica in zona non critica:

Zona dissipativa: si considera il taglio massimo agente (339 kN sulla trave superiore);

Zona non dissipativa: si valuta il taglio massimo in detta zona.

Zona dissipativa

$$V_{Ed} = 339 \text{ kN}$$

Ipotizziamo staffe a due bracci realizzate con tondini  $\phi 8$ :

$$A_{sw} = 2A_{st} = 2A_{\phi 8} = 1000,5 \text{ mm}^2$$

$$A_{st, \min} = 1,5 \cdot 400 = 600 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \Rightarrow$$

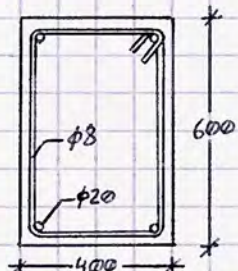
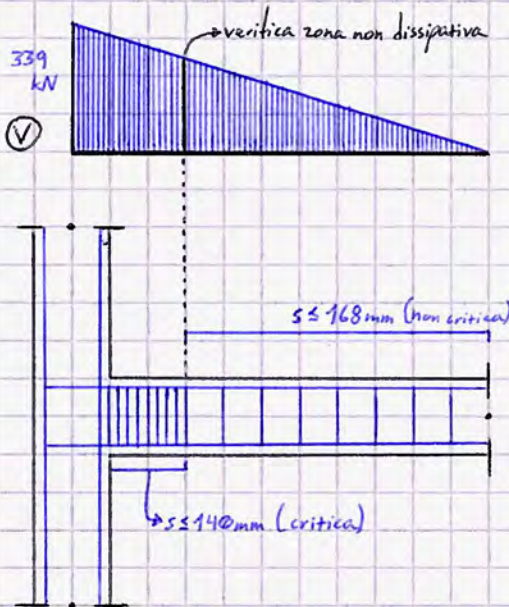
$$\Rightarrow s = 1000 \text{ mm} \cdot \frac{A_{sw}}{A_{st, \min}} = 1000 \cdot \frac{1000,5}{600} = 168 \text{ mm}$$

Si ha quindi che per rispettare il quantitativo minimo di armature resistenti a taglio per metro lineare è neces-

sario prevedere un passo di 168 mm, intrinsecamente minore del limite di 333 mm imposto dal paragrafo 4.1.6.1.1.

Analogamente, verifichiamo che  $s \leq 0,8d$ :

$$s \leq 0,8 \cdot 560 = 448 \text{ mm} \text{ verificato}$$



Avendo verificato i limiti del paragrafo legato alle travi con armature resistenti a taglio in generale, consideriamo i limiti del paragrafo 7.4.6.2.1. legato alla zona critica:

$$s \leq d/4 = 560/4 = 140 \text{ mm}$$

$$s \leq 225 \text{ mm}$$

$$s \leq 24 \cdot 8 \text{ mm} = 192 \text{ mm}$$

$$s \leq 8 \cdot 20 \text{ mm} = 160 \text{ mm}$$

Tra queste, la verifica maggiormente non soddisfatta è la prima; adottiamo in zona critica un passo di 140 mm. In definitiva si ha:

$$s = 168 \text{ mm} ; \quad s_{critica} = 140 \text{ mm}$$

Progetto: verifiche sul dimensionamento attuato (v. p. 59):

$$\textcircled{1} V_{Ed} \leq \frac{0,9 d \cdot b_w \cdot v \cdot f_{cd}}{2} = \frac{0,9 \cdot 560 \cdot 400 \cdot 0,5 \cdot 11,3}{2} = 517 \text{ kN} \quad \text{OK}$$

la verifica è soddisfatta perché il CLS di per sé è in grado di resistere ad un taglio di 317 kN

$$\textcircled{2} \vartheta = \frac{1}{2} \arcsen \left( \frac{2 V_{Ed}}{0,9 d \cdot b_w \cdot v \cdot f_{cd}} \right) = \frac{1}{2} \arcsen \left( \frac{2 \cdot 339 \cdot 1000}{0,9 \cdot 560 \cdot 400 \cdot 0,5 \cdot 11,3} \right) = 17,8^\circ$$

$$\textcircled{3} \cotg \vartheta \leq 2,5 \Rightarrow \vartheta \geq 21,8^\circ ; \text{ essendo } \cotg(\vartheta = 17,8^\circ) > 2,5, \text{ si impone } \cotg \vartheta = 2,5 \text{ (cautelativo)}$$

$$\textcircled{4} A_{sw} = \frac{V_{Ed}}{0,9 d \cdot f_{yd} \cdot \cotg \vartheta} = \frac{339 \cdot 1000}{0,9 \cdot 560 \cdot 391 \cdot 2,5} = 0,67 \Rightarrow s = \frac{A_{sw}}{0,67} = \frac{1000,5}{0,67} = 148 \text{ mm}$$

Di norma,  $s$  è definito per multipli di 25 mm (25-50-75-100 etc); per la zona critica ipotizziamo un passo di progetto  $s = 100 \text{ mm}$ .

limite rigoroso della norma in zona critica (maggiore al valore ipotizzato)

Verifica

$$1) \sin^2 \vartheta = \frac{A_{sw} f_{yd}}{b_w \cdot s \cdot V \cdot f_{cd}} = \frac{100 \cdot 5 \cdot 391}{400 \cdot 100 \cdot 0,5 \cdot 11,3} = 0,17 \Rightarrow \vartheta = 24^\circ,6 \geq 21,8 \Rightarrow \text{OK}$$

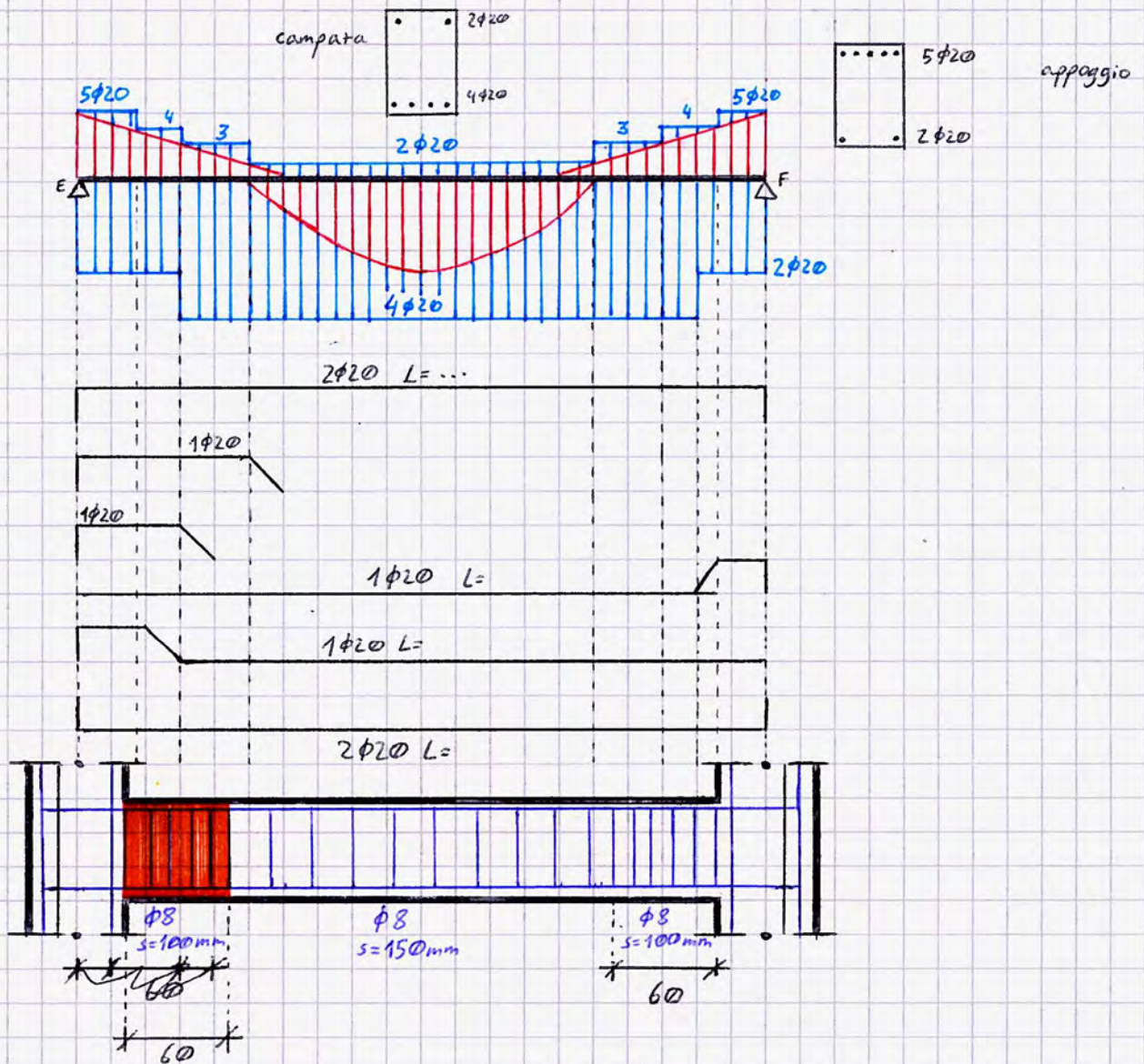
$\downarrow$   
passo di progetto

$$2) \cotg(24^\circ,6) = 2,18 < 2,5 \quad \text{OK}$$

$$3) V_{Rsd} = 0,9 \cdot \frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{yd} \cdot \cotg \vartheta = 0,9 \cdot \frac{560}{100} \cdot 100 \cdot 0,5 \cdot 391 \cdot 2,18 = 433 \text{ kN}$$

$$\frac{V_{Ed}}{V_{Rsd}} = \frac{339}{433} = 0,77 \quad \text{OK}$$

Considerando l'involuppo delle sollecitazioni applicate alla trave, è ora possibile attuare la distinta delle armature:



# Pilastri

Valutiamo innanzitutto le combinazioni della sollecitazione cui i pilastri sono sottoposti:

Stati limite

SLU

SLE<sup>+</sup>

SLE<sup>-</sup>

SLS (non esaminato)

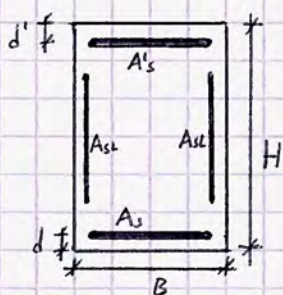
Azioni

$M$  }  $\rightarrow \sigma$  tensioni normali  
 $N$  }

$V$  }  $\rightarrow \tau$  tensioni tangenziali

## Verifica alle tensioni normali $\sigma$

1) Si effettua inizialmente un dimensionamento di massima in base ad edifici analoghi a quello da progettare:



$A_s = A'_s$  simmetriche ( $A_{sT}$ , per il telaio trasversale)

$A_{sl}$ : per il telaio longitudinale

$$H = 6000 \text{ mm}$$

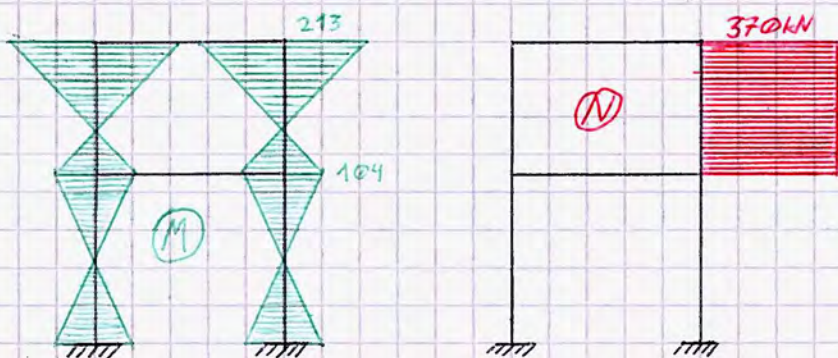
$$B = 400 \text{ mm}$$

$$A_{s, teorica} = \frac{M_{sd}}{0,9 \xi_f f_{yd}} = \frac{273000}{0,9 \cdot 520 \cdot 391} = 1492 \text{ mm}^2$$

da cui si ricava  $A_{s, min}$

$$\xi_f = H - 2d' = 600 - 2(40) = 520$$

Valutiamo la distribuzione delle sollecitazioni nei pilastri (dall'involuppo dei Cross):



Consideriamo ora i limiti normativi dettati dalle NTC 2018:

par. 4.1.6.1.2 (criterio a tutte le armature):

$$A_{s, min} = 0,10 \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} \geq 0,003 A_c \Rightarrow 0,1 \cdot \frac{370000}{391} \geq 0,003 \cdot 400 \cdot 6000 \Rightarrow 94 \text{ mm}^2 \geq 720 \text{ mm}^2$$

$A_{s, min} = 720 \text{ mm}^2$   
 (si considera il limite MAGG.)

$$A_{s, max} = 0,04 A_c = 0,04 \cdot 400 \cdot 6000 = 9600 \text{ mm}^2$$

$$\phi_{longitudinale} \geq 12 \text{ mm}$$

assumiamo  $\phi_{lon} = 20 \text{ mm}$

$i_{longitudinale} \leq 300 \text{ mm} \Rightarrow$  poiché  $B = 400 \text{ mm}$ , servono 3 barre di armatura

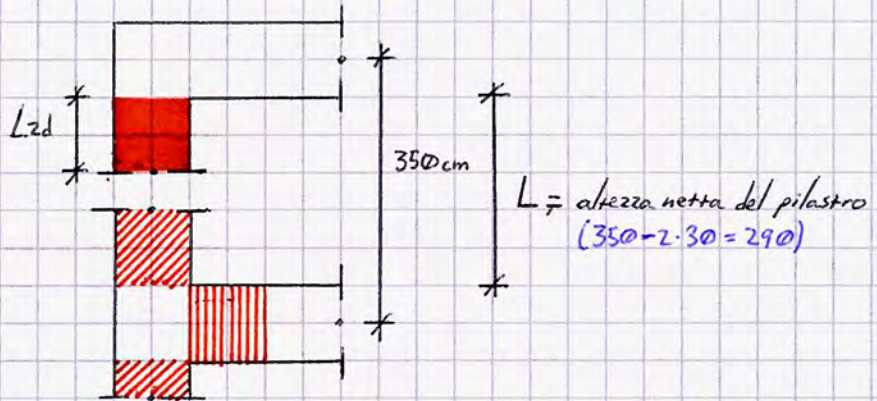
par. 7.4.6.1.2 (zona dissipativa e altre prescrizioni per edifici in zona sismica):

limiti geometrici:  $\left\{ \begin{array}{l} b \geq 25 \text{ cm} \\ L_{z.d.} = \text{MAX} \left( H; \frac{L}{6}; 45 \text{ cm}; \frac{L}{6} \right) \end{array} \right.$

$\frac{L}{6}$  Lunghezza della ZONA DISSIPATIVA  $\downarrow$  600  $\downarrow$  290/6  $\downarrow$  49,0

$\Rightarrow L < 3H$

$290 < 180$  **NO**  
dunque non si considera come limite



Limiti sulle armature:

$$\rho = A_s / A_c; \quad 1\% \leq \rho \leq 4\%$$

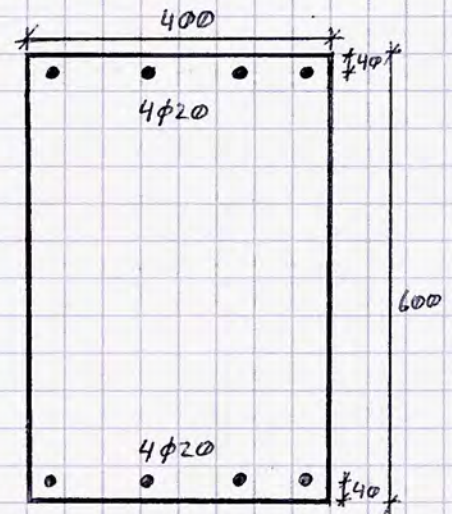
$$\rho = 1\% \Rightarrow 0,01 \cdot 400 \cdot 600 = 2400 \text{ mm}^2$$

$$\rho = 4\% \Rightarrow 0,04 \cdot 400 \cdot 600 = 9600 \text{ mm}^2$$

Consideriamo il pilastro CE:

$$A_{s,t} = 1492 \text{ mm}^2 \quad \text{area teorica}$$

	(4)	(4); (7)	$2A_s$
$2 \cdot A_{s,t}$	$A_{s,min}$	$A_{s,max}$	
$2 \cdot 1492 \text{ mm}^2$	$720 \text{ mm}^2$	$9600 \text{ mm}^2 / 2$	$4 + 4 \phi 20$ $2512 \text{ mm}^2$



OK: conforme a tutti i vincoli imposti

⚠ Le armature longitudinali nei pilastri devono essere continue!

In base alle indicazioni del capitolo 7, in zona dissipativa  $A_{s,min} = 2400 \text{ mm}^2$

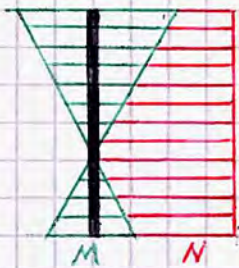
Come anticipato, i pilastri sono degli elementi pressoinflessi doppiamente armati - dato che l'azione sismica cambia verso nel tempo - dotati di armatura simmetrica.

Note le armature longitudinali tramite verifiche e dimensionamenti in termini di  $\sigma$  (si ricava  $A_{s,t}$  tramite la formula teorica semplificata sulle armature per poi applicare i limiti normativi) è possibile procedere nella verifica.

Avendo dimensionato il pilastro CE, in condizioni più gravose rispetto a CD, è lecito affermare che l'armatura ipotizzata ( $4 + 4 \phi 20$ ) si riterisca ad entrambi i livelli di pilastri.

Nota l'involuppo dello schema statico (SLU combinato con lo SLE) risulta per ogni pilastro un diagramma di momento flettente e sforzo normale che in generale definisce per ogni pilastro una coppia M-N in testa e al piede. Ciò avviene logicamente per le 3 combinazioni (SLU, SLE<sup>+</sup>, SLE<sup>-</sup>), dunque per ogni pilastro sono presenti 3x2 coppie M-N (Esempio: M-N<sub>SLU</sub>, piede).

Nella trave, essendo  $N = 0$ , l'individuazione del momento massimo - dunque della sezione più sollecitata - è immediata (per essendo globalmente presenti più verifiche in virtù della necessità di realizzare la distinta di armature).



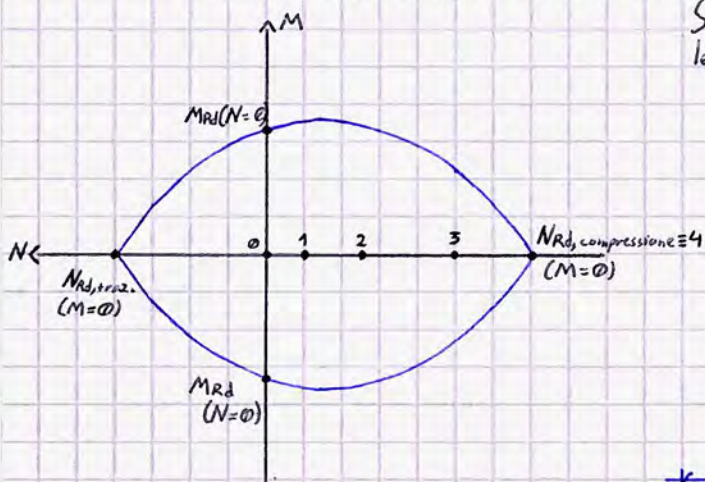
Essendo presente anche lo sforzo normale, nei pilastri è necessario valutare la condizione più gravosa tramite il dominio di resistenza del CLS-A, simmetrico rispetto all'asse degli sforzi normali in virtù del fatto che le armature del pilastro sono simmetriche.

Si dimostra che i domini di resistenza non possono essere concavi; essi sono simmetrici rispetto all'asse dei  $N$  se la sezione è simmetrica e rispetto ai  $M$  se il materiale è isoresistente (a trazione o compressione).

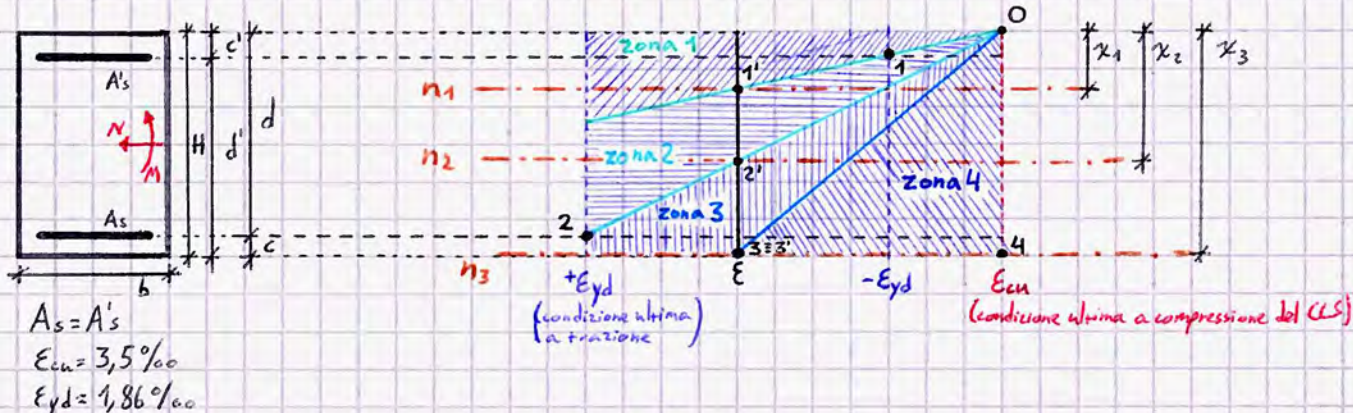
I domini di resistenza non hanno espressione analitica: essi sono costruiti per punti partendo da condizioni limite di esercizio del materiale.

Si comprende dal grafico a fianco come non è possibile capire quali sono le coppie di sollecitazione da considerare come le più gravose; in particolare si osserva come il momento massimo non si verifica in corrispondenza di  $N=0$  in virtù del contributo benefico dello sforzo normale di compressione nel resistere a detta caratteristica di sollecitazione.

Come è possibile osservare dal diagramma delle  $E$  in basso, è possibile individuare 4 differenti zone corrispondenti ad altrettanti comportamenti degli elementi costituenti la sezione in CLS-A, come indicato nella tabella in basso. In particolare, si osserva come in zona 4 la sezione sia tutta compressa, con asse neutro esterno alla sezione che degenera se  $E=E_{cu}$  in tutta la sezione.



Armatura Elastica



$A_s = A_s'$   
 $E_{cu} = 3,5‰$   
 $E_{yd} = 1,86‰$

Zona	Comportamento $A_s'$	Comportamento $A_s$	$\chi$	$\chi$ limite	$N_{Rd}$
1	Elastico (Snerva in 1)	Snervato	$\leq \chi_1$	$\chi_1 = \frac{2,27c'}{2,27c'}$	$N_{Rd,1} = 0,8 \chi_1 \cdot b \cdot f_{cd}$
2	Snervato	Snervato	$\chi_1 \leq \chi \leq \chi_2$	$\chi_2 = 0,64 d$	$N_{Rd,2} = 0,8 \chi_2 b f_{cd}$
3	Snervato	Elastico (Snerva all'in 2)	$\chi_2 \leq \chi \leq \chi_3$	$\chi_3 = h$	$N_{Rd,3} = 0,8 \chi_3 b f_{cd} + A_s (f_{yd} - \sigma_s)$
4	Snervato	Elastico o Snervato	$\chi > \chi_3$	/	$N_{Rd,4} = b H f_{cd} + 2 A_s f_{yd}$ <small><math>\rightarrow A_c</math></small>

La definizione delle  $\chi$  limite deriva dalla similitudine tra triangoli ( $\hat{O}1_1 \hat{=} \hat{O}1_1'$ ); gli  $N_{Rd}$  sono valutati ai punti limite e in genere se  $N \geq 0$  il comportamento è analogo rispetto alla compressione. Nella zona 4 si osserva che il CLS è tutto compresso e le armature sono snervate.

I valori di  $N_{Rd}$  derivano dall'equilibrio alla traslazione rispetto alle risultanti di trazione e compressione su Acciaio e CLS:

$$C + T' - T = 0 \quad NED \quad C = 0,8 \chi \cdot b \cdot f_{cd}$$

$$T' = A_s' \sigma_s' = A_s \sigma_s = T \quad (\text{armature simmetriche})$$

Da ciò, se  $0 \leq NED \leq N_{Rd,1}$  ci si trova in zona 1 (se  $N_{Rd,i-1} \leq NED \leq N_{Rd,i}$  ci si trova in zona i); definita la zona in cui ci si trova è possibile calcolare  $M_{Rd}$  tramite equilibrio alla rotazione.

Il punto O è definito ad  $E = E_{cu}$  perché essendo le verifiche legate a stati limite ultimi è necessario che almeno un punto della sezione sia in condizioni ultime!



## Esempio

$$M_{Ed} = 273 \text{ kNm}$$

$$N_{Ed} = 370 \text{ kN}$$

Dati geometrici sulla sezione coincidenti con la sezione ipotizzata (p. 63)

$$\left. \begin{aligned} N_{Rd,1} &= 0,8 (2,27 \cdot 40) \cdot 400 \cdot 11,3 = 89,7 \text{ kN} < N_{Ed} \\ N_{Rd,2} &= 0,8 (0,64 \cdot 560) \cdot 400 \cdot 11,3 = 4597 \text{ kN} > N_{Ed} \end{aligned} \right\} \text{Zona ②}$$

Per calcolare  $x$  - dunque la posizione dell'asse neutro - occorre applicare l'equilibrio alla traslazione:

$$C + T' - T = N_{Ed} \Rightarrow \underbrace{0,8 b x f_{cd}}_{\text{in zona 2, } T'=T} = N_{Ed} \Rightarrow x = \frac{N_{Ed}}{0,8 b f_{cd}} = \frac{370 \text{ kN} \cdot 10^3}{0,8 \cdot 400 \text{ mm} \cdot 11,3} = 102 \text{ mm}$$

Fissando come polo il baricentro geometrico della sezione, imponendo l'equilibrio alla rotazione è possibile conoscere  $M_{Rd}$ :

$$\begin{aligned} M_{Rd} &= 0,8 b \cdot x \cdot f_{cd} \left( \frac{H}{2} - 0,4 x \right) + (A_s + A'_s) f_{yd} (d - d') = \\ &= 0,8 \cdot 400 \cdot 102 \cdot 11,3 \left( \frac{600}{2} - 0,4 \cdot 102 \right) + (1256 \cdot 2) \cdot 391 (560 - 40) = \\ &= 351 \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{Rd}} = \frac{273}{351} = 0,70 \quad \text{OK}$$

analogamente per i pilastri restanti

Nel caso di una verifica in zona ①:

Sezione  $40 \times 60$   $A_s + A'_s: (4+4) \cdot 20$   
 $d = 560$   
 $c = 40$

Schema Cross SLU  $\rightarrow N_{Ed} = 303 \text{ kN}$   
 $\rightarrow M_{Ed} = 370 \text{ kNm}$

Il predimensionamento è utile per determinare le sollecitazioni agenti: le verifiche e le formule in cui interviene  $A_s$  sono più aleatorie, spesso anche se inizialmente non verificate diventano accettabili nella fase di verifica rigorosa!

$$N_{Rd,1} = 0,8 (2,27 \cdot 40) \cdot 400 \cdot 11,3 = 328,3 \text{ kN} \rightarrow \text{Zona ①}$$

$$-C + T' + T = C - T + T' = N_{Ed} \Rightarrow 0,8 b x f_{cd} - A_s f_{yd} + A'_s \sigma_s = N_{Ed};$$

Ne segue che:

$$x = \frac{N_{Ed} - A'_s \sigma_s + A_s f_{yd}}{0,8 b f_{cd}} = 114,5 \text{ mm} \quad \text{Sì } x_1 = 90,8 \text{ mm? OK}$$

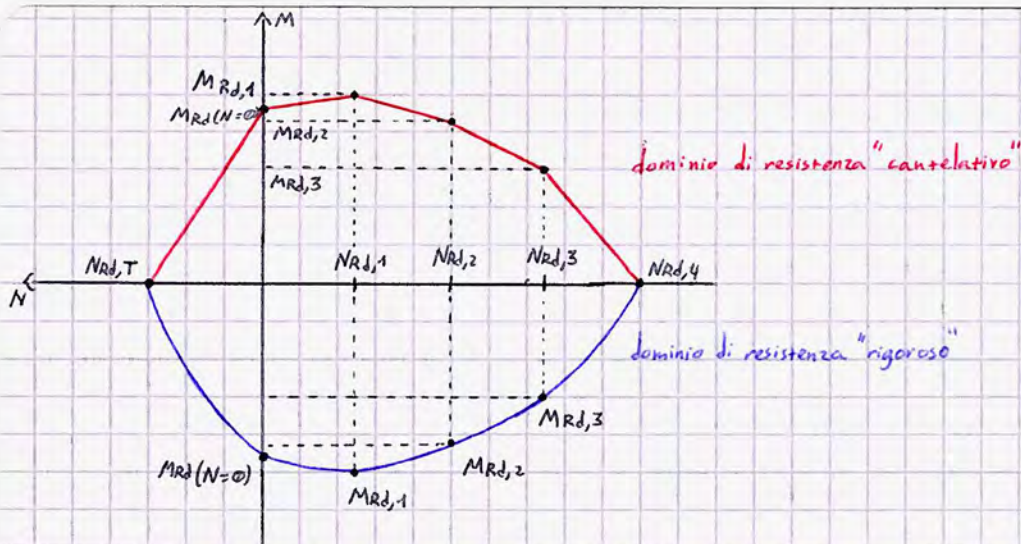
$$\sigma_s = E_s \epsilon_s = 210000 \cdot 0,29 \cdot 10^{-3} = 61,49 \text{ MPa}$$

Per la similitudine tra triangoli nello schema a pagina 64,

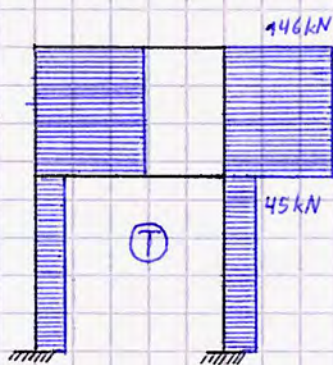
$$x = \frac{N_{Ed} + A'_s f_{yd}}{0,8 b f_{cd}} - \frac{A'_s E_s \left( \frac{x_1 - x}{x_1} \right) \epsilon_{cu}}{0,8 b f_{cd}}; \quad \text{per tentativi}$$

$$\frac{E_s}{x_1 - x} = \frac{E_{cu}}{x_1} \Rightarrow E_s = \left( \frac{x_1 - x}{x_1} \right) E_{cu} = 0,29 \text{ ‰}$$

In genere, la realizzazione del dominio di resistenza è una spezzata, sottoinsieme cautelativo del dominio (uguale per ogni pilastro a parità di materiale, sezione ed armature); ponendo tutte le coppie  $M_{Ed} - N_{Ed}$  in esso è possibile valutare qualitativamente - in aggiunta alle verifiche - la rispondenza dei pilastri alle azioni.



### Verifica alle tensioni tangenziali $\tau$



Involuppo del Taglio  
(Cross, SLV)

Si considera l'involuppo del taglio come semplificazione rispetto alle azioni effettive per poi applicarvi formalmente i limiti normativi, divisi in limiti sismici e non sismici (la cui distinzione a volte dipende meramente dalle sollecitazioni applicate alla struttura); in genere detto procedimento può determinare un significativo sovradimensionamento in virtù della scelta di operare con le sollecitazioni di involuppo a vantaggio di sicurezza, dunque può essere necessario considerare più casi e combinazioni di carico (a flessione detto procedimento è d'ordine: non variando la sollecitazione si è certi di operare in base al massimo assoluto). Essendo presente una torsione normale, rispetto alle travi i pilastri sono soggetti ad un contributo benefico contro il taglio. Ne segue che, a parità di caratteristiche della sezione e di sollecitazione tagliante, cambiano i limiti normativi: si riportano di seguito i limiti delle NTC 2018.

NTC18, capitolo 4.1.6.1.2 - (zona non sismica):

$$s \leq 12 \phi_{\text{longitudinali}} \quad [\text{mm}]$$

$$s \leq 250 \text{ mm}$$

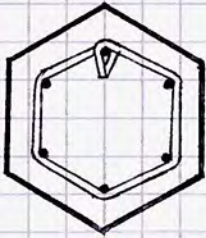
$$\phi_{\text{stafte}} \geq \text{MAX} \left( 6 \text{ mm}; \frac{\phi_{\text{long.}}}{4} \right)$$

capitolo 7.4.6.2.2 - Nelle "zone dissipative" - formalmente assenti nei pilastri per gerarchia delle resistenze in quanto nei nodi e nei pilastri occorre una sovrarresistenza per non dissipare, demandando la plasticizzazione alle travi - o più correttamente in zona critica, si incrementano le stafte per rendere le zone più RESISTENTI (NON duttili: non si demanda alcuna capacità di deformazione plastica prima della rottura!).

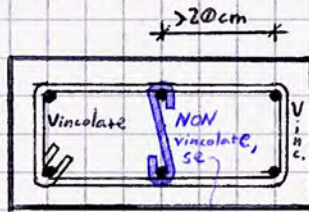
Considerando in progetto strutturale di Classe Dissipativa B (CDB), valgono le seguenti limitazioni:

- Barre d'angolo contenute da stafte;
  - $s_{\text{stafte consecutive vincolate}} \leq 20 \phi_{\text{min}}$ ; ( $s_{\text{st}}, \text{vinc.}$ )
  - $\phi_{\text{stafte}} \geq 6 \text{ mm}$ ;
  - $s \leq \min \left( \frac{b}{2}; 175 \text{ mm}; 8 \phi_{\text{long.}} \right)$ ;
  - $\frac{A_{\text{stafte}}}{s} \geq 0,08 f_{ct} \frac{b_{\text{stafte}}}{f_{yd}}$
- Distanza tra i bracci più esterni delle stafte; dipende dalla direzione del taglio;  $b$  è ortogonale alla direzione di carico!

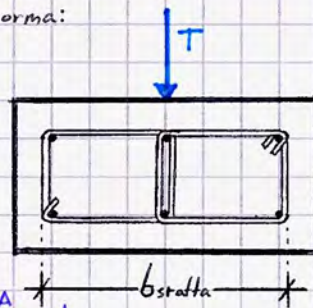
Si riportano degli schemi grafici per meglio comprendere i limiti di norma:



TUTTE le barre d'angolo sono contenute da statte!

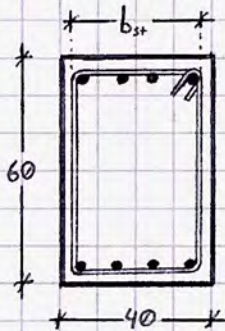


Le barre longitudinali sono VINCOLATE da statte  $\Leftrightarrow$  sono in prossimità di una piega della statta!  
 se  $s > 20cm$  si introduce la LEGATURA per vincolarle!



$b_{st}$  è la distanza tra i bracci più esterni delle statte, con giuntura ortogonale al Taglio.

Nel telaio in esame, si ha che:



$$\phi_{long} = 20mm$$

$$\phi_{statta} = 8mm$$

$$s \leq \begin{cases} 12\phi_{long} = 240mm \\ 250mm \end{cases} \Rightarrow s \leq 240mm$$

$$\phi_{st} \geq \text{MAX} \left( 6mm; \frac{\phi_{long}}{4} = 5mm \right) \Rightarrow \phi_{st} = 8mm \text{ OK}$$

Da ciò segue che nello sviluppo longitudinale del pilastro bisogna posizionare statte  $\phi 8$  con passo di massimo 240mm.

Nelle zone critiche:

$$\phi_{st,cr} = 8mm > 6mm \text{ OK}$$

$$s_{cr} \leq \min \left( \frac{b}{2} = 200; 175; 8 \cdot 20 = 160 \right) \Rightarrow s_{cr} \leq 160mm$$

$$\frac{A_{statta}}{s} \geq 0,08 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot b_{statta} = 0,08 \cdot 11,3 \cdot \frac{(400 - 80)^{2c}}{391} = 0,73$$

$$\text{Da cui segue che } s \leq \frac{A_{statta}}{0,73} = \frac{100,5}{0,73} = 137mm \quad \text{statta a 2 bracci} \Rightarrow A_{st} = A_{\phi 8} \cdot 2$$

In definitiva, in zona critica  $s \leq 137mm$ , con statte almeno  $\phi 8$  (classe minima  $> 6mm$ ).

Analogamente al caso precedente ( $\sigma$ ), consideriamo il pilastro CE per il calcolo:

$$V_{Ed} = 146 kN$$

ipotizziamo di effettuare la verifica di quanto previsto in zona critica; essendo il taglio costante nel pilastro in realtà la regione più problematica per la verifica è quella non critica a causa del passo maggiore a parità di sollecitazione.

$$\text{Consideriamo } \left. \begin{array}{l} s = 100mm \\ \phi_{st} = 8mm \end{array} \right\} \rightarrow \phi 8 / 100mm$$

Il procedimento di verifica è il medesimo già utilizzato per le travi, basato sul modello a traliccio di Ritter-Mörsch:

- 1) Calcolo di  $\sigma$
- 2)  $\cotg \sigma \leq 2,5$ ?
- 3) Calcolo di  $V_{Rd}$
- 4)  $V_{Ed} \leq V_{Rd}$ ?

### 1) Calcolo di $\vartheta$

$$\sin \vartheta = \frac{A_{sw} f_{yd}}{b_w \cdot s \cdot V \cdot f_{cd}} = \frac{1000,3 \cdot 391}{400 \cdot 100 \cdot 0,5 \cdot 11,3} = 0,17 \Rightarrow \vartheta = 24,6^\circ$$

### 2) $\cotg(24,6) = 2,18 < 2,5$ OK

### 3) Calcolo di $V_{Rd}$

$$V_{Rd} = V_{Rd,s} = 0,9 d \frac{A_{sw} f_{yd} \cotg \vartheta}{s} = 0,9 \cdot 560 \cdot \frac{1000,3 \cdot 391 \cdot 2,18}{100} = 433 \text{ kN}$$

### 4) Verifica

$$\frac{V_{Ed}}{V_{Rd}} = \frac{146}{433} = 0,33 \text{ OK}$$

Essendo  $\cotg \vartheta < 2,5$ , si è certi che  $V_{Rd,s} < V_{Rd,c}$ , compatibilmente con la gerarchia delle resistenze: in questo modo, si ha rottura solo dopo una plasticizzazione sensibile.

### Nodi trave-pilastro

Nell'ipotesi di gerarchia delle resistenze trave debole, pilastro forte (da verificare)

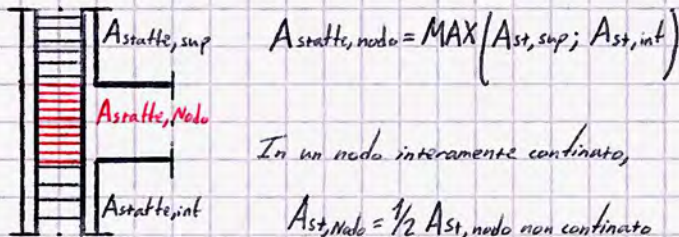
occorre anche confrontare la resistenza della trave con quella del nodo (trave debole, nodo forte).

Le verifiche di gerarchia delle resistenze, essendo di natura sismica, non sono oggetto di questo corso; esistono però dei limiti normativi sul progetto dei nodi: le NTC 2018 al capitolo 7.4.4.3 indica dei limiti differenti in base alla tipologia di nodo, così classificati:

- Nodi interamente continati: nodi aventi una trave su ogni faccia, in cui la larghezza della trave è  $\geq 3/4$  della larghezza del pilastro e in cui l'altezza della trave è  $\geq 3/4$  dell'altezza di sovrapposizione (nel caso di travi di altezze differenti lungo la campata).

- Nodi non interamente continati: non rispettano i requisiti del nodo interamente continuato, implicando limitazioni più stringenti.

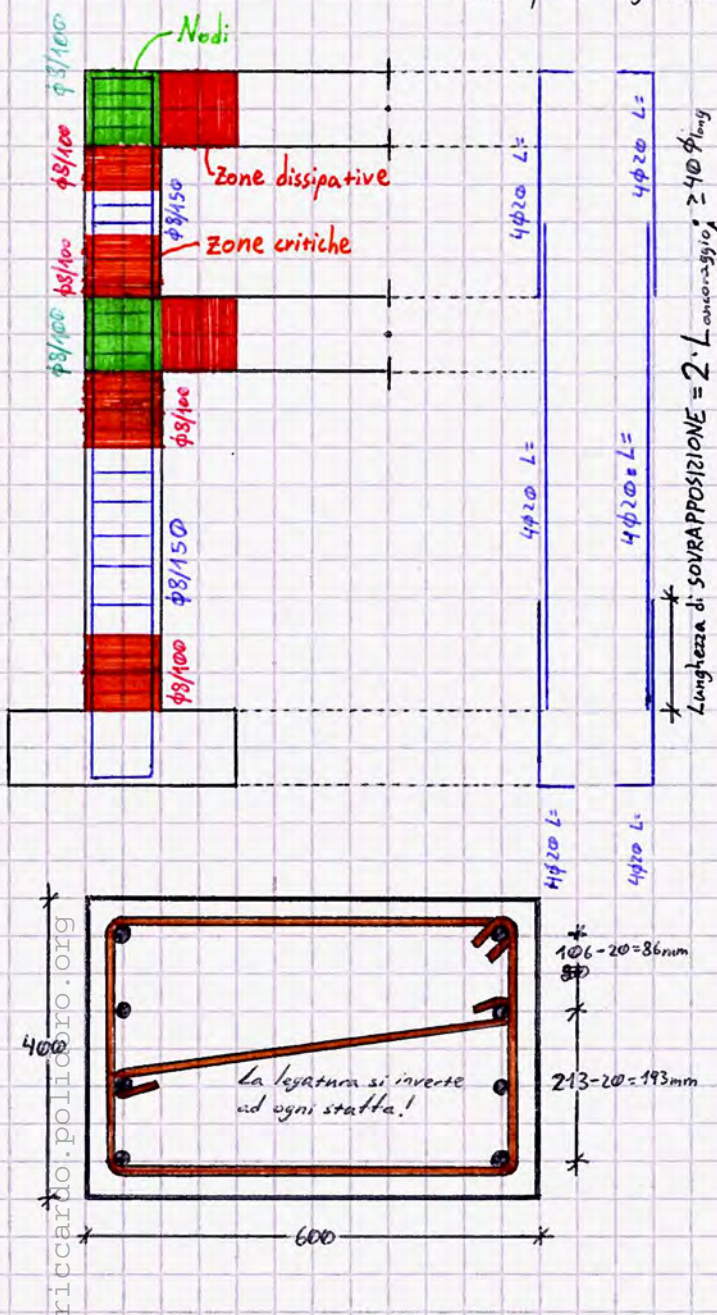
In un nodo non interamente continuato (ovvero in tutti i nodi del telaio di progetto in questa applicazione), vale il seguente limite:



È ora possibile definire compiutamente la distinta di armature dei pilastri, proposta a fianco.

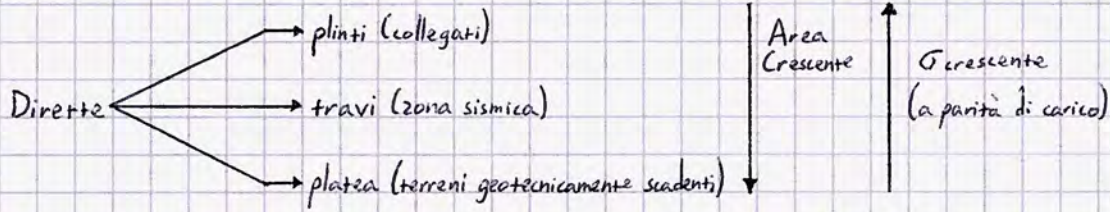
Circa la Lunghezza di ancoraggio, vale la seguente limitazione:

$$L_{ancoraggio} \geq 20 \phi_{long}$$



# Fondazioni

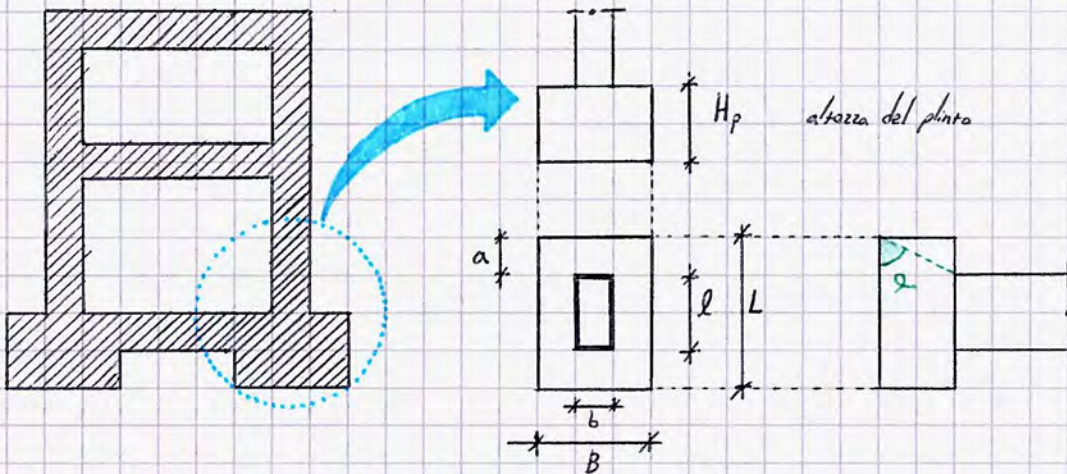
Oggetto di un corso apposito in virtù delle implicazioni di natura geotecnica che influiscono enormemente sul progetto, le fondazioni si classificano essenzialmente in:



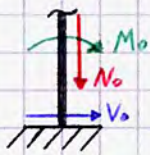
Indirette → su pali (terreni molto scadenti)

Le plinti sono ormai progettati sempre con travi di collegamento sia per garantire un miglior comportamento contro spostamenti orizzontali che per una minor complessità di calcolo; progettualmente, il comportamento a diaframma rigido è migliore!

In questo esempio, essendo l'edificio di 2 livelli ed in una zona sismica non definita, è possibile orientarsi sulla soluzione a plinti. In generale, il calcolo delle fondazioni affronta argomenti come la verifica del terreno, la verifica della struttura di fondazione e l'interazione terreno-fondazione (che consente di determinare le condizioni di vincolo che meglio schematizzano il sistema); tra queste, essendo la prima verifica di natura esclusivamente geotecnica si considererà una generica  $\sigma$  ammissibile del terreno (ipotesi estremamente semplificativa rispetto al caso reale); la seconda verifica è geotecnico-strutturale, mentre la terza è prettamente di ingegneria strutturale.

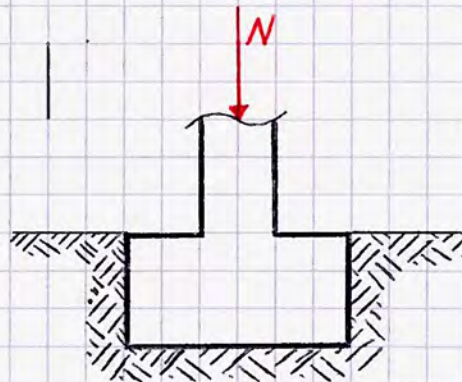


Ricordando la risoluzione dello schema in Cross, alla base del plinto agiscono le seguenti sollecitazioni:

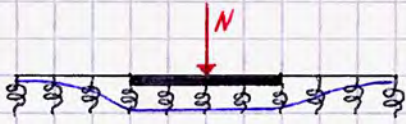


$M_0$      $N_0$      $V_0$

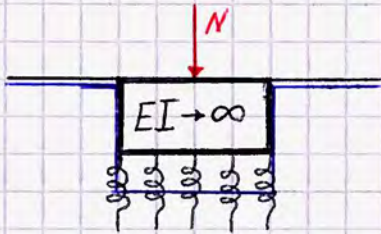
Consideriamo il caso reale e supponiamo agisca unicamente lo sforzo normale  $N$  per meglio comprendere il comportamento strutturale dell'elemento, dunque la sua modellizzazione:



In prima approssimazione valgono le seguenti schematizzazioni:



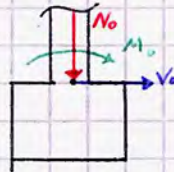
Questa schematizzazione è complicata: sono coinvolte anche le molle adiacenti al plinto, con una determinata del terreno graduale; anche il plinto si deforma parzialmente. Conviene semplificare sia il modello del plinto che quello del terreno.



In questo caso, essendo il plinto infinitamente rigido e avendo considerato molle elastiche solo in corrispondenza del plinto stesso si ha un modello più semplice; per garantire la rispondenza con il caso reale - rendendo dunque la schematizzazione efficace - occorre attuare dei particolari accorgimenti: ad esempio, per rendere verosimile  $EI \rightarrow \infty$  occorre definire una  $H_p$  compatibile!

Consideriamo le varie combinazioni di carico alla base di uno dei pilastri (A-B-E)

A	SLU	SLE <sup>+</sup>	SLE <sup>-</sup>
$M_o$ (kNm)	+52	-52	+116
$N_o$ (kN)	+306	+527	+607
$V_o$ (kN)	+34	-8	-52



Per valutare le azioni alla base del plinto, occorre considerare le seguenti relazioni:

$$M = M_o + V_o \cdot H_p$$

$$N = N_o + \Delta N_p \rightarrow \text{peso proprio del plinto}$$

$$V = V_o$$

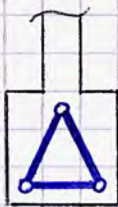
In prima approssimazione,  $\Delta N_p$  può essere considerato pari al 10% del  $N_o$  più gravoso.

La determinazione di  $H_p$  dipende dalla geometria del plinto che si vuole realizzare (deve essere accettabile rispetto alle schematizzazioni e i vari limiti normativi). In base al parametro  $\alpha$ , si distinguono due casi possibili:

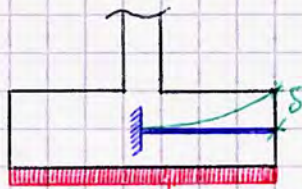
- Plinto tozzo  $\rightarrow$  schema a trave reticolare  $\Leftrightarrow \alpha \geq 45^\circ$
- Plinto con modello a mensola (schema trave)  $\Leftrightarrow \alpha \leq 45^\circ$

Sono due diversi modelli strutturali!

Tra i due si preferisce il modello a mensola: a parità di area di scarico è possibile fissare una  $H_p$  minore (con un risparmio significativo in termini di materiale e  $\Delta N_p$ ). Ne segue che  $\alpha \leq 45^\circ$ .



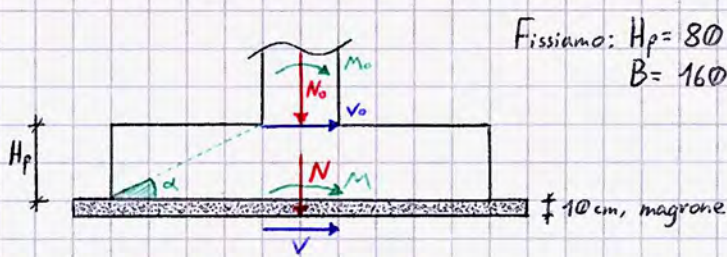
Plinto tozzo



Plinto con modello a mensola

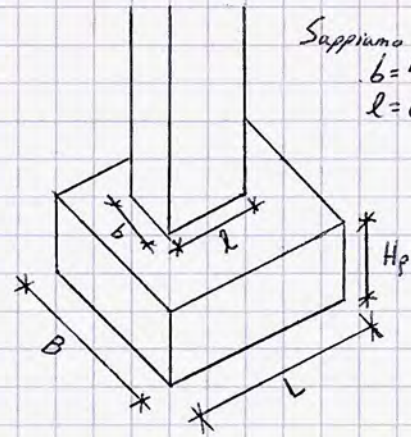
Si osserva in particolare come il modello a mensola sia anche di più semplice risoluzione.

Per ricavare a rigore le sollecitazioni agenti al piede della fondazione (dunque sul terreno), consideriamo il seguente schema:



Fissiamo:  $H_p = 80 \text{ cm}$   
 $B = 160 \text{ cm}$

Sappiamo che:  
 $b = 40 \text{ cm}$   
 $l = 60 \text{ cm}$



Si ha quindi che:

$$N = N_0 + \text{peso plinto} + \text{peso magrone} \quad (10\% N)$$

$$M = M_0 + V_0 (H_p + 0,10)$$

per le ipotesi imposte,  $M^{SLE^-} = 116 + 52(0,8 + 0,1) = 163 \text{ kNm}$

$$V = V_0$$

per le ipotesi imposte,  $V^{SLE^-} = -52 \text{ kN}$

$$N = N_0 + 0,10 N$$

per le ipotesi imposte,  $N^{SLE^-} = 607 + 60,7 = 668 \text{ kN}$

$H_p$  è tendenzialmente maggiore dell'altezza della sezione del pilastro.  
 $B$  dipende dal numero di piani della struttura sovrastante; di norma se si aumenta  $B$  nel corso del progetto si riduce  $L$  per garantire la stessa area di scarico.

L'operazione va logicamente ripetuta per tutte le combinazioni di carico, producendo una tabella analoga a quella di  $M_0, N_0, V_0$  per ogni pilastro.

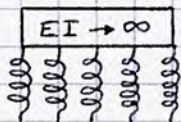
Determiniamo  $L$  dall'imposizione di 3 condizioni fisiche:

- Contenere la tensione agente sul terreno così che risulti compresso entro la propria resistenza;
- Evitare tensioni di trazione sul terreno in quanto il terreno non reagisce ad esse (opzionale);
- Determinare un  $\alpha$  tale per cui  $\alpha$  abbia comportamento a mensola (opzionale).

Assumiamo che il terreno resista ad una  $\sigma_{t, \text{limite}} = 0,4 \text{ MPa}$ . Ne segue che le tre condizioni fisiche si traducono in:

$$\sigma_{t, \text{min}} \geq 0 \text{ MPa}; \quad \sigma_{t, \text{max}} \leq 0,4 \text{ MPa}; \quad \alpha \leq 45^\circ$$

Considerando il modello di interazione plinto-terreno:



$$\sigma_{\text{terreno, min}}^{[MAX]} = \frac{N}{A} \frac{M}{W} = \frac{N}{BL} \frac{6M}{BL^2}$$

$$W = \frac{BL^2}{6}; \quad A = BL$$

Si ha quindi che:  $\sigma_{t, \text{min}} = \frac{N}{BL} - \frac{6M}{BL^2} \geq 0 \Rightarrow L \geq \frac{6M}{N}$

$$\sigma_{t, \text{max}} = \frac{N}{BL} + \frac{6M}{BL^2} \leq 0,4 \Rightarrow L \geq \frac{N + \sqrt{N^2 + 24B \cdot M \cdot \sigma_{t, \text{lim}}}}{2B \sigma_{t, \text{lim}}}$$

Dalla trigonometria, per garantire il comportamento a mensola ( $\alpha \leq 45^\circ$ ),  $L \geq 2H_p + l$

$$\left( \frac{L-l}{2} \geq H_p \right)$$

Allo SLE<sup>-</sup>, si ha:

$$L \geq \frac{6 \cdot 163}{668} = 1,46 \text{ m} \quad \text{t.c. } \sigma_{t, \min} = 0$$

$$L \geq \frac{668 \cdot 0,00 + \sqrt{(668 \cdot 0,00)^2 + 24(1600) \cdot 163 \cdot 10^4 \cdot 0,4}}{2 \cdot 1600 \cdot 0,4} = 1,86 \text{ m} \quad \text{t.c. } \sigma_{t, \max} \leq \sigma_{t, \lim} \quad \boxed{\text{NEC}}$$

$$L \geq 2(0,80) \cdot 0,60 = 2,20 \text{ m} \quad \text{t.c. } \alpha \leq 45^\circ$$

Volendo soddisfare tutte le condizioni (anche quelle opzionali), assumiamo  $L = 2,40 \text{ m}$ .  
E' ora possibile definire  $N$  a rigore:

$$N = N_0 + (L \cdot B \cdot H_p) \gamma_{cls}$$

Ne segue la possibilità di realizzare la tabella di  $M, N, V$  al piede della fondazione, proposta di seguito in riferimento ai vari stati limite:

	SLU	SLE <sup>-</sup>	SLE <sup>+</sup>
M (kNm)	83	163	-60
N (kN)	1006	684	604
V (kN)	-34	-52	-8
e (M/N)	0,08	0,10	0,24
	SLU	SLE <sup>-</sup>	SLE <sup>+</sup>
$\sigma_{t, \min}$ (MPa)	0,22	0,08	0,13
$\sigma_{t, \max}$ (MPa)	0,34	0,30	0,21

Essendosi tutelati nel dimensionamento rispetto alle condizioni su  $\sigma_{t, \min}$  e  $\sigma_{t, \max}$  non sono violati i limiti di resistenza del terreno col nuovo valore di  $N$ ; a rigore bisogna ugualmente verificare nuovamente il soddisfacimento delle condizioni!

**⚠ In fondazione si abbonda sempre: bisogna cautelarsi!**

Valutiamo ora la distribuzione delle tensioni normali sul terreno nelle varie combinazioni, per valutarne le condizioni estreme. Come riscontrabile nella tabella a fianco, non sempre si ha massima compressione in corrispondenza di minima eccentricità:  $\sigma_{t, \max, SLU} \sim \sigma_{t, \max, SLE^-}$ !  
Risulta evidente che la combinazione a SLE<sup>-</sup> presenta una maggior parzializzazione degli sforzi nella loro distribuzione all'interno della sezione, costituendo dunque una condizione particolarmente problematica.

$$\sigma_{t, \min, ASS} = 0,08 > 0 \quad \text{OK} \quad (2,40 \text{ m} > 1,46 \text{ m})$$

$$\sigma_{t, \max, ASS} = 0,34 < 0,4 \quad \text{OK} \quad (2,40 \text{ m} > 1,86 \text{ m})$$

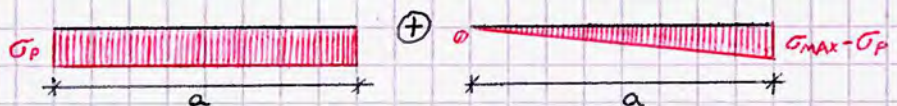
### Verifica della struttura

Definita  $\sigma_p$  la tensione agente sull'incastro dello schema a mensola, si ha che:

$$\sigma_p = \sigma_{\min} + \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}$$

Va valutata in ogni condizione in virtù dell'eccentricità  $\neq 0$ !

La distribuzione trapezoidale può essere scomposta come segue:

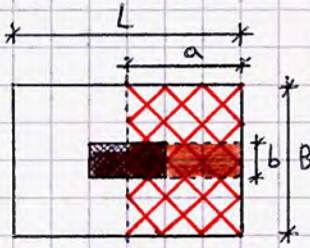


Ne segue che i carichi agenti sulla trave sono:





Le sollecitazioni massime - logicamente agenti all'incastro - si hanno allo SLU, come evidente in tabella (in generale bisogna verificare tutto!). Si ha che:



Area caricata nel modello

$$M_{Ed} = \frac{\sigma_p \cdot B \cdot a^2}{2} + \frac{(\sigma_{tmax} - \sigma_p) B a^2}{3} = 294 \text{ kNm}$$

$\left( \frac{qL^2}{2} \right)$        $\left( \frac{qL^2}{3} \right)$

$$V_{Ed} = \frac{\sigma_{max} + \sigma_p}{2} \cdot (a \cdot B) = 491 \text{ kN}$$

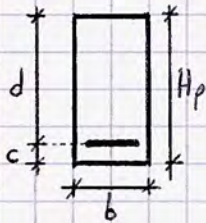
carico medio \cdot area

Verifica della sezione: consideriamo esclusivamente la trave a mensola, di base b, a vantaggio di sicurezza. Si operano le seguenti verifiche:

SLU → Flessione (M)  
 Taglio (V)  
 Punzonamento (compenetrazione di elementi: pilastro nel plinto)

SLS → Verifiche tensionali e a fessurazione

In questa applicazione si opereranno unicamente le verifiche a SLU.



$H_p = 800 \text{ mm}$   
 $c = 50 \text{ mm}$   
 $d = 750 \text{ mm}$   
 $b = 400 \text{ mm}$

Dalla formulazione a flessione determiniamo l'armatura:

$$A_{s,t} = \frac{M_{Ed}}{0,9 d f_{yd}} = \frac{294000000}{0,9 \cdot 750 \cdot 391} = 1003 \text{ mm}^2$$

Fissiamo dunque  $5\phi 20 \rightarrow A_s = 1570 \text{ mm}^2$

Essendo i limiti della verifica a fessurazione più gravosi, nella verifica a flessione è buona pratica far lavorare poco l'armatura, considerando valori di  $A_s \geq 1,5 A_{s,t}$ : in questo modo l'armatura lavora a  $f_{yd}/1,5$ , rendendo la verifica a fessurazione soddisfatta con ogni probabilità.

Verifica a flessione:

Equilibrio alla traslazione (asse neutro):

$$0,8 \cdot B \cdot x \cdot f_{cd} - A_s f_{yd} = 0 \Rightarrow x = \frac{A_s f_{yd}}{0,8 B f_{cd}} = 168 \text{ mm}$$

Equilibrio alla rotazione (MRd):

$$M_{Rd} = (0,8 B \cdot x \cdot f_{cd}) \cdot (0,4 x) + (A_s f_{yd}) \cdot (d) = 419 \text{ kNm}$$

Verifica:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{Rd}} = \frac{294}{419} = 0,63$$

Verifica a taglio: occorre in genere verificare se sia necessaria o meno armatura specifica a taglio.

Calcolo di  $V_{Rd}$  in assenza di armatura a taglio: → tensione di compressione ( $\sigma_c$ )

$$V_{Rd} = \left[ \frac{0,18 K (100 \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3}}{\gamma_c} + 0,15 \sigma_{cp} \right] b_w \cdot d = 119 \text{ kN} < V_{Ed}$$

$$K = 1 + \sqrt{\frac{100}{d}} \leq 2 \rightarrow 1,52 ; \rho_l = \frac{A_{s,l}}{b_w \cdot d} \leq 0,02 \rightarrow 0,0005$$

Si rivela dunque necessaria un'armatura specifica a taglio; i plinti si armano a taglio con ferri sagomati a 45°.  
 Ipotizziamo un'armatura a taglio di  $2\phi 20$  con passo  $s = 350$  mm. Si ha che:

$$A_{sw} = 629 \text{ mm}^2$$

Essendo gli sforzi della trave del progetto leggermente differenti, si consiglia  $B = 140$  cm.

1) Limiti da norma

$$\frac{A_{sw, max} \cdot f_{yd}}{b_w \cdot s} \leq \frac{1}{2} \nu \frac{f_{cd}}{\sin \vartheta} \Rightarrow \frac{629 \cdot 391}{400 \cdot 350} \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{0,5 \cdot 11,3}{\sin(45^\circ)}$$

$$1,75 \leq 3,99 \quad \text{OK}$$

2) Verifica teorica

$$V_{CRd} = V_{SRd} \longrightarrow \vartheta \quad \text{teoria del traliccio con bielle ad inclinazione variabile}$$

$$\text{Relazioni generali: } V_{CRd} = 0,9 d \cdot b_w \cdot \alpha_v \cdot \nu \cdot f_{cd} \frac{1}{1 - \cotg^2 \vartheta} (\cotg(45^\circ) + \cotg \vartheta)$$

$$V_{SRd} = 0,9 d \frac{A_{sw}}{s} f_{yd} (\cotg(45^\circ) + \cotg \vartheta) \cdot \sin(45^\circ)$$

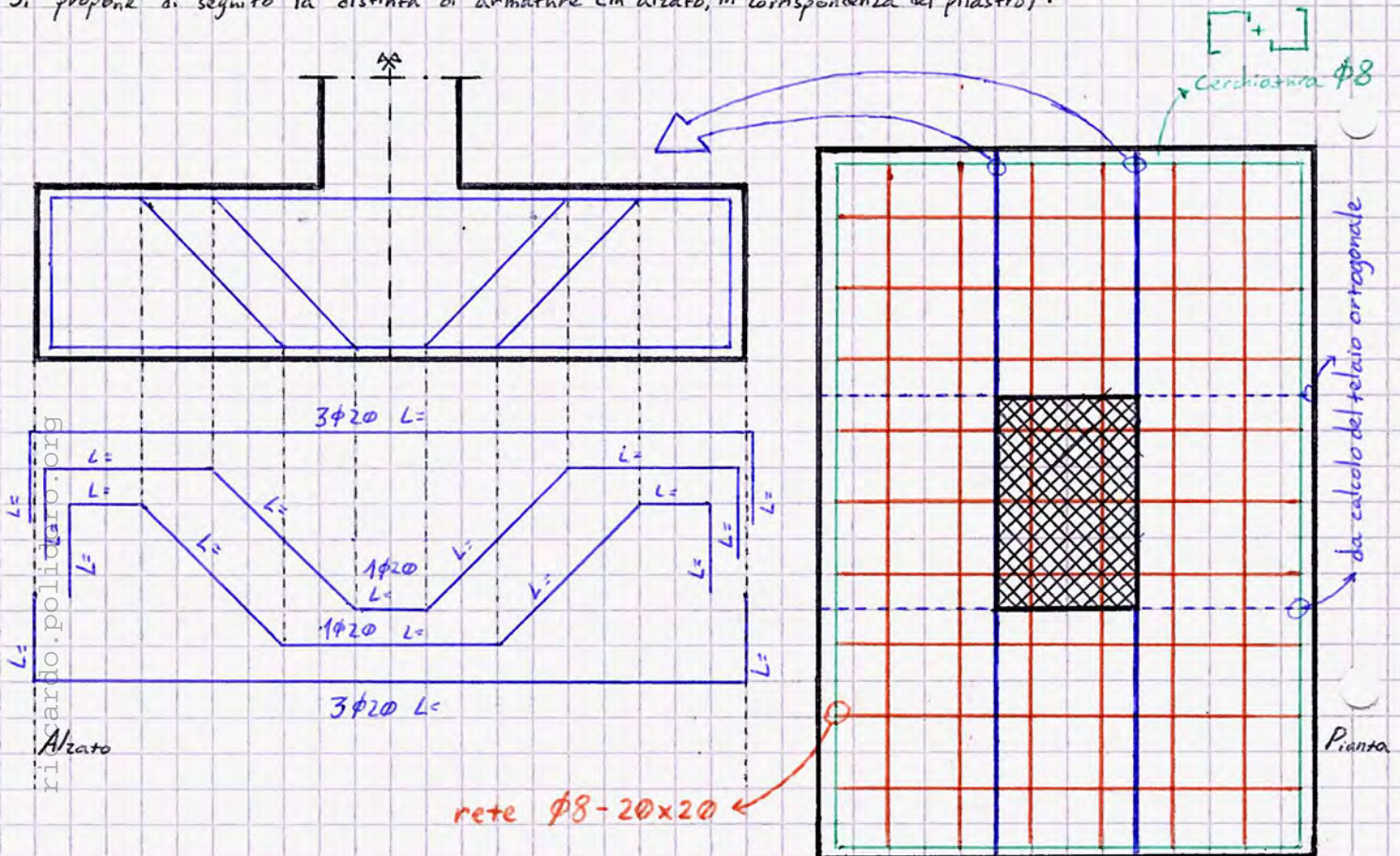
$$V_{CRd} = V_{SRd} \Leftrightarrow \cotg \vartheta = \sqrt{\frac{b_w \cdot s \cdot \nu \cdot f_{cd}}{A_{sw} \cdot f_{yd} \cdot \sin(45^\circ)}} = 1,88 < 2,5 \quad \text{OK}$$

3) Calcolo di  $V_{SRd}$

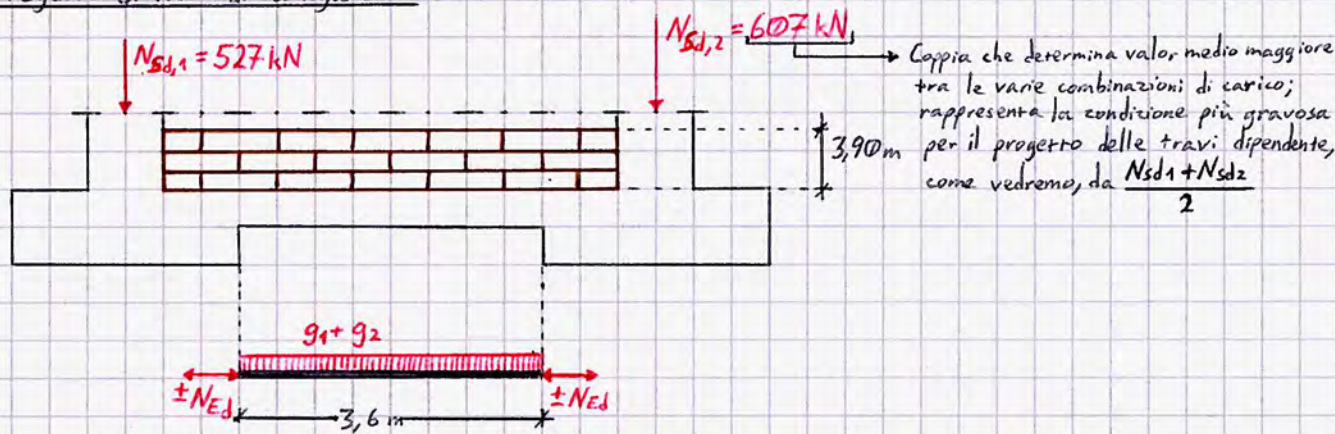
$$V_{SRd} = 0,9 d \frac{A_{sw}}{s} f_{yd} (1 + \cotg \vartheta) \frac{\sqrt{2}}{2} = \dots = 966 \text{ kN}$$

$$4) \frac{V_{Ed}}{V_{Rd}} = \frac{491}{966} = 0,51 \quad \text{OK}$$

Si propone di seguito la distinta di armature (in alzato, in corrispondenza del pilastro):



# Progetto di travi di collegamento



In base alle indicazioni di norma, in caso di progetto in assenza di travi di collegamento bisogna considerare dei cedimenti orizzontali (di cui bisognerebbe tener conto anche nel resto del progetto del telaio, cosa non prevista in questo progetto). Per il progetto delle travi di collegamento bisogna considerare le seguenti azioni:

- Sisma + sforzo normale  $N$  nella trave;
- Peso proprio della trave + carichi verticali (tamponatura).

Le indicazioni normative vigenti sono contenute nel capitolo 7.2.5 delle NTC 2018, in cui si stabilisce che:

$$N_{Ed} = \pm K \cdot N_{sd} \cdot \frac{a_{MAX}}{g} \quad \left[ \begin{array}{l} \rightarrow \text{Accelerazione massima attesa al suolo } (0,05 \div 0,30) \rightarrow P.G.A. \\ \rightarrow \text{Accelerazione di gravità} \end{array} \right]$$

$\rightarrow$  Sforzo normale medio;  $N_{sd} = \frac{N_{sd,1} + N_{sd,2}}{2}$   
 $\rightarrow$  Coefficiente dipendente dalla stratigrafia del terreno:  $K = \begin{matrix} \text{rigido} \\ 0,2 \end{matrix} \div \begin{matrix} \text{deformabile} \\ 0,6 \end{matrix}$

Ipotizziamo  $\frac{K \cdot a_{MAX}}{g} = 0,15$ , valore intermedio. Allora:

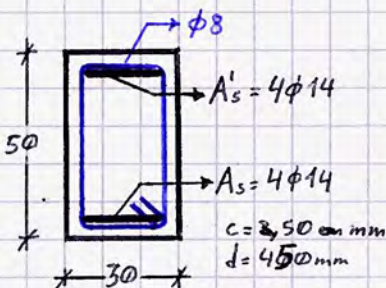
$$N_{Ed} = \pm 0,15 \cdot \frac{527 + 607}{2} = \pm 85 \text{ kN} \quad \text{sollecitazione assiale}$$

$$g_1 = 25 \cdot 0,3 \cdot 0,5 = 3,75 \text{ kN/m}$$

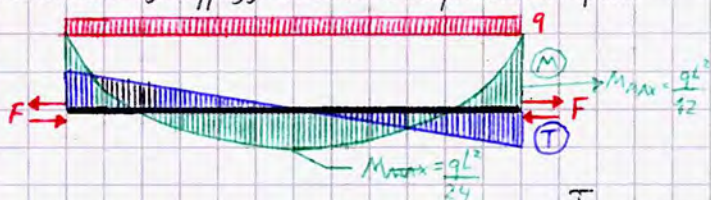
Ipotizziamo la sezione della trave di collegamento, come riportato a fianco:

$$g_2 = 3,10 \cdot 3,90 = 12,1 \text{ kN/m}$$

$\rightarrow$  Peso proprio della tamponatura



Effettuata l'analisi dei carichi, è possibile costruire il modello strutturale della trave, che immaginiamo essere incastrata agli appoggi in virtù della presenza dei plinti:



Si ha che:

$$V_{Ed} = \frac{g_1 + g_2}{2} \cdot L = \frac{15,8}{2} \cdot 3,6 = 28,4 \text{ kN}$$

Ipotizziamo stoffe  $\phi 8$  a 2 bracci come armatura a taglio. Allora si ha che  $A_{sw} = 100,56 \text{ mm}^2$ .

$$A_{s,t} = \frac{M_{Ed}}{0,9 \cdot d \cdot f_{yd}} = \frac{17,1}{0,9(500 - 2 \cdot 50) \cdot 391} = 120 \text{ mm}^2$$

Infatti,  $M_{Ed,MAX} = \frac{(g_1 + g_2)L^2}{12} = 17,1 \text{ kNm}$

La condizione più gravosa per la trave coincide con  $F$  di trazione massima e  $M$  costante.  
 Avendo valutato  $A_s$  teorica, consideriamo i limiti normativi per le travi:

$$A_{s, \min} \geq 0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b \cdot d = 0,26 \cdot \frac{2,21}{450} \cdot 300 \cdot 450 = 172 \text{ mm}^2$$

$$A_{s, \min} \geq 0,0013 b \cdot d = 0,0013 \cdot 300 \cdot 450 = 195 \text{ mm}^2 \quad (\text{nelle zone non sismiche})$$

Per le zone sismiche,

$$\rho = \frac{A_s}{bh} > \frac{1,4}{f_{yk}} \Rightarrow A_s > \frac{1,4}{f_{yk}} bh = 467 \text{ mm}^2 \quad \text{Limite più gravoso, di riferimento per il progetto.}$$

Si ipotizza dunque un'armatura di  $(4+4) \phi 14$ , da cui  $A_s = 616 \text{ mm}^2$

La verifica più gravosa è quella a tensoflessione; considerando  $M_{Ed} = 17,1 \text{ kNm}$  e  $N_{Ed} = 85 \text{ kN}$ , si ha che:

$$A'_s \text{ tesa, comportamento elastico} \quad E_s = 0,0186$$

$A_s$  tesa, snervata

1) Equilibrio alla traslazione (calcolo di  $x$ )

$$0,80 \frac{b x}{f_{cd}} - \sigma'_s A'_s - f_{yd} A_s = N_{Ed}; \quad \sigma'_s = E'_s E_s$$

$$0,8 \cdot 300 \cdot x \cdot 11,3 - \left(1 - \frac{50}{x}\right) \cdot 0,0035 \cdot 210000 \cdot 616 - 391 \cdot 616 = E'_s = \left(1 - \frac{c}{x}\right) E_{cu} \quad \left(\begin{array}{l} \text{similitudine dei triangoli nel} \\ \text{diagramma della distribuzione} \\ \text{delle deformazioni nella sezione.} \end{array}\right)$$

$$= 85000 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 45,7 \text{ mm}; \quad E'_s = 0,000033$$

2) Equilibrio alla rotazione (calcolo di  $M_{Rd}$ )

$$M_{Rd} = 0,8 b \cdot x \cdot f_{cd} \left(\frac{h}{2} - 0,4x\right) - E_s E'_s A'_s \left(\frac{h}{2} - c\right) + f_{yd} A_s \left(\frac{h}{2} - c\right);$$

$$M_{Rd} = 0,8 \cdot 300 \cdot 45,7 \cdot 11,3 \left(\frac{500}{2} - 0,4 \cdot 45,7\right) - 210000 \cdot 0,000033 \cdot 616 \left(\frac{500}{2} - 50\right) + 391 \cdot 616 \left(\frac{500}{2} - 50\right);$$

$$M_{Rd} = 68,4 \text{ kNm}$$

Consideriamo ora i limiti normativi sulle staffe (ricordando che in fondazione si abbonda sempre!):

$$A_{st} \geq 1,5b = 1,5 \cdot 300 = 450 \text{ mm}^2/\text{m} \Rightarrow s \leq 222 \text{ mm} \quad (\text{minimo 3 staffe per metro lineare})$$

$$s \leq 333 \text{ mm}$$

$$s \leq 0,8d = 360 \text{ mm}$$

In zona critica,

$$s \leq d/4 = 113,5 \text{ mm}$$

$$s \leq 225 \text{ mm}$$

$$s \leq 8 \phi_{\text{long}} = 112 \text{ mm} \Rightarrow \text{limite più gravoso}$$

$$s \leq 24 \phi_{\text{staffe}} = 192 \text{ mm}$$

Complessivamente, assumiamo:

$$s = 200 \text{ mm} \rightarrow \text{in campata}$$

$$s = 100 \text{ mm} \rightarrow \text{zona critica}$$

Verifica a taglio:

$$V_{Ed} \leq \frac{0,9 b_w \cdot d \cdot V \cdot f_{cd}}{2} = \frac{0,9 \cdot 300 \cdot 450 \cdot 0,5 \cdot 11,3}{2} = 344 \text{ kN} = V_{Rd}$$

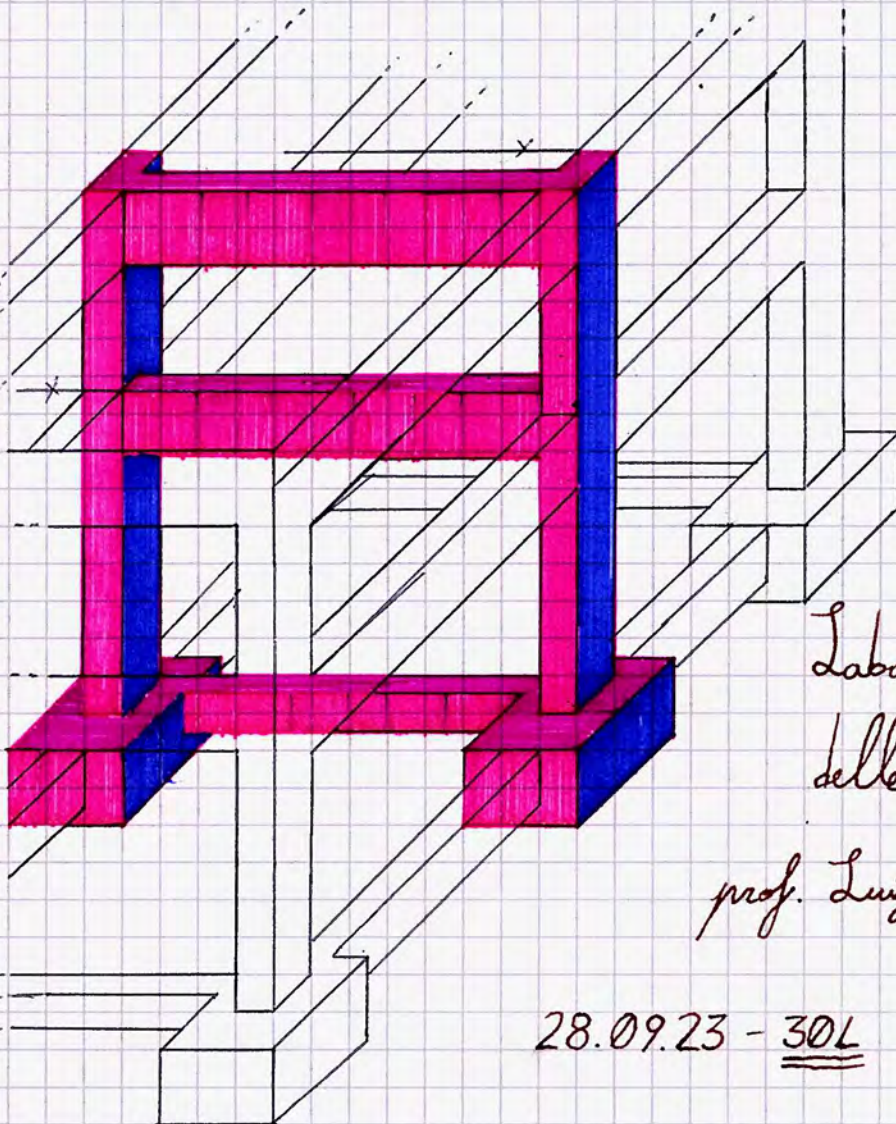
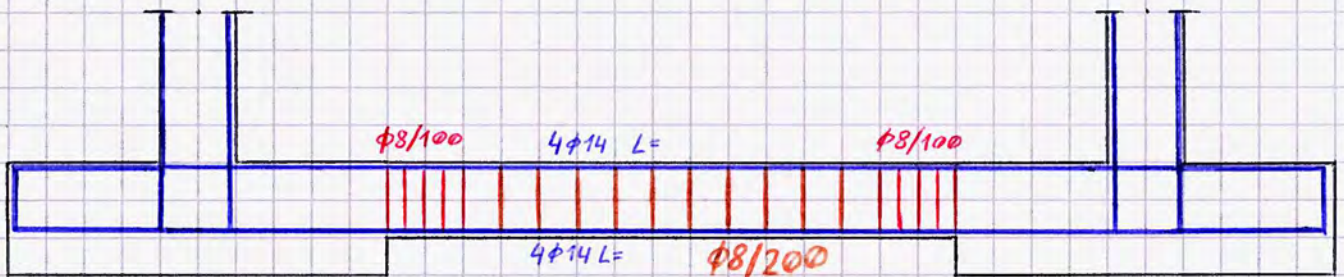
$$1) \sin^2 \vartheta = \frac{A_{sw} f_{yd}}{b_w \cdot s \cdot V \cdot f_{cd}} = \frac{100,5 \cdot 391}{300 \cdot 100 \cdot 0,5 \cdot 11,3} = 0,23 \Rightarrow \vartheta$$

$$2) \cotg \vartheta \leq 2,5 \Leftrightarrow \vartheta \geq 21,8^\circ \text{ Non verificato} \Rightarrow \cotg \vartheta = 2,5$$

$$3) V_{Rd} = 0,9 d \frac{A_{sw}}{s} f_{yd} \cotg \vartheta = 0,9 \cdot 450 \cdot \frac{100,5}{100} \cdot 391 \cdot 2,5 = 397 \text{ kN}$$

$$\frac{V_{Ed}}{V_{Rd}} = \frac{344}{397} = 0,87$$

Ed è dunque possibile condurre anche in questo caso la distinta di armature:



07.06.2023 - Fine

Laboratorio di Tecnica  
delle Costruzioni

prof. Luigi Fiorino

28.09.23 - 30L

