



**Università degli Studi di Napoli “Federico II”**

**Scuola Politecnica e delle Scienze di Base**

**Dipartimento di Ingegneria Civile, Edile e Ambientale**

Corso di Laurea Magistrale a Ciclo unico in Ingegneria Edile – Architettura

Corso di

**Sviluppo Storico delle Tipologie Strutturali e Tecniche Costruttive**

Anno Accademico 2023 – 2024

**La cattedrale di Santa Maria del Fiore**

Tesina

Docente \_\_\_\_\_

Prof. Ing. Antonello **De Luca**

Studente \_\_\_\_\_

Riccardo Maria **Polidoro** – N52/712

# Sommario

<b>1. Cenni storici</b>	<b>1</b>
1.1. Breve panoramica sulla storia della cattedrale e sui relativi studi	1
1.2. Evoluzione della fabbrica	3
1.2.1. I primi anni della Cattedrale: il progetto di Arnolfo di Cambio	3
1.2.2. La successione di tecnici e l'ingrandimento del Talenti	4
1.2.3. La cupola del Brunelleschi	5
1.2.4. Il completamento: la lanterna e la croce	6
1.3. Il cantiere della cupola e le innovazioni brunelleschiane	6
1.3.1. Cenni sull'organizzazione del cantiere	6
1.3.2. Macchinari di sollevamento	7
1.3.3. Artifici costruttivi: la spinapesce e la corda blanda	8
<b>2. Descrizione della cattedrale</b>	<b>10</b>
2.1. Geometria	10
2.1.1. Pianta della Cattedrale	10
2.1.2. Navate	10
2.1.3. Abside, coro e transetto	11
2.1.4. Geometria della facciata	11
2.2. Murature	11
2.2.1. Le pareti del corpo basilicale	11
2.2.2. I quattro pilastri a sostegno della cupola	11
2.2.3. I materiali utilizzati e le loro caratteristiche	12
2.3. La cupola di Brunelleschi	13
2.3.1. Altezza e diametro della cupola	13
2.3.2. Struttura a doppia calotta	13
2.3.3. Costoloni e nervature	13
2.3.4. Catene di macigno	13
2.3.5. Tamburo ottagonale	14
2.3.6. Lanterna	14
2.4. Contrafforti e archi rampanti	14
<b>3. Analisi strutturale</b>	<b>15</b>
3.1. Analisi dei carichi verticali di cupola e lanterna	15

3.1.1. Lanterna	15
3.1.2. Cupola e tamburo	16
3.2. Analisi dei carichi verticali di alcuni pilastri della Cattedrale	17
3.2.1. Pilastro P2	17
3.2.2. Pilastro P3	18
3.2.3. Pilastro C4	19
3.3. Analisi dei carichi verticali della facciata	19
3.4. Riepilogo delle tensioni calcolate	20
3.5. Tassi di lavoro degli elementi strutturali considerati	21
<b>Bibliografia</b>	<b>I</b>
<b>Webliografia</b>	<b>II</b>
<b>Appendice: immagini della Cattedrale</b>	<b>i</b>

**In allegato: tavole di disegno della Cattedrale in pianta e sezione**

# 1. Cenni storici

## 1.1. Breve panoramica sulla storia della cattedrale e sui relativi studi

La Cattedrale di Santa Maria del Fiore, nota anche come Duomo di Firenze, rappresenta una delle massime espressioni dell'architettura gotica e rinascimentale italiana, incarnando un'epoca di straordinaria innovazione e maestria artistica e ingegneristica. La costruzione della cattedrale ebbe inizio nel 1296 sotto la direzione di Arnolfo di Cambio, il cui progetto originario prevedeva già l'inclusione di una grande cupola, la cui realizzazione avrebbe richiesto molti anni e significative innovazioni tecnologiche. Dopo la morte di Arnolfo, i lavori proseguirono sotto la guida di altri illustri architetti, tra cui Giotto, Andrea Pisano e Francesco Talenti, mentre la facciata originale rimase incompleta per secoli, fino a quando Emilio De Fabris non la restaurò in forme neogotiche nel XIX secolo.

La parte più celebre della cattedrale è senza dubbio la cupola, progettata da Filippo Brunelleschi e completata nel 1436. Brunelleschi vinse il concorso per la costruzione della cupola grazie alla sua proposta innovativa di una struttura autoportante, realizzata senza l'uso di centine lignee, una tecnica rivoluzionaria per l'epoca. La costruzione della cupola rappresentò un importante banco di sperimentazione di nuove tecniche costruttive, prevedendo l'uso di macchinari speciali, in particolare per il sollevamento dei materiali dal piede di fabbrica al piano di lavoro, e l'invenzione di nuove tecniche ingegneristiche, tra cui il sistema della doppia calotta. La lanterna che sormonta la cupola fu completata dopo la morte di Brunelleschi, seguendo fedelmente i suoi progetti. La cupola stessa rimane una delle più grandi mai costruite e costituisce un capolavoro dell'ingegneria rinascimentale.

La cattedrale è stata oggetto di studio e celebrazione da parte di numerosi storici dell'arte, ingegneri e architetti. Cesare Guasti, per esempio, ha svolto un lavoro fondamentale nel documentare i progressi della costruzione e le innovazioni introdotte durante i vari stadi del progetto. Mario Como e Salvatore Di Pasquale hanno approfonditamente analizzato gli aspetti strutturali e le tecniche ingegneristiche utilizzate da Brunelleschi, fornendo una comprensione dettagliata delle soluzioni adottate. Nella ricostruzione delle varie fasi della fabbrica, gli archivi dell'Opera di Santa Maria del Fiore costituiscono una risorsa inestimabile per la ricerca storica sulla cattedrale. I documenti conservati – tra cui figurano una relazione tecnica del 1939, redatta da una commissione appositamente nominata, tra i cui membri risulta Pier Luigi Nervi, e delle tavole di rilievo del 1986 – offrono una visione approfondita dei processi costruttivi, delle decisioni progettuali e delle personalità coinvolte. L'Opera di Santa Maria del Fiore continua ad essere una delle istituzioni principali per la conservazione e lo studio di questo monumento storico, assicurando che la sua eredità perduri per le future generazioni.

A causa della magnificenza del monumento, della complessità del sistema costruttivo ideato da Brunelleschi e della presenza di un complesso e significativo schema di fessurazioni che interessa l'intera struttura, il comportamento statico della Cupola di Brunelleschi ha attirato l'attenzione di numerosi ricercatori nel corso dei secoli al punto che tracciare un resoconto completo degli studi su questa costruzione sarebbe un compito arduo, data l'impressionante quantità di pubblicazioni esistenti e la crescente letteratura sull'argomento.

Uno degli aspetti principali del monumento, dal punto di vista strutturale, è il peculiare sistema di fessurazioni che interessa la Cupola. La prima informazione documentale riguardante i danni strutturali risale al 1639, redatta da Gherardo Silvani (1579–1675). Silvani scrisse di fessure *dove trapassa l'aria ed il vento*, parlando quindi di fessure che attraversavano l'intero spessore della Cupola; tuttavia, sembra che queste fessure fossero già presenti in periodi precedenti, come riportato in altri documenti dello stesso periodo (in particolare nei rilievi di Giovan Battista Nelli, chiamato dal Granducato di Toscana per valutare l'assetto statico della chiesa a fine Seicento). I documenti storici mostrano che il modello di fessurazione si è evoluto nel corso dei secoli e, parallelamente alla sua evoluzione, si è sviluppato un dibattito sulle cause e sui potenziali rimedi, i cui contributi più significativi possono essere raggruppati in quattro momenti storici.

Il primo momento è definito dal Comitato Granducale presieduto da Giovan Battista Nelli (1661–1725) e composto da Viviani (un discepolo di Galileo Galilei), Foggini e Guerrini. Nel 1695, Nelli osserva il quadro fessurativo della cupola ed elabora una lunga relazione tecnica per Cosimo III de' Medici, studiando il ruolo dei diversi elementi strutturali della cupola – con particolare riguardo alle *catene di macigno*. A seguito di diversi sopralluoghi, Nelli indicò come causa del danno la spinta verso l'esterno prodotta dal peso della Cupola e della lanterna soprastante (il cui peso è di circa 800 tonnellate), forse persuaso dalle analoghe conclusioni di Carlo Fontana, membro del Comitato che elaborò una propria relazione nel 1696. Come rimedio, indicò l'installazione di una catena in acciaio intorno al tamburo. Questo intervento, respinto dall'opinione pubblica, non fu mai realizzato.

Il secondo momento storico fu nel 1757, quando l'astronomo Leonardo Ximenes (1716–1786) identificò come possibile causa del danno il cedimento del terreno sotto uno dei principali pilastri che sostenevano il tamburo. All'epoca, questa ipotesi poteva essere plausibile, considerando che in quegli anni le fessure non presentavano le caratteristiche di simmetria visibili oggi. A seguito di questo studio, per quasi due secoli non furono attuati interventi significativi di monitoraggio o consolidamento della Cattedrale né furono avviati studi in merito.

Il terzo momento storico è il 1934, quando l'Opera del Duomo (l'istituzione responsabile della conservazione del monumento) nominò una commissione presieduta da Rodolfo Sabatini e in cui partecipa, tra gli altri, Pier Luigi Nervi (1891–1979). Il Comitato lavorò per tre anni sulla fabbrica con l'obiettivo di valutare l'origine del modello di fessurazione e di indagare la relazione tra la

temperatura e l'apertura/chiusura delle fessure. Al termine del lavoro, il Comitato dimostrò che la variazione d'ampiezza delle fessure non era dovuta solo alle variazioni stagionali ma anche ai cambiamenti giornalieri di temperatura, concludendo che *la causa principale, e forse unica, che ha prodotto e continua a produrre l'aggravarsi delle lesioni iniziali è dovuta a movimenti di carattere termico.*

L'ultimo, e finora conclusivo, contributo a questo dibattito risale agli anni '80, quando la Commissione Ministeriale presieduta dal De Angelis D'Ossat accettò l'interpretazione sull'origine delle fessure come spiegato da Andrea Chiarugi, secondo cui la principale causa di queste fessure sarebbe la geometria stessa della Cupola, ovvero al suo peso e l'insufficiente resistenza alla trazione del tamburo. Grazie all'attenzione focalizzata dalla Commissione Ministeriale, gli anni '90 videro lo sviluppo di una serie di studi e modelli numerici di crescente complessità della Cupola, che seguirono sia l'evoluzione delle tecniche numeriche sia la crescente conoscenza della struttura (dovuta ad esempio a campagne di monitoraggio, esperimenti in situ, nuovi studi dei dettagli strutturali). I modelli numerici furono costruiti sia per migliorare la comprensione del comportamento statico della Cupola sia per esaminare nel dettaglio l'origine del modello di fessurazione attuale.

Gli studi sull'assetto statico della cupola non sono corrisposti ad un pari interesse verso il corpo basilicale, le cui condizioni sono state analizzate solo nel 1986, con una diffusa campagna di rilievi votata al restauro complessivo della Cattedrale. Difatti, l'unico intervento di consolidamento attuato sulle navate, relativo al posizionamento di un insieme di catene su tutti gli archi del sistema strutturale, risale al 1416 ed è diretta conseguenza dell'assenza di contrafforti ed archi rampanti esterni: poste in opera in rottura di muro, sono successive a dei dissesti dovuti all'eccessiva snellezza dei pannelli murari, particolarmente per quanto riguarda le pareti superiori della navata centrale.

## **1.2. Evoluzione della fabbrica**

### *1.2.1. I primi anni della Cattedrale: il progetto di Arnolfo di Cambio*

A seguito di importanti vittorie della Repubblica Fiorentina a fine Duecento, il popolo fiorentino decise di ampliare e rinnovare la propria chiesa principale, la basilica di Santa Reparata. La posa della prima pietra della Cattedrale di Santa Maria del Fiore avvenne il 9 settembre 1296 per mano del Cardinale Valeriani, legato di Bonifacio VIII. La nuova chiesa, la cui navata centrale occupava l'area di una chiesa preesistente (Santa Reparata), fu originariamente progettata in stile gotico da Arnolfo di Cambio (1240–1310). Egli ideò una chiesa a tre navate di ampie dimensioni, culminante in una cupola ottagonale – di circa 42 metri di diametro – situata all'estremità orientale della navata principale. Alla sua morte, il progetto procedette con estrema lentezza, complice il ruolo attivo del

popolo nelle scelte architettoniche<sup>1</sup>: la realizzazione di questo ambizioso progetto richiese circa 170 anni, coinvolgendo numerose generazioni di maestri muratori. Sebbene il piano originario di Arnolfo per la Cattedrale sia rimasto concettualmente inalterato, le sue dimensioni furono notevolmente ampliate nel corso del tempo.

### *1.2.2. La successione di tecnici e l'ingrandimento del Talenti*

Alla morte di Arnolfo, la costruzione si arrestò fino al 1334, anno in cui Giotto – architetto del vicino campanile, che ispirerà quattro secoli dopo le forme della facciata principale – ne fu nominato architetto capo. Alla sua morte, appena due anni dopo, gli succedette Taddeo Gaddi e poi l'Orcagna, autore della Loggia dei Lanzi. Nel 1350 Francesco Talenti eredita il ruolo di capomastro dell'Opera, avendo già lato ai maggiori cantieri fiorentini. Inizia il proprio operato completando la torre campanaria, arrestatasi al primo livello con la morte di Giotto; contemporaneamente, Talenti indirizzò la sua attenzione verso la cattedrale, i cui lavori erano fermi a uno stadio di avanzamento delle facciate laterali di pochi metri da quella principale, e le prime quattro bifore – che secondo il progetto di Arnolfo avrebbero dovuto corrispondere all'interno a quattro campate quadrate – si affacciavano su uno spazio incompleto e occupato dall'antica chiesa di Santa Reparata. Il capomastro propose allora una nuova forma e una nuova scansione dei pilastri interni, delimitando campate più ampie e rettangolari, riducendone così il numero da quattro a tre. Il disegno di questi pilastri – che vide molte modifiche – è considerato uno dei capolavori del maestro e di tutto il gotico fiorentino. Il 19 giugno 1357 si prepararono le fondamenta dei nuovi pilastri in un clima di festa: erano le premesse per fare di S. Maria del Fiore la chiesa più grande del mondo.

Terminati i lavori al campanile, Talenti si occupò pienamente della Cattedrale a partire dal 1366, affiancato da Giovanni di Lapo Ghini, ponendo le premesse strutturali per la realizzazione della cupola del Brunelleschi. È interessante notare che i documenti della Fabbrica indicano che la vecchia chiesa di Santa Reparata conservò le sue volte fino alla realizzazione dei nuovi pilastri, implicando che la realizzazione della Cattedrale iniziò dai suoi fronti esterni; nel volume su Santa Maria del Fiore inoltre il Guasti afferma di non aver trovato alcun documento che provi le demolizioni di eventuali parti già costruite della fabbrica arnolfiana.

---

<sup>1</sup> In particolare, i cittadini furono attivamente chiamati dai capomastri a dare il loro parere in due occasioni: sul primo cambiamento dei piani originari del 1357 e sul contraddittorio nato tra l'architetto Giovanni di Lapo Ghini e i maestri muratori, che proposero un loro progetto.

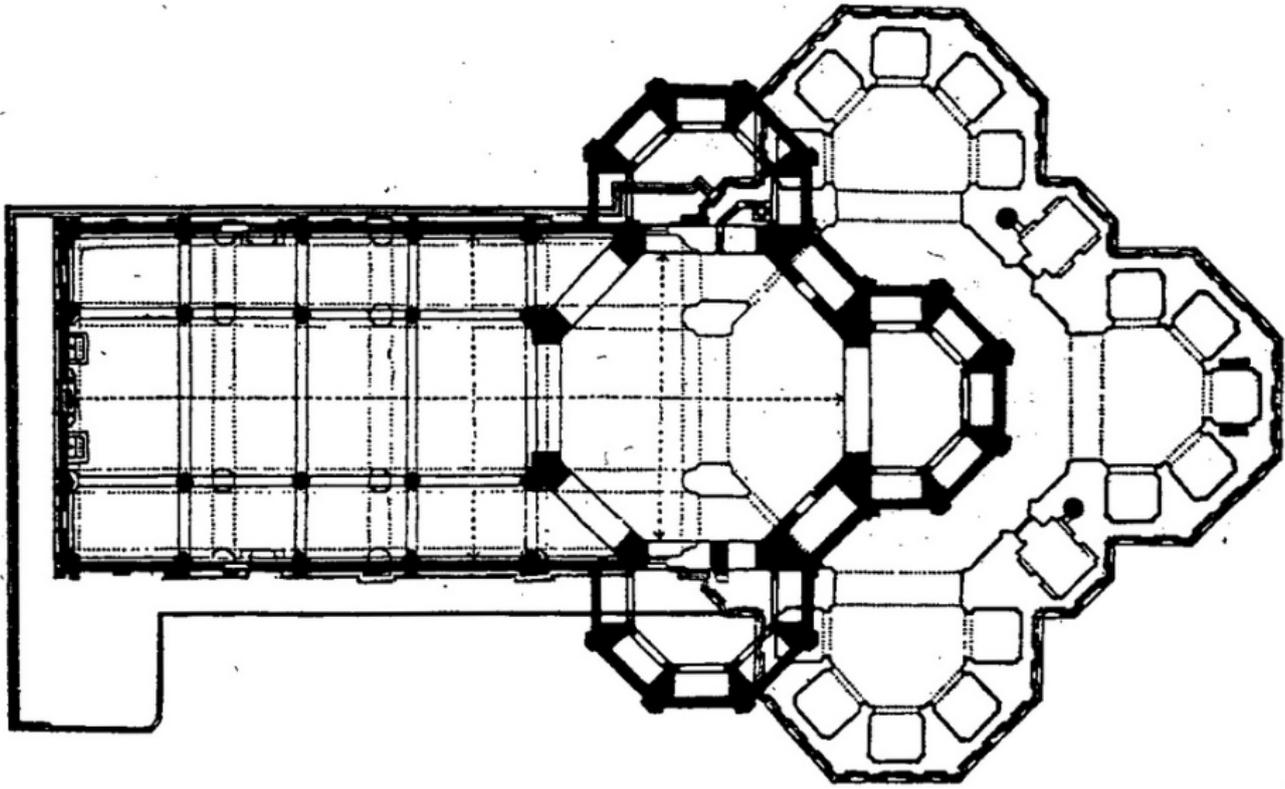


Figura 1: Schema dell'ampliamento della Cattedrale nel progetto del Talenti (Archivio dell'Opera del Duomo di Firenze, ricostruzione di Arrigo Boito e Cesare Guasti).

### 1.2.3. La cupola del Brunelleschi

Solo nel 1417 la cattedrale fu completata nel suo corpo, rendendo necessario risolvere il problema della copertura della sua crociera. In quello stesso anno, Filippo Brunelleschi (1377-1446) – che partecipò inizialmente alla fabbrica del duomo fiorentino come scultore, interessandosi progressivamente agli aspetti architettonici e strutturali dell'impianto – tornò da un periodo di studi a Roma, in cui apprese diverse tecniche costruttive degli antichi, tra cui la struttura autoportante della copertura della basilica di Massenzio; l'architetto si interessò subito al problema, studiando possibili soluzioni alla realizzazione di una copertura di dimensioni ragguardevoli sia in pianta che in altezza.

Il 19 agosto 1418 fu bandito un concorso, richiedendo modelli e progetti per la cupola; Brunelleschi propose un audace progetto di cupola autoportante e realizzò un modello in mattoni in scala 1:12 della cupola, che portò all'accettazione del progetto e, in soli 14 anni, alla sua realizzazione: i lavori iniziarono il 7 agosto 1420, con una successiva integrazione dell'architetto datata 13 marzo 1421 e relativa alla riduzione dello spessore delle 16 costole secondarie della cupola<sup>2</sup> e alla modifica del materiale delle cupole delle tribune, da realizzarsi in mattoni invece che in Pietraforte.

Il 6 giugno 1425 si iniziò a mettere in opera la prima *catena di macigno* (ovvero di Pietra Serena), base di un primo collegamento tra le due calotte, deliberando per la realizzazione di altre due catene siffatte, di cui l'ultima a chiusura della cupola stessa; il 7 gennaio 1428 fu messa in opera la seconda

<sup>2</sup> Da 4 a 3 braccia, in cui un braccio fiorentino è pari a 58,36 centimetri.

catena. Il 27 giugno 1432 la cupola era quasi ultimata e fu richiesta dall'Opera la realizzazione di un modello della lanterna, approvato a seguito di una nuova gara il 31 dicembre 1436, due anni dopo il completamento della cupola.

#### *1.2.4. Il completamento: la lanterna e la croce*

La lanterna, realizzata in marmo, richiese diversi anni di adattamento delle pietre cavate prima di poterne iniziare la realizzazione, avviata nel 1443 con l'installazione dei ponteggi; la posa della prima pietra risale invece al 1446, anno della morte di Brunelleschi. Per il proseguimento dei lavori fu eletto come provveditore il Michelozzo fino al 1452, anno dell'elezione di Antonio Manetti in sua sostituzione. L'ultima pietra della lanterna risale al 23 aprile 1461.

Il 19 gennaio 1467 gli Operai di Santa Maria del Fiore deliberarono che la lanterna fosse coronata da una sfera in rame e ottone di diametro pari a 4 braccia fiorentine (circa 2,40 metri), commissionata ad Andrea del Verrocchio, sormontata da una croce di altezza pari a 3 braccia. Con la posa di quest'ultimo elemento, il 30 maggio 1472, la Cattedrale era ultimata.

### **1.3. Il cantiere della cupola e le innovazioni brunelleschiane**

#### *1.3.1. Cenni sull'organizzazione del cantiere*

Nel cantiere per la costruzione della cupola della Cattedrale di Santa Maria del Fiore, era impiegata una forza lavoro di circa 48 mastri muratori, con una velocità di posa media di 20 mattoni al giorno, implicando un incremento medio annuo dell'altezza della cupola di circa 2,5 metri. Questa progressione in realtà non fu uniforme a causa di vari fattori esterni, anche politici<sup>3</sup>, che causarono interruzioni periodiche nei lavori.

Diverse soluzioni di cantiere, come l'invenzione di specifiche macchine per la movimentazione di operai e materiali – che ispireranno Leonardo da Vinci al punto che, alla volta di Milano, porterà con sé un calco in cera di una vite progettata da Brunelleschi per una delle sue gru – o lo studio attento della forma dei singoli mattoni per garantire una tessitura muraria uniforme e con giunti regolari, rivelano l'importanza che Filippo Brunelleschi attribuiva alla meticolosa organizzazione del cantiere e all'esecuzione del lavoro secondo standard elevati di artigianato: durante l'intero periodo di costruzione infatti si verificò un solo incidente mortale e pochi infortuni minori. Inoltre, è significativo osservare che l'Opera di Santa Maria del Fiore forniva assistenza sociale ai lavoratori infortunati.

---

<sup>3</sup> Le interruzioni nei lavori infatti non furono solo dovute a problemi tecnici o logistici, ma anche a cause politiche e sociali. Le guerre e le tensioni politiche che affliggevano Firenze nel XIV e XV secolo ebbero un impatto diretto sul progresso del cantiere; questo contesto esterno influenzava l'approvvigionamento dei materiali e la disponibilità della manodopera.

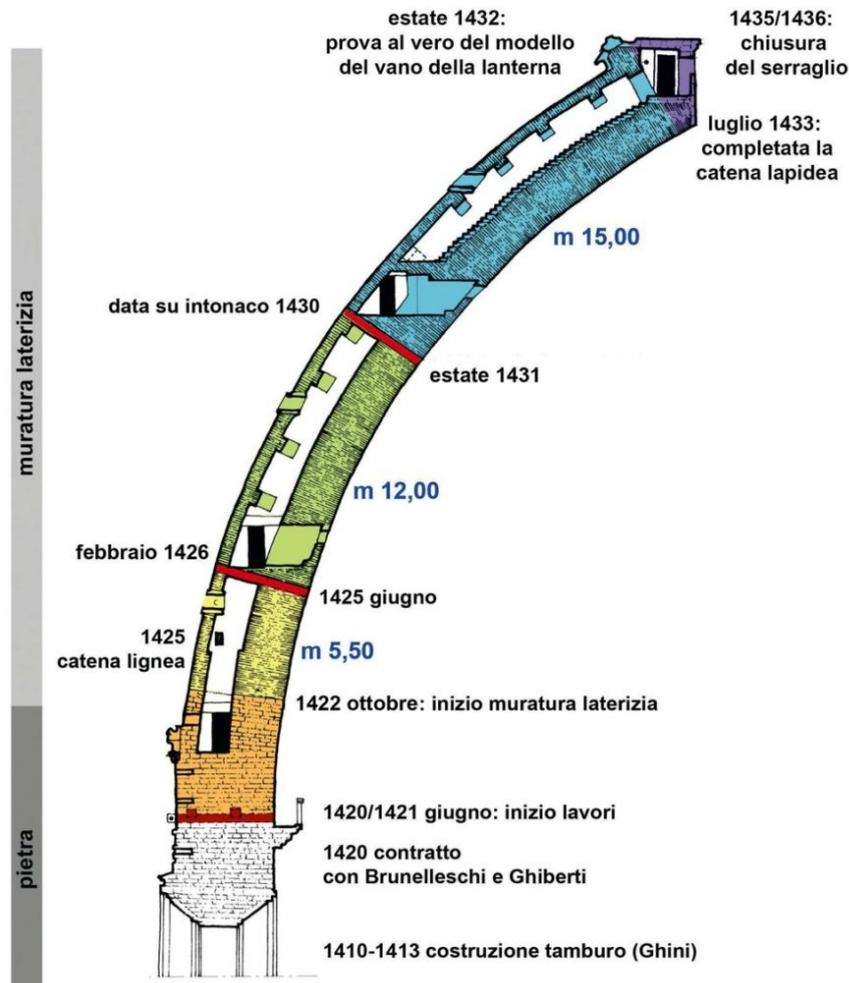


Figura 2: Schema di sezione della cupola con indicazione dell'evoluzione delle fasi della costruzione (da L. Giorgi, P. Matracchi in *Costruire in laterizio - Speciale Cupola del Brunelleschi*).

### 1.3.2. Macchinari di sollevamento

Brunelleschi progettò e utilizzò una serie di macchinari innovativi per la costruzione della cupola, che permisero di sollevare materiali pesanti con precisione e sicurezza:

- **Gru Rotante:** Una gru con un sistema di carrucole e argani che permetteva il sollevamento di pesanti blocchi di pietra e mattoni a grandi altezze.
- **Argano a Tre Velocità:** Un complesso sistema di argani che permetteva di sollevare i materiali a diverse velocità, garantendo precisione e controllo durante il posizionamento.
- **Centine Mobili:** Un sistema di ponteggi e impalcature addossate alla cupola che consentiva ai lavoratori di accedere facilmente alle diverse sezioni della stessa durante la costruzione, aumentando l'efficienza delle lavorazioni senza la necessità di realizzare complesse strutture di sostegno dal piano di calpestio.

### 1.3.3. Artifici costruttivi: la spinapesce e la corda blanda

La costruzione della cupola procede con l'installazione dei costoloni d'angolo, seguendo il profilo del quarto di quinto acuto, e la contemporanea costruzione delle vele tra i costoloni stessi. Per ottenere una muratura compatta, capace di sostenere efficacemente le forze di compressione lungo la direzione meridiana, i mattoni devono essere posizionati in modo da seguire la curvatura della vela nel piano verticale, affinché la compressione meridiana agisca quasi ortogonalmente ai blocchi. Pertanto, i mattoni devono essere collocati su piani progressivamente più inclinati nella verticale, man mano che la costruzione delle vele e dei relativi speroni procede verso l'alto. L'assenza di centinatura avrebbe comportato lo scivolamento dei mattoni dalla loro posizione inclinata. Brunelleschi risolve questo problema attraverso l'uso della tecnica della spinapesce, disponendo i mattoni di taglio in verticale e con assi convergenti, in modo da contenere i blocchi che tendono a scivolare trasversalmente. Con l'innalzarsi della muratura, i mattoni di taglio devono essere posti adiacenti l'uno all'altro per garantire una tessitura muraria di alta qualità; perciò, i filari sono disposti a spirale, ortogonalmente rispetto a quelli longitudinali.

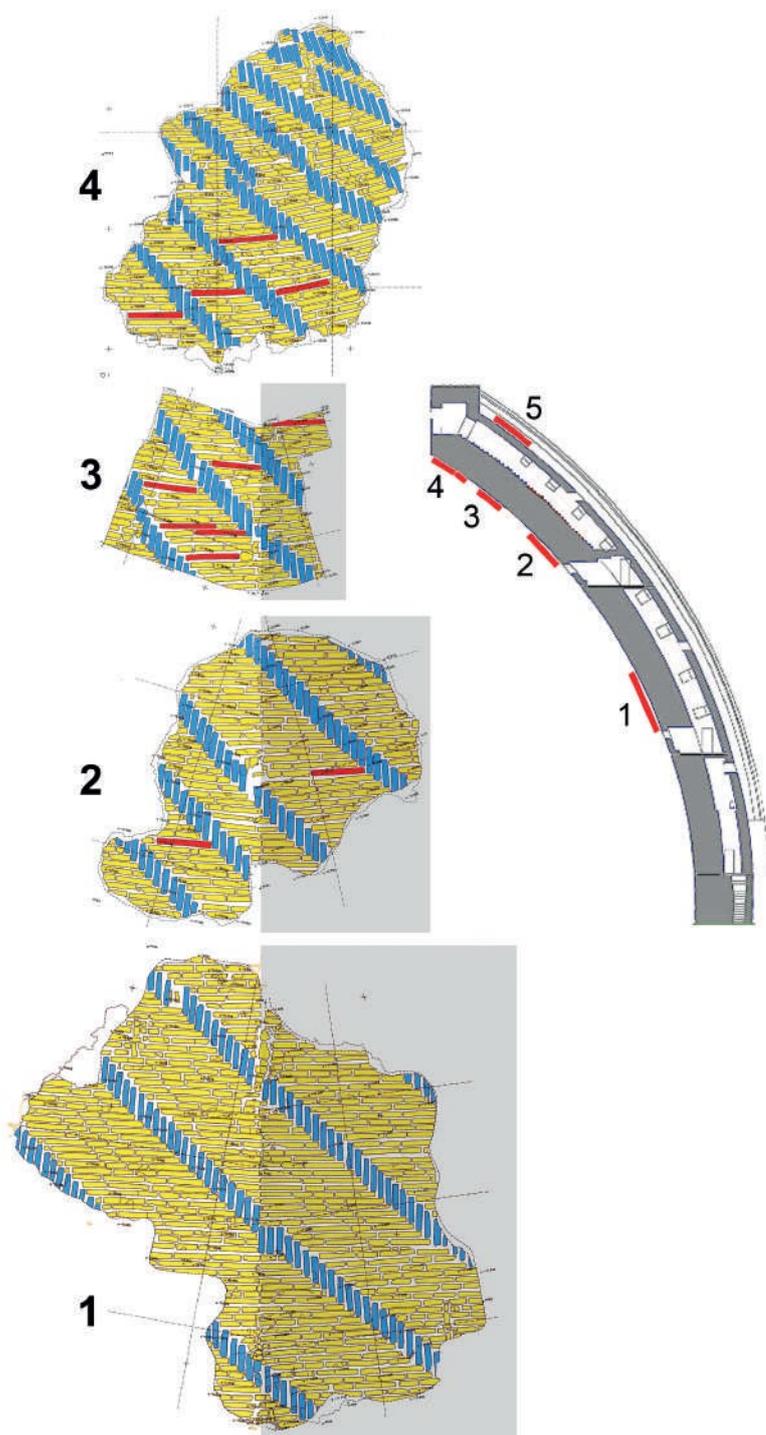


Figura 3: Rilievi stereofotogrammetrici dell'apparecchio murario intradossale della cupola con identificati i laterizi di corde blande (giallo), spinapesce (blu), e i pochi laterizi lunghi 45 cm (rosso), facendo coincidere nello spigolo le vele adiacenti (campitura grigia). A destra la sezione schematica della cupola con indicazione delle parti in cui, su differenti vele, nei restauri è stato messo in luce l'apparecchio murario all'intradosso della cupola interna (zone 1-4) e all'estradosso della cupola esterna (zona 5) – (da L. Giorgi, P. Matracchi in *Costruire in laterizio – Speciale Cupola del Brunelleschi*).

Un ulteriore problema riguarda la regolazione della curvatura delle costole e delle vele, probabilmente risolto mediante l'uso di sagome in legno rinforzate da pannelli metallici, collocate adiacenti alle pareti laterali delle costole. Le modalità utilizzate da Brunelleschi per il calcolo della disposizione dei mattoni sono però ancora oggi ignote. È evidente dalla tessitura muraria che egli si servì di numerosi pezzi speciali, appositamente formati per garantire uno spessore dei giunti uniforme nelle due calotte.

Il secondo espediente costruttivo di Brunelleschi riguarda la disposizione dei filari di mattoni. Questi, anziché seguire le generatrici rettilinee delle otto vele cilindriche e intersecarsi poi negli spigoli in corrispondenza degli arconi d'angolo, sono disposti all'interno della cornice ottagonale con continuità su letti conici, lungo curve continue, circolari nella loro proiezione sui piani orizzontali. Tali curve, dette a corda blanda, risultano dall'intersezione della cupola con coni ad asse rovesciato. Questa disposizione della muratura conferisce alla cupola di Santa Maria del Fiore una struttura di rivoluzione piuttosto che un padiglione ottagonale, come potrebbe sembrare osservando dall'esterno gli otto fusi cilindrici che si intersecano lungo gli spigoli dell'ottagono. In questo modo, non si producono disconnessioni murarie agli spigoli, poiché i filari di mattoni corrono continui attorno alla cupola.

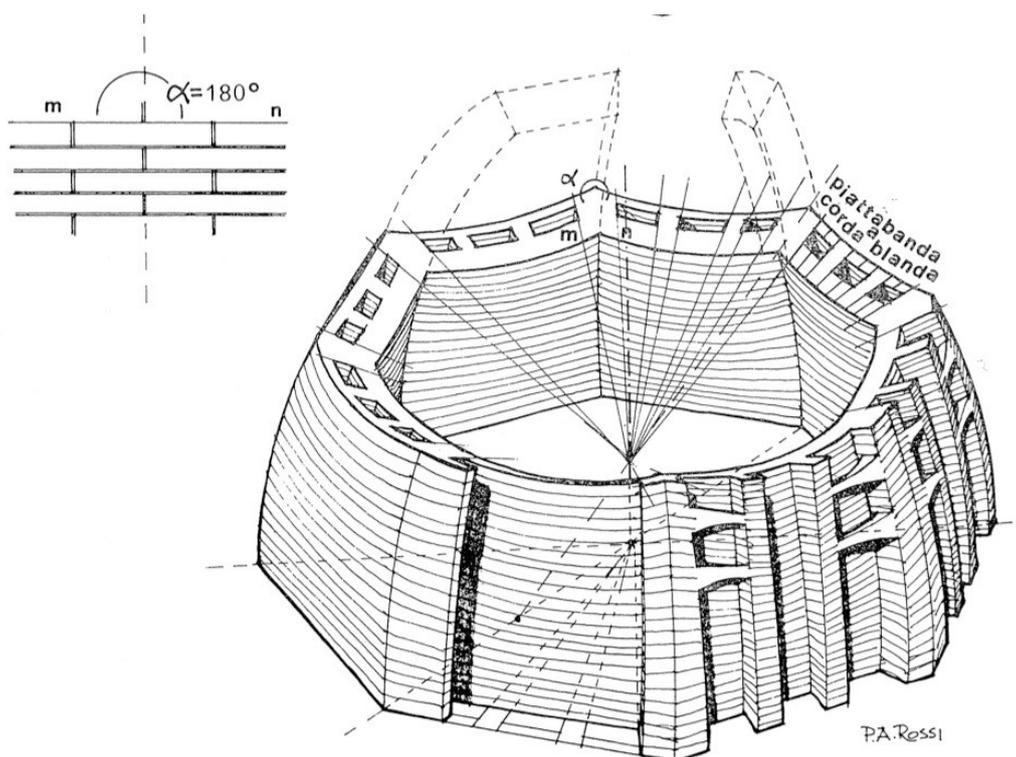


Figura 4: Schema geometrico dell'apparecchiatura muraria a corda blanda con indicazione della scansione dei costoloni e degli archi di collegamento in un disegno di Paolo Alberto Rossi (da Fanelli).

## 2. Descrizione della cattedrale

### 2.1. Geometria

#### 2.1.1. Pianta della Cattedrale

La cattedrale ha una pianta a croce latina con le seguenti dimensioni principali:

- **Lunghezza totale:** 152 metri
- **Larghezza della navata centrale:** 40 metri
- **Altezza della navata centrale:** 39 metri
- **Lunghezza del transetto:** 94,5 metri

La pianta si compone di tre navate longitudinali che conducono a un transetto altrettanto ampio. L'intersezione della navata centrale con il transetto forma uno spazio cruciforme al centro del quale sorge la cupola.

#### 2.1.2. Navate

Le navate laterali sono più basse e strette rispetto alla navata centrale, contribuendo a concentrare l'attenzione verso l'altare maggiore e la cupola. Esse sono coperte da volte a crociera costolonate a sesto ogivale, con archi longitudinali di luce 19-20 metri e monta di circa 11 metri e archi trasversali di luce 10 metri e freccia di circa 6,3 metri, con spessore crescente da 30 a 45 cm dalla chiave fino alle imposte.

All'imposta degli archi sono presenti delle catene di 5 cm x 7 cm, risalenti al 1416. Tra queste, quella dell'arco longitudinale dell'ultima campata della navata settentrionale risulta mancante dal 1895 al 1986, anno del suo ripristino in occasione di un intervento di restauro degli interni.

La navata centrale si costituisce di 4 campate di larghezza circa doppia rispetto alle navate laterali, coperte da volte a crociera a sesto ogivale – anch'esse costolonate – con piano d'imposta a 29 metri dal calpestio. Gli archi longitudinali e trasversali, come per le navate laterali, hanno spessore di circa 108 centimetri. Detti archi, corrispondenti a una costruzione *a terzo acuto*, sono realizzati in Pietraforte.

Gli archi trasversali della navata presentano delle coppie di catene di 5 cm x 8 cm, risalenti al 1416, ad eccezione del primo arco, in cui esse sono andate perse in data ignota.

Nei sottotetti delle navate laterali sono presenti dei contrafforti costituiti da un sistema di tre archi zoppi, con un andamento pressoché parallelo al colmo della copertura e secondo una scansione corrispondente alle campate sottostanti. Detti archi poggiano su pilastri rettangolari di spessore 55 cm e hanno luce progressivamente crescente da 228 a 233 cm dall'esterno verso l'interno. Tutti i

contrafforti suddetti presentano alle loro imposte delle catene in acciaio a sezione quadrata di lato 3,5 cm, con andamento pressoché parallelo alla falda di copertura, presumibilmente risalenti al 1366. La controfacciata è rinforzata, al di sopra della copertura delle navate laterali, da sottili pilastri che sorreggono i puntoni della copertura.

In corrispondenza dell'imposta delle volte e degli archi superiori della navata centrale è presente un percorso di servizio, di aggetto pari a 80 cm cui si sommano 29 cm di sporgenza del parapetto.

#### *2.1.3. Abside, coro e transetto*

L'abside, situata a est, è a pianta semiottagonale con una serie di cappelle radiali, riflettendo una probabile influenza del gotico francese. Essa presenta una profondità di circa 13 metri, con cappelle radiali di circa 7 metri di profondità; è coperta da una volta a crociera costolonata a base poligonale, di spessore analogo alle volte delle navate. Le cappelle radiali sono invece coperte da volte a crociera costolonate a pianta rettangolare. Le strutture del transetto sono del tutto analoghe a quella dell'abside.

#### *2.1.4. Geometria della facciata*

La facciata della cattedrale, completata nel XIX secolo da Emilio De Fabris, segue un disegno neogotico. È tripartita verticalmente e orizzontalmente, con una ricca decorazione in marmi policromi.

## **2.2. Murature<sup>4</sup>**

#### *2.2.1. Le pareti del corpo basilicale*

Le pareti perimetrali del corpo basilicale, realizzate in Pietraforte come gli archi delle navate e i relativi pilastri, oltre che nelle murature del sottotetto, hanno spessore di 117 cm – presentando un'altezza di circa 30 volte superiore al loro spessore alla base – e presentano sul perimetro esterno cinque lesene di larghezza 116 cm e profondità 30 cm che dividono la metà occidentale del corpo; l'altra metà è scansita da due semipilastri di larghezza 233 cm e profondità 98 cm. All'interno delle pareti si riscontra invece un sistema di semipilastri di larghezza circa pari a 3 metri e spessore di circa 110 cm.

Le pareti d'ambito della navata centrale hanno spessore pari a quello degli archi longitudinali su cui esse poggiano, pari a 108 cm.

#### *2.2.2. I quattro pilastri a sostegno della cupola*

Il tamburo si imposta su quattro grandi pilastri – ciascuno di area circa pari a 225 m<sup>2</sup> – di altezza

---

<sup>4</sup> Per le caratteristiche costruttive della cupola, si rimanda ai paragrafi 1.2.3 ed 1.3.3 oltre al successivo paragrafo 2.3.

complessiva di 28 metri. La sezione dei pilastri varia lungo l'altezza:

- I pilastri absidali presentano una forma di trapezio isoscele avente lati obliqui di circa 14 m, base maggiore di circa 20 m e base minore di circa 7 m; da terra fino a 20 m di altezza un vano di 8 m x 6 m divide la sezione in due parti, mentre dai 20 metri fino all'imposta del tamburo, a circa 28 metri dal calpestio, la sezione si ricompatta.
- I pilastri in prossimità della navata hanno uno sviluppo lungo l'altezza analogo a quelli absidali, con l'eccezione che dal calpestio all'altezza di circa 20 m essi hanno una sezione divisa in due parti separate e disuguali in virtù della realizzazione di un passaggio di circa 6,50 metri di larghezza tra la navata laterale e la crociera, parallelo all'asse delle navate.

I quattro pilastri hanno paramenti esterni in muratura di Pietraforte per uno spessore di circa 2 metri, mentre all'interno presentano una struttura a sacco in pietrame minuto e malta, per il quale si può assumere un peso per unità di volume di 2200 kg/m<sup>3</sup> <sup>(5)</sup>.

### 2.2.3. I materiali utilizzati e le loro caratteristiche

Le strutture della Cattedrale sono essenzialmente composte dai seguenti materiali:

- **Pietraforte:** Varietà di arenaria a grana fina, ricca di cemento e passante a calcare arenaceo.  
 $\gamma=2200 \text{ kg/m}^3$  ; carico di rottura perpendicolare = 1400 kg/cm<sup>2</sup>
- **Pietra serena (macigno):** Pietra arenaria di colore grigio azzurro, formata in gran parte di elementi quarzosi e feldspatici con cemento calcareo.  
 $\gamma=2600 \text{ kg/m}^3$  ; carico di rottura perpendicolare = 700 kg/cm<sup>2</sup>
- **Marmo:** Roccia metamorfica composta per oltre il 50% di carbonati. Per la Cattedrale è stato utilizzato perlopiù marmo di Carrara, impiegato nella realizzazione della lanterna e per i rivestimenti dei costoloni d'angolo della cupola.  
 $\gamma=2700 \text{ kg/m}^3$  ; carico di rottura perpendicolare = 1400 kg/cm<sup>2</sup>
- **Laterizio:** Materiale ceramico a pasta porosa, utilizzato prevalentemente per la struttura della cupola, costruita con muratura piena di mattoni ben ammorsati di dimensioni e forme varie, con diversi pezzi speciali. Le dimensioni più ricorrenti sono di 17x34x5 cm, 22x44x5 cm e, per formare la tessitura a *spinapesce*, 22x22x5 cm.  
 $\gamma=1850 \text{ kg/m}^3$  ; carico di rottura perpendicolare = 135 kg/cm<sup>2</sup> <sup>(6)</sup>
- **Malta:** i giunti tra i singoli elementi lapidei sono realizzati con malte di buona qualità, in puro grassello di calce per le strutture della cupola e in malta di calce con sabbia finemente

---

<sup>5</sup> È stato qui assunto il peso specifico di una *muratura di pietrame e malta*, come riportato in <http://www.studiopetrillo.com/pesi-specifici-materiali>. Il peso della sola malta è invece pari a 1800 kg/m<sup>3</sup>.

<sup>6</sup> È stato considerato, in virtù del colore riscontrabile nelle fotografie dell'apparecchiatura muraria dall'intercapedine tra le due calotte, il carico di rottura dei laterizi *mezzani*, laterizi ben cotti dalle proprietà meccaniche intermedie.

vagliata per gli elementi del corpo basilicale.

## 2.3. La cupola di Brunelleschi

### 2.3.1. Altezza e diametro della cupola

L'altezza totale della cupola, dal piano di imposta alla lanterna, è di circa 91 metri. Il diametro interno della calotta è di circa 42,5 metri.

### 2.3.2. Struttura a doppia calotta

La cupola di Brunelleschi è composta da due calotte concentriche di spessore costante lungo l'altezza, separate da un'intercapedine di circa 1,50 metri.

- **Calotta Interna:** Realizzata in mattoni disposti a *spina di pesce*, una tecnica che garantisce una distribuzione dei carichi più uniforme rispetto alle tecnologie usuali di tessitura muraria delle cupole e impedisce lo scivolamento dei mattoni durante la costruzione. Questa calotta rappresenta la principale struttura portante. Geometricamente, essa è rappresentata da un *quarto di quinto acuto*. Ha uno spessore di circa 2,40 metri.
- **Calotta Esterna:** Protegge la calotta interna dagli agenti atmosferici, acquisendo al contempo un valore estetico nel rendere la cupola *più magnifica e gonfiante*. Geometricamente, essa è rappresentata da un *terzo di quarto acuto*. Ha uno spessore di circa 90 centimetri.

### 2.3.3. Costoloni e nervature

Otto costoloni principali in mattoni – rivestiti esteriormente in marmo, e con uno spessore costante lungo l'altezza – salgono dalla base fino all'oculo, delineando la forma ottagonale della cupola. Questi costoloni sono collegati da una serie di nervature orizzontali – 18 archi orizzontali per ogni vela, per un totale di 144 elementi, distribuiti su nove livelli nei due terzi superiori della cupola, con un interasse di circa 2,50 metri; detti archi presentano un *intradosso* che, partendo all'incirca dal centro della sezione del costolone principale, diventa tangente all'intradosso della calotta esterna – ad un sistema di costole secondarie – due per ciascun lato dell'ottagono, per un totale di  $8+16=24$  costole, di spessore alla base di circa 1,75 metri, e rastremati regolarmente fino al serraglio, dove si raggiunge uno spessore di circa 40 centimetri – così da realizzare una griglia strutturale tra costoloni principali e costole secondarie.

### 2.3.4. Catene di macigno

Sono presenti tre catene di macigno, poste all'interno della muratura della calotta interna alle quote di 0,00, 10,50 e 21,00 metri rispetto alla quota di spicco della cupola. Ogni catena forma un ottagono che segue i lati della cupola ed è costituita da tratti a sezione quadrata di lato 44 centimetri, con

elementi lapidei di circa 2,65 metri di lunghezza collegati tra loro con aggraffature in ferro.

#### *2.3.5. Tamburo ottagonale*

Il tamburo ottagonale su cui poggia la cupola ha un diametro interno di circa 42,5 metri e una altezza di circa 13 metri. Gli otto lati dell'ottagono sono all'incirca uguali, e ciascuno forma un angolo di circa 135 gradi, costituendo una delle motivazioni alla base della scelta della specifica tessitura muraria della cupola; al centro di ogni lato è presente un oculo circolare di raggio interno 4,65 metri e raggio esterno 7 metri.

Il tamburo poggia su di una fascia piena a intradosso mistilineo di altezza pari a circa 12 metri, definita dai quattro pilastri che sorreggono la cupola e dagli archi della navata centrale, del transetto e dell'abside, aventi spessore di circa 5 metri (paragonabile a quello del tamburo) e luce di circa 16 metri.

#### *2.3.6. Lanterna*

La lanterna, anch'essa a pianta ottagonale, è alta circa 23 metri e presenta una serie di colonne corinzie che formano una loggia; essa è un elemento strutturale e decorativo posto sulla sommità della cupola. Realizzata in marmo, la lanterna contribuisce a bilanciare i carichi e permette l'illuminazione dell'interno della cupola.

### **2.4. Contrafforti e archi rampanti**

Sebbene la cattedrale non presenti i classici contrafforti volanti esterni delle cattedrali gotiche – ad eccezione delle pareti svettanti sul perimetro dell'abside e del transetto – sono presenti degli archi rampanti interni – particolarmente al di sotto della copertura delle navate laterali – che assorbono e distribuiscono le forze laterali, contribuendo alla stabilità delle pareti della navata centrale.

### 3. Analisi strutturale

Si riportano di seguito i risultati del calcolo dei pesi relativi ad alcuni elementi significativi della Cattedrale. I calcoli sono stati eseguiti considerando i pesi per unità di volume riportati al paragrafo 2.2.3. e riferendosi agli elaborati progettuali allegati alla presente relazione e redatti in riferimento a rilievi eseguiti dalla Soprintendenza di Firenze nel 1984 e custoditi presso gli Archivi dell'Opera del Duomo; per gli elementi geometrici non rilevati nella documentazione consultata, ci si è riferiti ai disegni allegati alla nota tecnica della Commissione nominata dall'Opera del Duomo del 1934, agli elaborati di Sanpaolesi del 1941, alle tavole di Rondelet e Breymann pubblicate a corredo dei rispettivi trattati e, in *extrema ratio*, ai rilievi di Giovan Battista Nelli del 1695 e alle tavole di Leonardo Ximenes del 1757.

#### 3.1. Analisi dei carichi verticali di cupola e lanterna

Il seguente calcolo, preliminare alla valutazione delle tensioni verticali agenti alla base di due dei quattro pilastri a sostegno della struttura brunelleschiana – che saranno computate considerando le aree di influenza dei singoli elementi – è strumentale per comprendere al meglio l'evoluzione dei carichi all'interno della struttura.

##### 3.1.1. Lanterna

Lanterna										
Elemento	Descrizione	Lung./Base [m]	Larg./Raggio [m]	H [m]	Materiale	$\gamma$ [t/m <sup>3</sup> ]	Parti simili	w [t]	Area [m <sup>2</sup> ]	$\sigma_{ed}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]
Croce terminale	Elemento verticale	0.20	0.20	1.75	Rame	8.96	1	0.63		
	elemento orizzontale	1.17	0.20	0.20	Rame	8.96	1	0.42		
	a detrarre (intersezione)	0.20	0.20	0.20	Rame	8.96	-1	-0.07		
							TOT	<b>0.97</b>		
Sfera	profilo esterno		1.30		Rame	8.96		81.89		
	a detrarre (profilo interno)		1.17		Rame	8.96		-60.73		
							TOT	<b>21.16</b>		
Intelaiatura lanterna	listello verticale	0.20	0.20	4.67	Castagno	0.60	8	0.90		
	listelli orizzontali anello 1	2.01	0.20	0.20	Castagno	0.60	8	0.39		
	listelli orizzontali anello 2	2.61	0.20	0.20	Castagno	0.60	8	0.50		
	listelli orizzontali anello 3	3.14	0.20	0.20	Castagno	0.60	8	0.60		
	listelli orizzontali anello 4	3.69	0.20	0.20	Castagno	0.60	8	0.71		
	listelli orizzontali anello 5	3.98	0.20	0.20	Castagno	0.60	8	0.76		
							TOT	<b>3.86</b>		
Marmo testa lanterna	Area elemento		2.56		Marmo	2.70	1	<b>415.24</b>		
	9.58 m <sup>2</sup>									
Pilastri lanterna	Area elemento			2.81	Marmo	2.70	8	<b>257.96</b>		
	2.65 + 1.60 = 4.25 m <sup>2</sup>								4.25	2.31
Volute lanterna	Area elemento		1.23		Marmo	2.70	8	<b>84.55</b>		
	3.19 m <sup>2</sup>									
Serraglio	Area elemento			0.56	Marmo	2.70	1	<b>206.10</b>		
	135.34 m <sup>2</sup>									
<b>TOTALE</b>							<b>TOT</b>	<b>574.59</b>	135.34	<b>0.42</b>

### 3.1.2. Cupola e tamburo

Cupola e tamburo										
Elemento	Descrizione	Lung./Base [m]	Larg./Raggio [m]	H [m]	Materiale	$\gamma$ [t/m <sup>3</sup> ]	Parti simili	w [t]	Area [m <sup>2</sup> ]	$\sigma_{ed}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]
Vele calotta esterna	Area elemento									
	507.97 m <sup>2</sup>		0.90		Laterizio	1.85	8	<b>6766.16</b>		
Vele calotta interna	Area elemento									
	482.75 m <sup>2</sup>		2.40		Laterizio	1.85	8	17147.28		
	a detrarre									
	catena di macigno 10.50 m	16.79	0.40	0.40			-8	-39.76		
	catena di macigno 21.00 m	13.04	0.40	0.40			-8	-30.88		
							<b>TOT</b>	<b>17076.64</b>		
Costoloni principali	Area elemento									
	3.62 m <sup>2</sup>			37.95	Laterizio	1.85	8	<b>2033.09</b>		
Costole secondarie	Area elemento									
	1.63 m <sup>2</sup>			37.95	Laterizio	1.85	16	<b>1830.91</b>		
Catene di macigno	catena 0.00 m	17.70	0.40	0.40	Macigno	2.60	8	58.91		
	catena 10.50 m	16.79	0.40	0.40	Macigno	2.60	8	55.88		
	catena 21.00 m	13.04	0.40	0.40	Macigno	2.60	8	43.40		
								<b>TOT</b>	<b>158.18</b>	
Basamento cupola	Area elemento	17.70			Pietraforte	2.20	8	5934.46		
	19.05 m <sup>2</sup>									
	a detrarre									
	catena di macigno 0.00 m	17.70	0.40	0.40			-8	-49.84		
							<b>TOT</b>	<b>5884.61</b>		
<b>TOTALE CUPOLA</b>							<b>TOT</b>	<b>33749.59</b>	751.80	4.49
<b>TOT + LANTERNA</b>								<b>34324.18</b>		4.57
Tamburo Fascia superiore	elemento pieno	17.70	5.15	12.93	Pietraforte	2.20	8	20720.93		
	a detrarre									
	oculo (interno)	1.86	4.65				-8	-954.85		
	cono oculo esterno	1.61	7.00				-16	-4536.90		
								<b>TOT</b>	<b>15229.18</b>	
Tamburo Fascia inferiore	elemento pieno	17.70	5.15	12.08	Pietraforte	2.20	8	19353.49		
	a detrarre									
	arconi gotici									
	area elemento									
	121.23 m <sup>2</sup>		5.15			2.20	-4	-5488.81		
							<b>TOT</b>	<b>13864.68</b>		
<b>TOTALE TAMBURO</b>							<b>TOT</b>	<b>29093.86</b>	769.35	3.78
<b>TOTALE SISTEMA</b>							<b>TOT</b>	<b>63418.04</b>	769.35	8.24

### 3.2. Analisi dei carichi verticali di alcuni pilastri della Cattedrale

Attraverso calcoli analoghi a quelli condotti per cupola e lanterna, considerando le aree di influenza degli elementi strutturali in oggetto è possibile valutare le tensioni verticali agenti all'interno di dette membrature rapportando il peso complessivo degli elementi portati per l'area dei pilastri stessi, misurata in base alle dimensioni rappresentate nelle tavole in allegato. Si riportano di seguito i calcoli relativi ai pilastri P2, P3 e C4, indicati sulle planimetrie allegare alla presente relazione.

#### 3.2.1. Pilastro P2

Pilastro P2										
Elemento	Descrizione	Lung./Base [m]	Larg./Raggio [m]	H [m]	Materiale	$\gamma$ [t/m <sup>3</sup> ]	Parti simili	w [t]	Area [m <sup>2</sup> ]	$\sigma_{ed}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]
Cupola e tamburo	Peso (t)									
	62286.16						0.25	15571.54		
Vela Abside e Transetto	Area									
	66.98 m <sup>2</sup>		0.73		Pietraforte	2.20	2	216.33		
	cordolo lanterna	0.39	0.49	0.46	Pietraforte	2.20	2	0.38		
	parete a imposta	7.32	1.06	2.00	Pietraforte	2.20	2	68.00		
							TOT	284.72		
Cappella laterale lato lungo	Area									
	35.03 m <sup>2</sup>			0.30	Pietraforte	2.20	2	46.24		
Cappella laterale lato corto	Area									
	15.31			0.30	Pietraforte	2.20	2	20.21		
<b>Totale testa P2</b>								<b>15922.70</b>	<b>226.31</b>	<b>7.04</b>
P2 quota 20.00 - 29.02	Paramento									
	Area (m <sup>2</sup> )									
	202.60			9.02	Pietraforte	2.20	1	4020.32		
	Nucleo interno									
	Area (m <sup>2</sup> )									
	11.86			9.02	Pietrame e malta	2.20	2	470.63		
							TOT	4490.95		
P2 quota 0.00 - 20.00	Paramento									
	Area (m <sup>2</sup> )									
	138.97			20.00	Pietraforte	2.20	1	6114.66		
	Nucleo interno									
	Area (m <sup>2</sup> )									
	11.86			20.00	Pietrame e malta	2.20	2	1043.52		
							TOT	7158.18		
<b>Totale base P2</b>								<b>27571.83</b>	<b>162.69</b>	<b>16.95</b>

### 3.2.2. Pilastro P3

Pilastro P3										
Elemento	Descrizione	Lung./Base [m]	Larg./Raggio [m]	H [m]	Materiale	$\gamma$ [t/m <sup>3</sup> ]	Parti simili	w [t]	Area [m <sup>2</sup> ]	$\sigma_{ed}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]
Cupola e tamburo	Peso (t)									
	62286.16						0.25	15571.54		
Vela Abside e Transetto	Area elemento									
	66.98 m <sup>2</sup>		0.73		Pietraforte	2.20	2	216.33		
	cordolo lanterna	0.39	0.49	0.46	Pietraforte	2.20	2	0.38		
	parete a imposta	7.32	1.06	2.00	Pietraforte	2.20	2	68.00		
							TOT	284.72		
Cappella laterale lato lungo	Area									
	35.03 m <sup>2</sup>			0.30	Pietraforte	2.20	1	23.12		
Cappella laterale lato corto	Area									
	15.31 m <sup>2</sup>			0.30	Pietraforte	2.20	1	10.10		
Navata centrale Vela Est	Area									
	73.75 m <sup>2</sup>			0.38	Pietraforte	2.20	0.5	30.42		
Navata centrale Vela Sud	Area									
	70.88 m <sup>2</sup>			0.38	Pietraforte	2.20	0.5	29.24		
Navata laterale Vela Nord	Area									
	70.59 m <sup>2</sup>			0.38	Pietraforte	2.20	1	58.24		
Navata laterale Vela Est	Area									
	37.28 m <sup>2</sup>			0.38	Pietraforte	2.20	1	30.76		
Arco longitudinale Navata centrale	Area									
	70.13 m <sup>2</sup>		1.08		Pietraforte	2.20	0.5	83.31		
Copertura Navata centrale	Arcarecci	9.67	0.20	0.40	Castagno	0.60	3.5	1.62		
	Puntoni capriate	9.60	0.40	0.40	Castagno	0.60	1	0.92		
	Catene capriate	9.15	0.40	0.40	Castagno	0.60	1	0.88		
							TOT	3.42		
<b>Totale testa P3</b>								16124.87	226.31	7.13
P3 quota 20.00 - 29.02	Paramento									
	Area (m2)									
	202.60			9.02	Pietraforte	2.20	1	4020.32		
	Nucleo interno									
	Area (m2)									
11.86			9.02	Pietrame e malta	2.20	2	470.63			
						TOT	4490.95			
P3 quota 0.00 - 20.00	Paramento									
	Area (m2)									
	112.38			20.00	Pietraforte	2.20	1	4944.93		
	Nucleo interno									
	Area (m2)									
29.95			20.00	Pietrame e malta	2.20	2	2635.60			
						TOT	7580.53			
<b>Totale base P3</b>								28196.34	142.33	19.81

### 3.2.3. Pilastro C4

Pilastro C4										
Elemento	Descrizione	Lung./Base [m]	Larg./Raggio [m]	H [m]	Materiale	$\gamma$ [t/m <sup>3</sup> ]	Parti simili	w [t]	Area [m <sup>2</sup> ]	$\sigma_{ed}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]
Navata centrale Vela Long.	Area									
	73.75 m <sup>2</sup>			0.38	Pietraforte	2.20	1	60.84		
Navata centrale Vela Trasv.	Area									
	70.88 m <sup>2</sup>			0.38	Pietraforte	2.20	1	58.48		
Navata laterale Vela Trasv.	Area									
	70.59 m <sup>2</sup>			0.38	Pietraforte	2.20	1	58.24		
Navata laterale Vela Long.	Area									
	37.28 m <sup>2</sup>			0.38	Pietraforte	2.20	1	30.76		
Arco longitudinale Navata centrale	Area									
	70.13 m <sup>2</sup>		1.08		Pietraforte	2.20	0.5	83.31		
Arco trasversale Navata centrale	Area arco									
	31.32 m <sup>2</sup>		1.05		Pietraforte	2.20	0.5	36.17		
	Area contrafforti									
	28.52 m <sup>2</sup>		0.55		Pietraforte	2.20	0.5	17.25		
							TOT	53.43		
Arco trasversale Navata laterale	Area arco									
	44.82 m <sup>2</sup>		1.05		Pietraforte	2.20	0.5	51.77		
	Area contrafforti									
	32.35 m <sup>2</sup>		0.55		Pietraforte	2.20	0.5	19.57		
							TOT	71.34		
Copertura Navata centrale	Arcarecci	19.55	0.20	0.40	Castagno	0.60	3.5	3.28		
	Puntoni capriate	9.60	0.40	0.40	Castagno	0.60	4	3.69		
	Catene capriate	9.15	0.40	0.40	Castagno	0.60	4	3.51		
								TOT	10.48	
<b>Totale testa C4</b>								426.88	5.72	7.46
Peso proprio C4	Area									
	5.72 m <sup>2</sup>			14.80	Pietraforte	2.20	1	186.24		
<b>Totale base C4</b>								613.12	5.72	10.72

### 3.3. Analisi dei carichi verticali della facciata

Analogamente a quanto fatto nei paragrafi precedenti, si riportano di seguito i calcoli relativi alla facciata della cattedrale. Ad una prima analisi condotta sull'intera facciata per valutarne le tensioni medie è seguita una ideale tripartizione della stessa in tre elementi murari verticali, corrispondenti alle tre navate e alle relative differenze di altezza.

Facciata										
Elemento	Descrizione	Lung./Base [m]	Larg./Raggio [m]	H [m]	Materiale	$\gamma$ [t/m <sup>3</sup> ]	Parti simili	w [t]	Area [m <sup>2</sup> ]	$\sigma_{ed}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]
Navata centrale Vela Long.	Area									
	74.42 m <sup>2</sup>			0.38	Pietraforte	2.20	1	<b>61.40</b>		
Navata centrale Vela Trasn.	Area									
	72.11 m <sup>2</sup>			0.38	Pietraforte	2.20	1	<b>59.49</b>		
Navata laterale Vela Trasn.	Area									
	71.23 m <sup>2</sup>			0.38	Pietraforte	2.20	1	<b>58.76</b>		
Navata laterale Vela Long.	Area									
	41.37 m <sup>2</sup>			0.38	Pietraforte	2.20	1	<b>34.13</b>		
Arco longitudinale Navata centrale	Area									
	80.24 m <sup>2</sup>		1.08		Pietraforte	2.20	0.5	<b>95.33</b>		
Copertura Navata centrale	Arcarecci	13.72	0.20	0.40	Castagno	0.60	3.5	2.30		
	Puntoni capriate	9.60	0.40	0.40	Castagno	0.60	4	3.69		
	Catene capriate	9.15	0.40	0.40	Castagno	0.60	4	3.51		
							TOT	<b>9.50</b>		
Facciata (valori medi)	Area									
	1647.17 m <sup>2</sup>		2.47		Pietraforte	2.20	1	8950.72	106.43	8.41
Facciata (corpo centrale)	Area									
	1012.89 m <sup>2</sup>		2.47		Pietraforte	2.20	1	<b>5504.04</b>	57.57	9.56
Facciata (corpo laterale)	Area									
	318.74 m <sup>2</sup>		2.47		Pietraforte	2.20	1	<b>1732.03</b>	24.83	6.98
<b>Totale base lat.</b>								<b>1920.25</b>	24.83	7.73
<b>Totale base c.le</b>								<b>5849.71</b>	57.57	10.16

### 3.4. Riepilogo delle tensioni calcolate

Si riportano di seguito gli elementi nei quali sono state valutate le tensioni verticali agenti. In particolare, risulta che l'elemento soggetto alla massima tensione è il pilastro P3 in corrispondenza della sua base, complice la presenza di un passaggio tra la navata laterale e la crociera oltre che di un vano scala interno che ne riducono sensibilmente la sezione resistente.

- **Base lanterna:**  $\sigma = 0,42 \text{ kg/cm}^2$ ;
- **Base cupola:**  $\sigma = 4,57 \text{ kg/cm}^2$ ;
- **Base tamburo** (inclusa fascia mistilinea):  $\sigma = 8,24 \text{ kg/cm}^2$ ;
- **Testa pilastro P2:**  $\sigma = 7,04 \text{ kg/cm}^2$ ;
- **Base pilastro P2:**  $\sigma = 16,95 \text{ kg/cm}^2$ ;
- **Testa pilastro P3:**  $\sigma = 7,13 \text{ kg/cm}^2$ ;
- **Base pilastro P3:**  $\sigma = 19,81 \text{ kg/cm}^2$ ;
- **Testa pilastro C4 (imposta volte navata laterale):**  $\sigma = 7,46 \text{ kg/cm}^2$ ;
- **Base pilastro C4:**  $\sigma = 10,72 \text{ kg/cm}^2$ ;
- **Base facciata (blocco laterale):**  $\sigma = 7,73 \text{ kg/cm}^2$ ;
- **Base facciata (blocco centrale):**  $\sigma = 10,16 \text{ kg/cm}^2$ ;

### 3.5. Tassi di lavoro degli elementi strutturali considerati

Considerando le tensioni riportate al paragrafo 3.4 e le resistenze a compressione dei materiali elencate al paragrafo 2.2.3, dal calcolo del rapporto tra domanda e capacità degli elementi è possibile definire il tasso di lavoro degli elementi considerati, parametro indicativo per valutare la *sicurezza* rispetto al collasso degli elementi. È stata inoltre attuata una veridica degli elementi in base alla regola di Breyman sulla tensione massima di esercizio ammissibile per le murature in base alle regole dell'arte, fissata a 2 MPa.

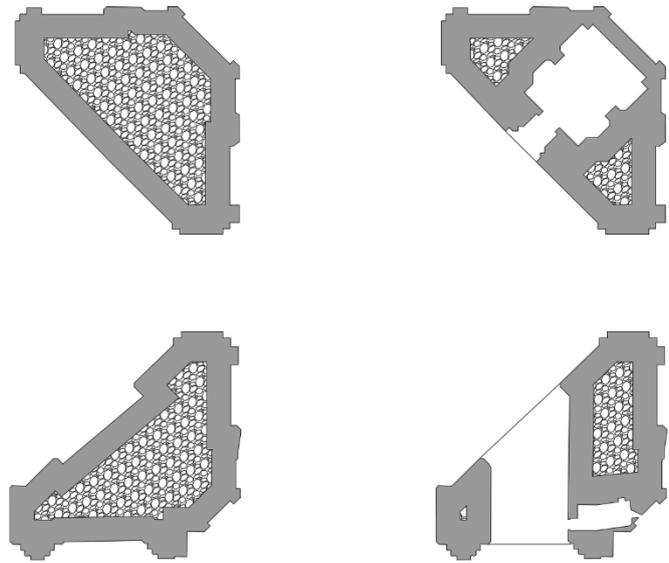


Figura 5: schema delle sezioni dei pilastri P2 e P3 nei tratti tra 20.00 e 28.00 m (sezioni piene a sinistra) e tra il piano di calpestio e la quota 20.00 m (sezioni aperte).

Verifiche degli elementi strutturali						
Sezione di riferimento	Tasso di lavoro			Verifica Breyman		
	$\sigma_{Ed}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{Rd}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	DCR [%]	$\sigma_{Ed}$ [MPa]	$\sigma_{Rd}$ [MPa]	DCR [%]
Base lanterna	0.42	1400.00	0.03	0.04	2.00	2.12
Base cupola	4.42	135.00	3.27	0.44		22.08
Base tamburo	8.10	1400.00	0.58	0.81		40.48
Testa P2	7.04	1400.00	0.50	0.70		35.18
Base P2	16.95	1400.00	1.21	1.69		84.74
Testa P3	7.13	1400.00	0.51	0.71		35.63
Base P3	19.81	1400.00	1.41	1.98		99.05
Testa C4	7.46	1400.00	0.53	0.75		37.31
Base C4	10.72	1400.00	0.77	1.07		53.59
Facciata c.le	10.16	1400.00	0.73	1.02		50.81
Facciata lat.	7.73	1400.00	0.55	0.77		38.67

Rispetto alle resistenze dei soli materiali – che non tengono conto dell'apparecchiatura muraria – gli elementi considerati lavorano entro il 4% delle proprie capacità, con un picco del 3.39% alla base della cupola, complice la minor resistenza unitaria del laterizio. La verifica secondo Breymann è invece sensibilmente più cautelativa, e denuncia come gli elementi più prossimi al raggiungimento del valore limite siano proprio i pilastri che sorreggono la cupola, con particolare riguardo al pilastro P3. Ciò è dovuto al fatto che il limite superiore fissato a 2.00 MPa induce implicitamente a considerare meramente i fattori geometrici che concorrono alla resistenza dell'elemento strutturale, senza considerare l'incidenza della resistenza meccanica dei materiali.

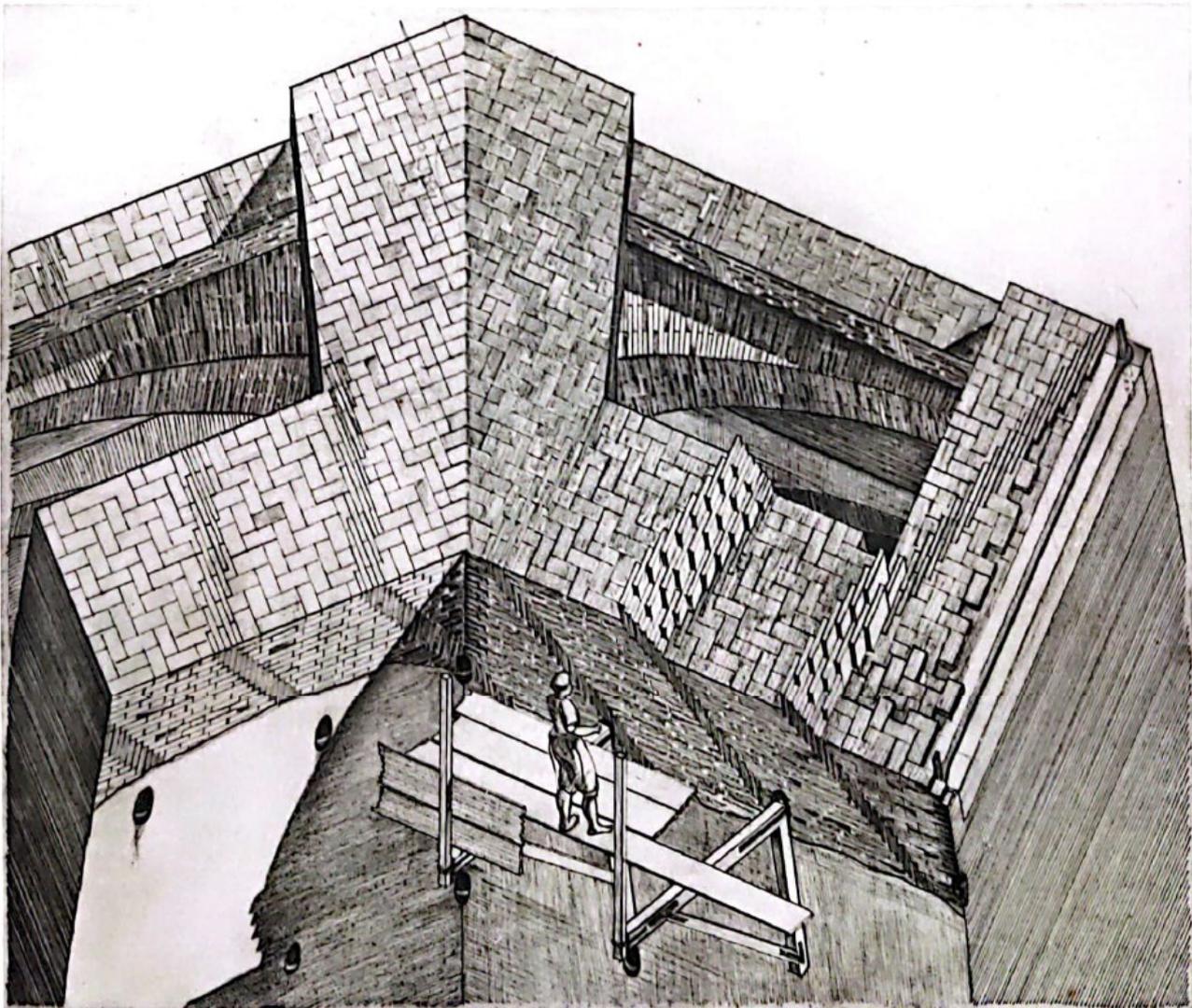


Figura 6: Ricostruzione del Sanpaolesi sulle modalità realizzative della cupola di Brunelleschi.

## Bibliografia

- Breyman, G. A. (2003). *Archi, Volte, Cupole*. Roma: Dedalo.
- Como, M. (2002). *Statica delle costruzioni storiche in muratura*. Roma: Aracne.
- Corazzi, R., & Conti, G. (2011). *Il segreto della Cupola del Brunelleschi a Firenze*. Firenze: Angelo Pontecorboli.
- Di Pasquale, S. (1977). *Primo rapporto sulla Cupola di Santa Maria del Fiore*. Firenze: Cooperativa Libreria Universitatis Studii Florentini.
- Di Pasquale, S. (2002). *Brunelleschi, la costruzione della cupola di Santa Maria del Fiore*. Venezia: Marsilio.
- Di Pasquale, S., Bandini, P. L., & Tempesta, G. (1977). *Rappresentazione analitica e grafica della cupola di Santa Maria del Fiore*. Firenze: Cooperativa Libreria Universitatis Studii Florentini.
- Fanelli, G., & Fanelli, M. (2004). *La Cupola del Brunelleschi: storia e futuro di una grande struttura*. Firenze: Mandragora.
- Franceschini, P. (1887). *Santa Maria del Fiore da Arnolfo a Brunellesco: notizia storica*. Firenze: Tip. Coppini e Bocconi.
- Guasti, C. (1857). *La cupola di Santa Maria del Fiore illustrata con i documenti dell'archivio dell'opera secolare*. Firenze: Barbera, Bianchi e Comp.
- Guasti, C. (1887). *Santa Maria del Fiore, la costruzione della chiesa e del campanile secondo i documenti tratti dall'archivio dell'opera secolare e da quello di stato*. Firenze: Tip. M. Ricci.
- Opera di Santa Maria del Fiore di Firenze. (1939). *Rilievi e Studi sulla cupola del Brunelleschi*. Firenze: Tip. Ettore Rinaldi.
- Rocchi, G., Bebbler, A., Franchi, R., Giorgi, L., & Marino, L. (1988). *S. Maria del Fiore: Rilievi, documenti, indagini strumentali, sperimentazione*. Milano: Ulrico Hoepli.
- Rondelet, G. (2004). *Trattato teorico e pratico dell'arte di edificare (Vol. IV)*. Roma: Dedalo.
- Sanpaolesi, P. (1941). *La cupola di Santa Maria del Fiore: il progetto, la costruzione*. Roma: Istituto Poligrafico dello Stato.
- Watkin, D. (2016). *Storia dell'Architettura Occidentale (V ed.)*. Bologna: Zanichelli.

## Webliografia

- Archivio digitale dell'Opera di Santa Maria del Fiore:  
[duomo.firenze.it/it/archivio/risorse-digitali](http://duomo.firenze.it/it/archivio/risorse-digitali)
  
- Wikipedia:
  - Voce *Cattedrale di Santa Maria del Fiore*:  
[it.wikipedia.org/wiki/Cattedrale\\_di\\_Santa\\_Maria\\_del\\_Fiore](http://it.wikipedia.org/wiki/Cattedrale_di_Santa_Maria_del_Fiore)
  
  - Voce *Cupola del Brunelleschi*  
[it.wikipedia.org/wiki/Cupola\\_del\\_Brunelleschi](http://it.wikipedia.org/wiki/Cupola_del_Brunelleschi)
  
  - Voce *Brunelleschi*  
[it.wikipedia.org/wiki/Filippo\\_Brunelleschi](http://it.wikipedia.org/wiki/Filippo_Brunelleschi)
  
- Costruire in laterizio – Speciale Cupola del Brunelleschi  
[laterizio.it/cil/storia-e-restauro/474-attualita-di-un-architettura-storica](http://laterizio.it/cil/storia-e-restauro/474-attualita-di-un-architettura-storica) (e voci correlate)

## Appendice: immagini della Cattedrale



Figura 7: Veduta aerea d'insieme della Cattedrale.



Figura 8: Vista delle coperture della navata.



Figura 9: La facciata di Emilio de Fabris (1867).



*Figura 10: Vista dell'ambiente interno dal primo camminamento, in corrispondenza della controfacciata.*



Figura 12: Vista dell'abside dalla navata centrale.

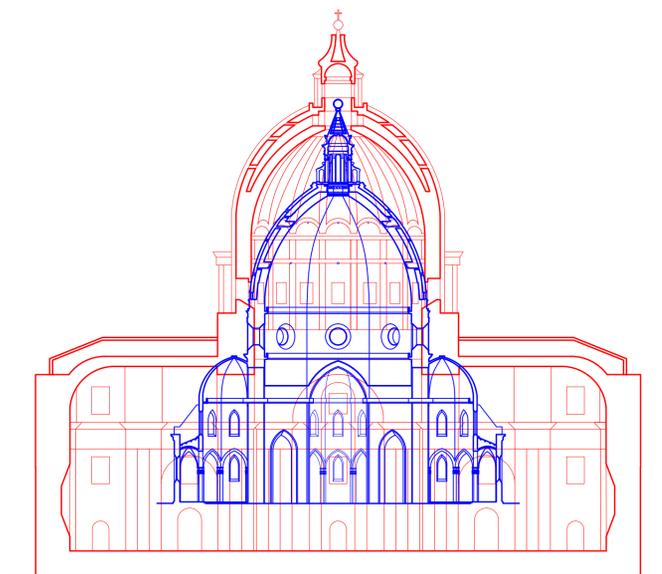


Figura 11: L'intradosso della cupola.

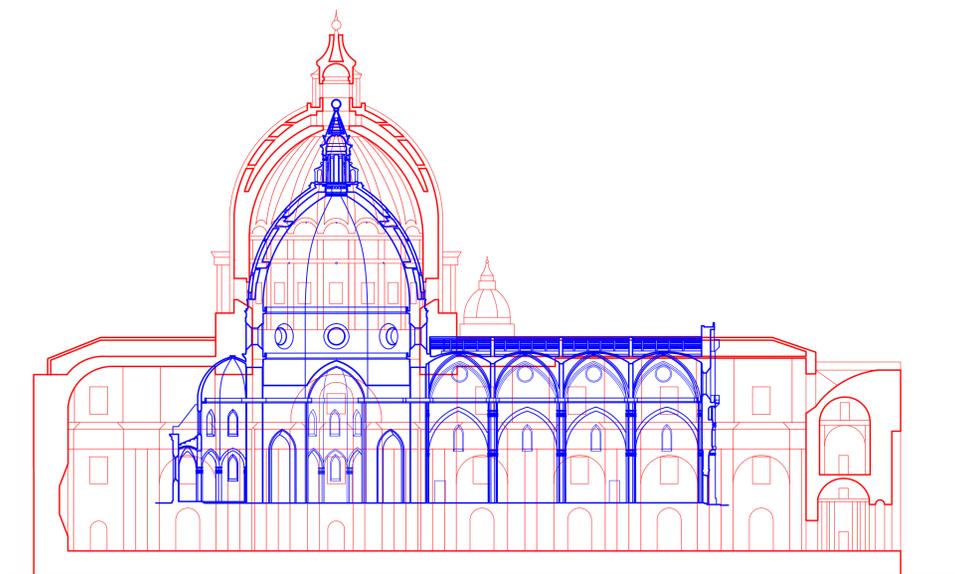


**Università degli Studi di Napoli “Federico II”**  
Scuola Politecnica e delle Scienze di Base  
Dipartimento di Ingegneria Civile, Edile e Ambientale  
Corso di Laurea Magistrale a Ciclo unico in Ingegneria Edile – Architettura

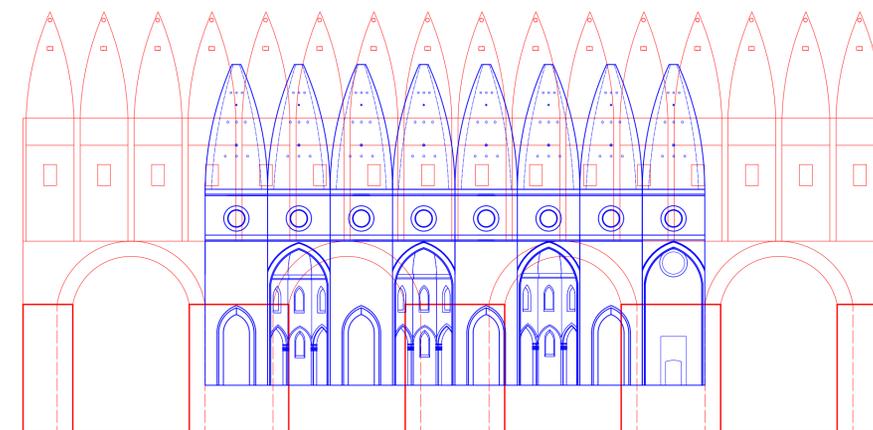
Corso di  
Sviluppo Storico delle Tipologie Strutturali e Tecniche Costruttive  
Anno Accademico 2023 – 2024



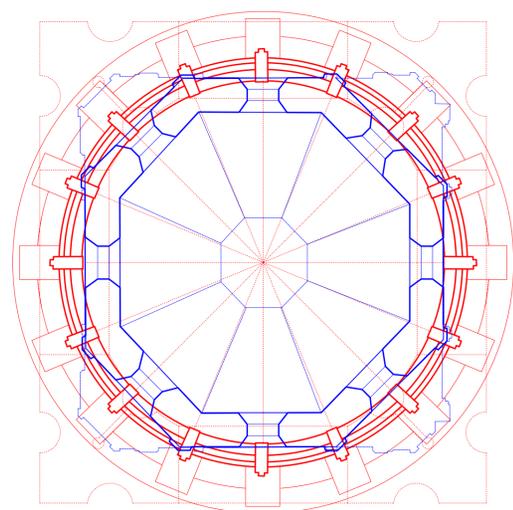
SEZIONE TRASVERSALE - TRANSETTO  
Scala 1:1000



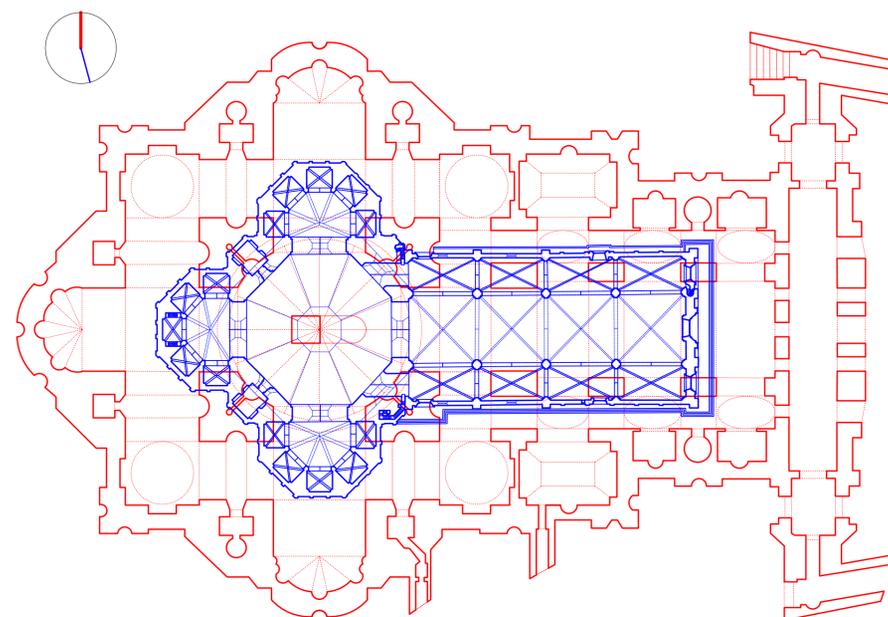
SEZIONE LONGITUDINALE  
Scala 1:1000



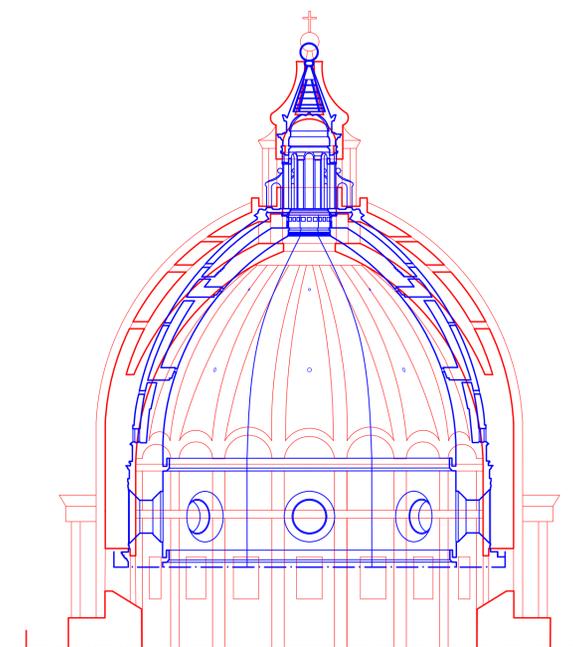
SQUADERNATURA CUPOLE  
Scala 1:1000



TAMBURO  
Scala 1:500

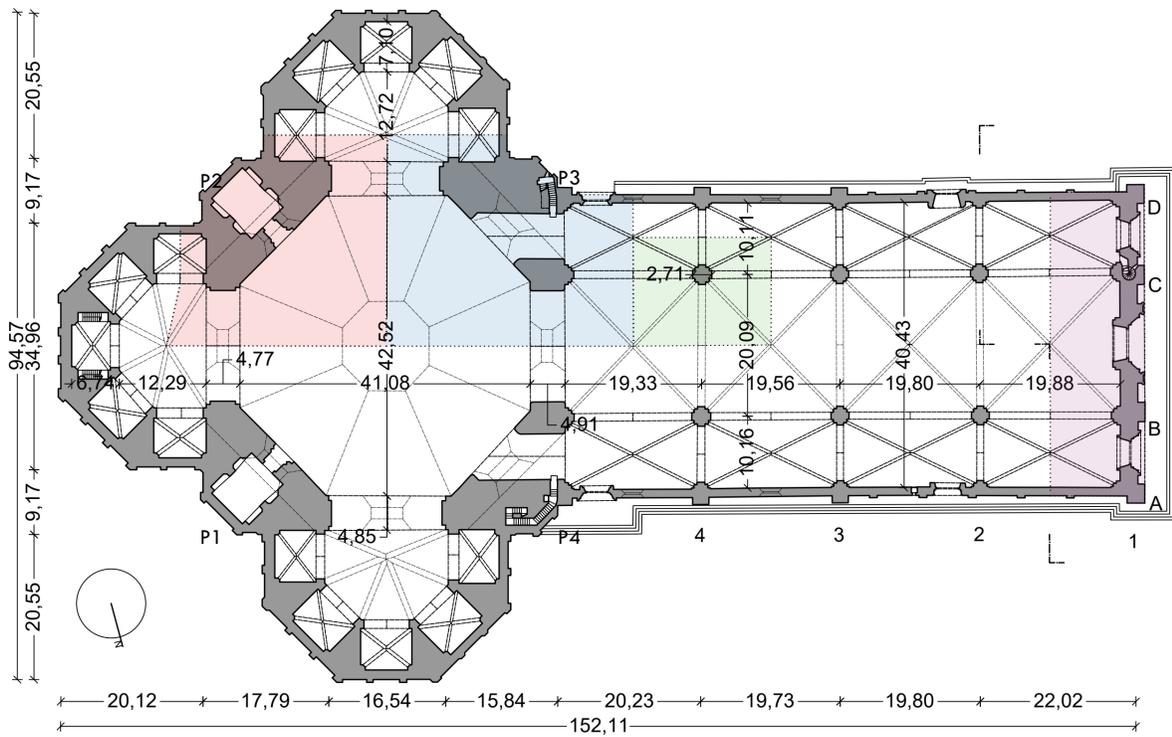


PLANIMETRIA  
Scala 1:1000

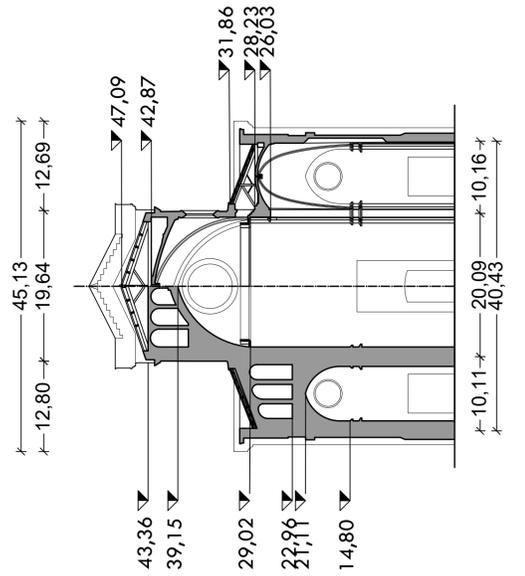


SEZIONE CUPOLA  
Scala 1:500

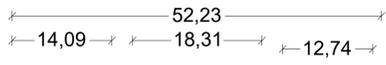




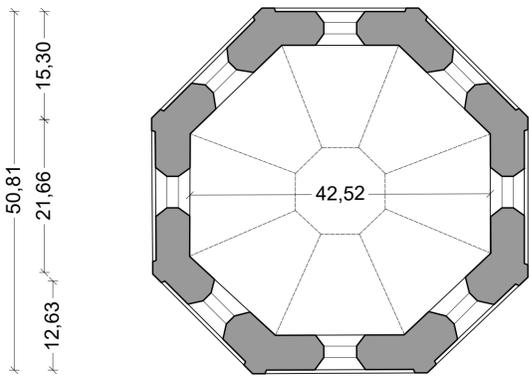
Planimetria Piano Terra  
Scala 1:500



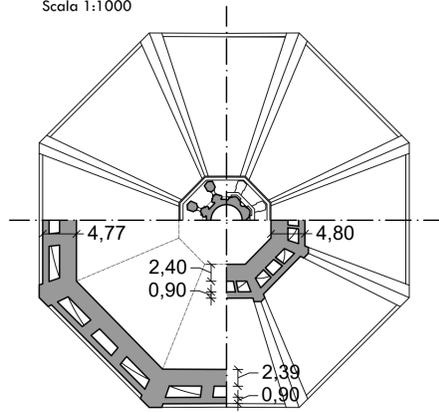
Sezione trasversale navate  
Scala 1:500



Planimetrie lanterna  
Scala 1:1000



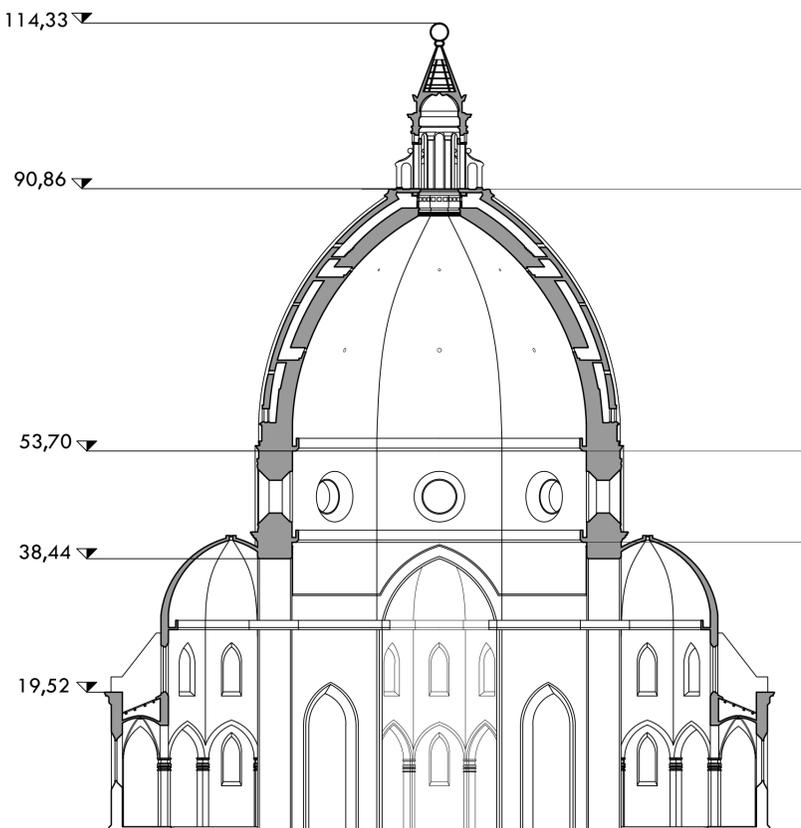
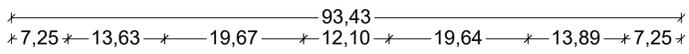
Planimetria Tamburo (h. 47.00 m)  
Scala 1:1000



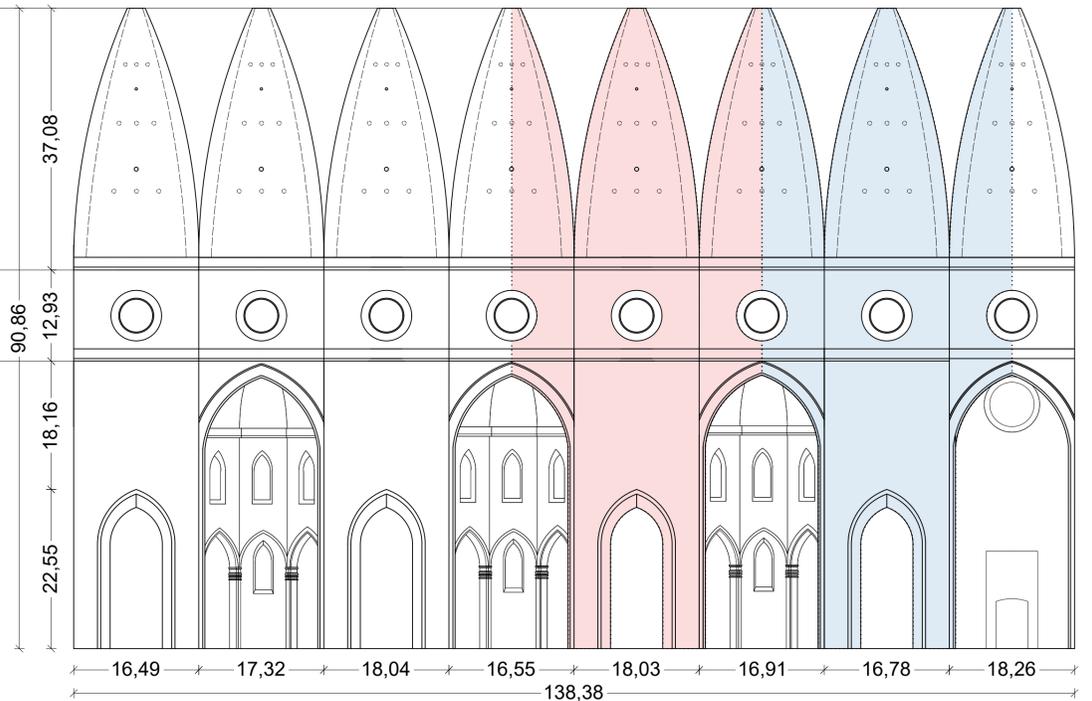
Imposta e Serraglio cupola  
Scala 1:1000



- Area di influenza pilastro P2
- Area di influenza pilastro P3
- Area di influenza pilastro C4
- Area di influenza facciata



Sezione trasversale transetto  
Scala 1:500



Squadernatura della cupola  
Scala 1:500